

Hội Toán Học Việt Nam



THÔNG TIN TOÁN HỌC

Tháng 12 Năm 2018

Tập 22 Số 4



Thông Tin Toán Học

(Lưu hành nội bộ)

- Tổng biên tập
Đoàn Trung Cường
 - Phó tổng biên tập
Nguyễn Thị Lê Hương
 - Thư ký tòa soạn
Nguyễn Đăng Hợp
 - Ban biên tập
Ngô Quốc Anh
Phan Thị Hà Dương
Nguyễn Đăng Hồ Hải
Ngô Hoàng Long
Đỗ Đức Thuận
Nguyễn Chu Gia Vượng
 - Địa chỉ liên hệ
- Bản tin **Thông Tin Toán Học** nhằm mục đích phản ánh các sinh hoạt chuyên môn trong cộng đồng toán học Việt Nam và quốc tế. Bản tin ra thường kỳ 4 số trong một năm.
 - Thể lệ gửi bài: Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học. Bài viết xin gửi về tòa soạn theo email hoặc địa chỉ ở trên. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file với phong chữ unicode.

*Bản tin: **Thông Tin Toán Học***

Viện Toán Học

18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội

Email: ttth@vms.org.vn

Trang web:

<http://www.vms.org.vn/ttth/ttth.htm>

Ảnh bìa 1. Frédéric Phạm, sinh ngày 17/11/1938 tại Sài Gòn. Ông là người Việt Nam đầu tiên được mời báo cáo tại một ĐH Toán học Quốc tế (năm 1970, tại Nice, Pháp). Ảnh do Gert-Martin Greuel (Oberwolfach) chụp.

© Hội Toán Học Việt Nam

Trang web của Hội Toán học:

<http://www.vms.org.vn>

Gặp Mặt Đầu Xuân Kỷ Hợi

Nhân dịp năm mới 2019 và Tết Kỷ Hợi, Ban chấp hành Hội Toán học Việt Nam kính chúc quý vị đồng nghiệp một năm mới luôn

Mạnh khỏe, Hạnh phúc và Thành công

Ban Chấp hành Hội Toán học Việt Nam trân trọng kính mời tất cả các hội viên của Hội đang có mặt tại Hà Nội và các vùng lân cận tham dự buổi Gặp mặt đầu Xuân 2019.

Thời gian: Chủ Nhật, ngày 24/2/2019 (tức ngày 20 tháng Giêng năm Kỷ Hợi).

Địa điểm: Khu du lịch sinh thái vườn quả Từ Liêm, đường Văn Tiến Dũng, Minh Khai, Bắc Từ Liêm. Số ĐT: 024.37656193 - 024.38374286 - 0982.866.516

Từ đường Hồ Tùng Mậu, qua Cầu Diễn khoảng 1 km, rẽ phải vào đường Văn Tiến Dũng. Đi tiếp 1 km sẽ thấy cổng Khu du lịch Sinh thái vườn quả Từ Liêm nằm phía bên trái.

Chương trình:

- 9h-10h: Tập trung.
- 10h-11h: Báo cáo tổng kết công tác năm 2018 của Hội và Chúc mừng các hội viên cao tuổi.
- 11h-11h30: Trao giải thưởng Lê Văn Thiêm.
- 11h30: Liên hoan.

Đăng ký tham dự: Để có thể đặt liên hoan phù hợp, kính đề nghị các tập thể và cá nhân hội viên đăng ký và báo số lượng người tham dự bằng email tới thuky@vms.org.vn trước ngày 17/2/2019.

Phí liên hoan: Miễn phí đối với hội viên. Người nhà đi cùng đóng góp 150.000 đồng/người lớn, 100.000 /trẻ em (dưới 10 tuổi). Rất mong sự có mặt của quý vị.

(Lời mời này thay cho giấy mời riêng)

Báo cáo đánh giá kết quả thực hiện chương trình tài trợ nghiên cứu cơ bản trong Toán học giai đoạn 2009-2018

Ngô Việt Trung

(Viện Toán Học - Viện HLKHCN Việt Nam)

GIỚI THIỆU CHUNG

Toán học ngày nay thâm nhập vào hầu hết các lĩnh vực khoa học nhờ sức mạnh của máy tính và các bộ vi xử lý. Có thể nói các ứng dụng toán học hiện diện ở khắp mọi nơi trong xã hội. Rất ít người biết rằng điện thoại di động và thẻ ngân hàng, những thứ mọi người luôn mang theo bên mình, hoạt động dựa trên những kết quả toán học hiện đại hay Google xây dựng công cụ tìm kiếm dựa trên một thuật toán đơn giản. Nói đến toán học là nói đến khoa học của các con số và hình học không gian. Đó không phải là những con số hay hình hình học cụ thể như mọi người thường nghĩ về toán học mà là những cấu trúc trừu tượng mang tính khái quát hóa. Chính sự khái quát cao độ đã giúp toán học có tính phổ dụng, giúp chúng ta hiểu hơn các quy luật tự nhiên dẫn đến những ứng dụng làm thay đổi cả xã hội.

Cũng như các ngành khoa học cơ bản khác, toán học ở Việt Nam không có một lịch sử phát triển lâu đời. Tuy nhiên, nhà nước Việt Nam đã quan tâm đến sự phát triển của toán học ngay từ khi mới giành được độc lập. Trường đại học cơ bản đầu tiên thành lập trong kháng chiến chống Pháp chỉ dạy hai môn toán và lý. Trong số những người đầu tiên được gửi đi thực tập ở Liên Xô sau khi hòa bình lập lại có nhiều nhà toán học. Hệ thống các lớp chuyên toán và thi học sinh giỏi toán được tổ chức trên cả nước trong những năm kháng chiến chống Mỹ khốc liệt nhất. Các học sinh giỏi toán nhất thường được cử đi học toán ở các nước Đông Âu.

Từ chỗ cả nước chỉ có vài tiến sĩ toán học cuối những năm 50, ngày nay chúng ta có một đội ngũ khoảng 600 nhà nghiên cứu toán học công tác ở các cơ sở giảng dạy và nghiên cứu trên khắp đất nước. Cho đến nay các nhà toán học Việt Nam đã công bố khoảng 6000 bài báo quốc tế và đã đạt được những thành tựu mang tầm quốc tế trong một số chuyên ngành. Một thành tựu quan trọng khác nhưng ít được đề ý đến của các nhà toán học Việt Nam là việc xây dựng và phát triển một nền giáo dục toán học ở cấp đại học tương đối tốt so với mặt bằng thế giới trong bối cảnh một xã hội có trình độ phát triển thấp và còn nhiều lạc hậu.

So với các ngành khoa học cơ bản khác, toán học có một thuận lợi lớn là không phụ thuộc nhiều vào cơ sở vật chất và nhân lực hỗ trợ. Phần lớn các nghiên cứu toán học được thực hiện bởi các cá nhân. Vì vậy, toán học ở Việt Nam đạt được thành tựu nghiên cứu tốt hơn phần lớn các ngành khoa học cơ bản khác. Ở đây cũng cần nhấn mạnh một yếu tố quan trọng khác là thể hệ tiền bối các nhà toán học Việt Nam đã có công truyền bá các hướng phát triển thời sự trên thế giới và luôn luôn quan tâm đến việc giữ vững các chuẩn mực khoa học trong nghiên cứu ngay từ khi nền toán học Việt Nam còn đang chập chững hình thành. Do đặc thù logic của ngành toán nên giới toán học thường rất dân chủ và công bằng. Những yếu tố này đã giúp cho toán học Việt Nam phát triển sâu rộng ở tất cả các chuyên ngành và trên mọi miền đất nước.

Trong tình hình xã hội hiện nay các nhà nghiên cứu toán học thường gặp nhiều khó khăn trong cuộc sống. Các nghiên cứu toán học mang tính khái quát hóa cao nên không có những ứng dụng trực tiếp vào thực tiễn. Vì vậy các đề tài nghiên cứu toán học thường không được tài trợ hay tài trợ rất ít. Do các nhà toán học chỉ sống dựa vào lương mà không có những bổng lộc khác nên ngành toán hiện nay không thu hút được các học sinh giỏi theo đuổi ngành toán. Về lâu dài, điều này sẽ ảnh hưởng sâu sắc đến trình độ phát triển khoa học ở Việt Nam trong bối cảnh toán học đang đóng vai trò ngày càng quan trọng trong hầu hết các lĩnh vực khoa học trên thế giới.

TÀI TRỢ CỦA QUỸ NAFOSTED

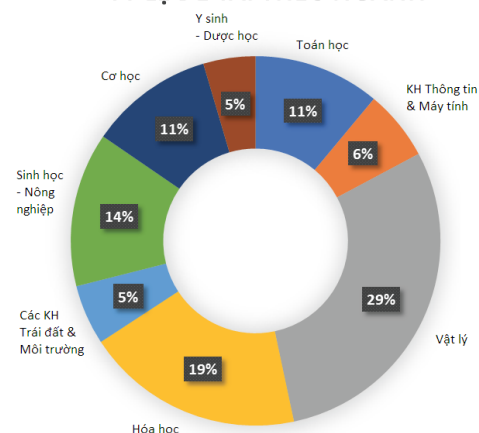
Quỹ Phát triển Khoa học và Công nghệ Quốc gia (Quỹ Nafosted) ra đời đã thổi một luồng sinh khí mới vào hoạt động nghiên cứu toán học ở Việt Nam. Trước tiên là vì quy mô tài trợ tương đối lớn. Tiếp theo là cơ chế hỗ trợ minh bạch. Cuối cùng là việc đưa thành tích công bố quốc tế làm tiêu chuẩn cho việc xét duyệt và nghiệm thu đề tài. Các nhà toán học Việt Nam vốn đã có truyền thống đánh giá năng lực nghiên cứu thông qua công bố quốc tế nên tiêu chuẩn công bố quốc tế không phải là một yêu cầu xa lạ đối với những người đang làm việc trong ngành toán.

Việc đánh giá đề tài qua công bố quốc tế là chuyện thường tình trên thế giới. Nhưng ở Việt Nam thì đó là một cuộc cách mạng trong hoạt động khoa học. Trong những năm qua nó đã thực sự đưa công tác nghiên cứu khoa học cơ bản ở Việt Nam lên một tầm cao mới. Hiệu quả của cách làm này đã làm thay đổi cách thức xét duyệt và nghiệm thu các loại đề tài khoa học cơ bản của Bộ Giáo dục và Đào tạo, Viện Hàn lâm và các đại học quốc gia. Có thể nói việc có những tiêu chuẩn

xét duyệt cụ thể và những hội đồng xét duyệt có năng lực chuyên môn và công minh chính là những yếu tố quan trọng nhất để có thể hỗ trợ đúng người và đúng việc.

Cộng đồng các nhà khoa học đánh giá cao việc Quỹ thành lập Hội đồng Khoa học ngành thông qua việc lấy phiếu tín nhiệm trong các nhà khoa học có thành tích công bố quốc tế. Điều này đã giúp Quỹ chọn được các nhà khoa học tiêu biểu đủ kiến thức và năng lực đánh giá các đề tài. Quan trọng hơn là việc Quỹ tôn trọng phương pháp làm việc và các quyết định của Hội đồng Khoa học trong việc xét duyệt đề tài và tham khảo ý kiến của các Hội đồng Khoa học khi đưa ra các quy định liên quan đến hoạt động của Quỹ. Vì vậy quy trình xét duyệt đề tài đã tiếp cận được với các chuẩn mực quốc tế và phù hợp với tình hình nghiên cứu trong từng lĩnh vực.

TỶ LỆ ĐỀ TÀI THEO NGÀNH



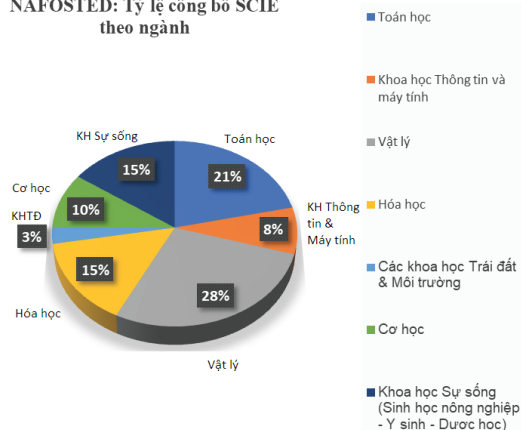
Cộng đồng các nhà khoa học cũng ghi nhận những cố gắng của Quỹ trong việc cải thiện các thủ tục hành chính và tài chính trong bối cảnh đây là những khâu trì trệ nhất trong công tác tài trợ cho khoa học. Hy vọng rằng những nỗ lực của Quỹ cũng sẽ có những ảnh hưởng lan tỏa trong khắp các cơ quan nhà nước có liên quan đến công tác tài trợ khoa học.

ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ VÀ TÁC ĐỘNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH

Trong 10 năm 2009-2018 đã có 267 đề tài ngành toán được Quỹ xét duyệt hỗ trợ. Hầu hết các trường đại học có đào tạo toán học trong cả nước đều có đề tài được hỗ trợ. Các cơ sở có số đề tài được Quỹ hỗ trợ nhiều nhất là Viện Toán học, Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội, Đại học Sư phạm Hà Nội.

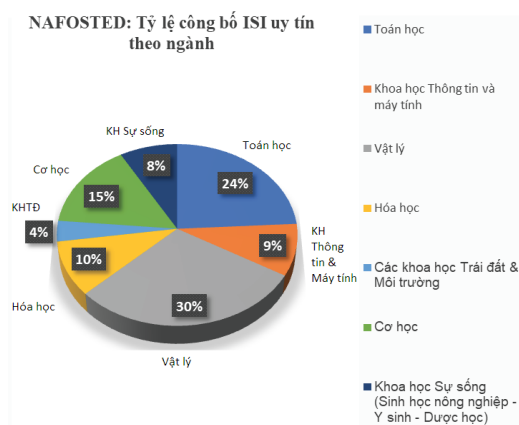
Kết quả nghiệm thu cho thấy chỉ có 5 đề tài không hoàn thành nhiệm vụ. Tỷ lệ số đề tài hoàn thành chỉ tiêu công bố đúng thời hạn khoảng 80%, cao nhất trong các ngành khoa học. Các đề tài đã công bố 954 bài báo trong danh mục ISI. Như vậy trung bình mỗi đề tài công bố hơn 3 bài báo so với yêu cầu phải có tối thiểu 2 bài ISI. Ngành toán cũng là ngành có số lượng công bố quốc tế nhiều nhất trong giai đoạn 2010-2014, chiếm 12,06% tổng số công bố ISI của cả nước. Ở đây cũng cần nhấn mạnh là trên thế giới, toán học có tỷ lệ công bố trên đầu người thấp nhất trong các ngành khoa học cơ bản.

NAFOSTED: Tỷ lệ công bố SCIE theo ngành



Chất lượng công bố của các đề tài ngành toán chỉ đạt mức trung bình trên thế giới. Phần lớn các bài báo công bố trong các tạp chí vùng miền hay tạp chí chuyên ngành có uy tín thấp. Theo thống kê của Quỹ có 88,6% số bài báo ngành

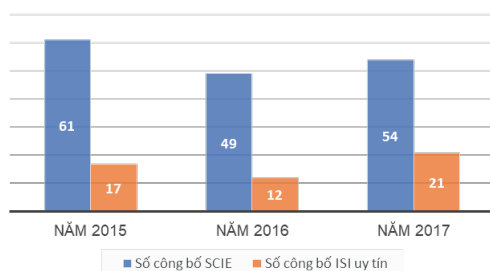
toán đã nghiệm thu đăng trong các tạp chí được xếp hạng Q1 + Q2 + Q3 của bảng xếp hạng SCIMAGO. Chỉ có 9,8% số các bài báo được đăng trong các tạp chí được xếp hạng trong nửa trên của Q1. Tuy nhiên cũng cần phải ghi nhận là danh mục các tạp chí toán học của SCIMAGO không chính xác, trong đó có quá nhiều tạp chí không được cộng đồng toán học coi là tạp chí cùng chuyên ngành hay thậm chí không phải là tạp chí toán học. Những tạp chí này thường có chỉ số trích dẫn cao hơn hẳn các tạp chí chuyên ngành và vì vậy thường được xếp hạng cao. Bảng xếp hạng trong từng chuyên ngành của SCIMAGO không thực sự phản ánh uy tín thực sự của các tạp chí (có thể thấy điều này khi so sánh với danh mục các tạp chí toán học có uy tín của Quỹ Khoa học Quốc gia Úc). Tuy nhiên ngành toán đã có một số công trình thu được những kết quả đột phá, điển hình như các kết quả nghiên cứu của PGS Phạm Hoàng Hiệp, GS Nguyễn Hữu Việt Hưng và GS Nguyễn Đông Yên đã được trao tặng giải thưởng Tạ Quang Bửu (với tỷ lệ phiếu bầu gần tuyệt đối).



Ngay từ khi Quỹ bắt đầu hoạt động đã có hiện tượng đăng bài ở các tạp chí phải trả tiền mới được đăng. Chất lượng các tạp chí này rất thấp và quy trình phản biện thường có những điểm đáng ngờ như báo chí quốc tế đã phân tích. Không có lý gì lại trả tiền để đăng bài ở các tạp

chí này trong lúc có nhiều tạp chí nghiêm túc nhận đăng bài cùng chuyên ngành mà không phải trả tiền. Vì vậy Hội đồng ngành Toán đã nhất trí biểu quyết không chấp nhận nghiệm thu các bài báo loại này để đảm bảo chất lượng nghiên cứu.

**Số lượng công bố ISI ngành
giai đoạn 2015-2017**



Hội đồng ngành Toán luôn luôn coi trọng “đầu vào”, lấy khả năng hoàn thành chỉ tiêu công bố làm tiêu chuẩn tối cao để xét duyệt đề tài, không phân biệt chức danh, học vị, độ tuổi hay vùng miền. Chính nguyên tắc này đã giúp cho ngành toán đạt tỷ lệ hoàn thành đề tài rất cao. Để đảm bảo tính công bằng, Hội đồng ngành Toán đánh giá năng lực và chất lượng nghiên cứu của từng thành viên đề tài để có những đề xuất hợp lý về hỗ trợ kinh phí cho Quỹ, trong đó ưu tiên các đề tài ở các địa phương và đề tài của các cán bộ trẻ. Trong toán học không có kỹ thuật viên, nhưng Hội đồng ngành Toán vẫn chấp nhận mỗi đề tài có thể có nhiều nhất một kỹ thuật viên không phải là nghiên cứu sinh có độ tuổi dưới 30 với mục đích đào tạo cán bộ trẻ. Việc giới hạn độ tuổi cũng như số lượng một kỹ thuật viên nhằm tránh hiện tượng cho người ăn theo đề tài như đã từng xảy ra trong đợt xét duyệt đề tài đầu tiên.

Ngoài những tác động tích cực của Quỹ đối với phương thức hỗ trợ và đánh giá đề tài khoa học trong cả nước, các hoạt động tài trợ của Quỹ đã thúc đẩy mạnh mẽ hoạt động nghiên cứu toán học trên cả nước, đặc biệt trong giới cán bộ trẻ.

Một trong những tác động tích cực nhất là các nhà toán học bắt đầu có thể an tâm làm nghiên cứu, đồng thời thu hút được những sinh viên trẻ tham gia nghiên cứu nhằm đảm bảo một sự phát triển toán học bền vững cho tương lai.

KIẾN NGHỊ

Do mới hoạt động nên phương thức hoạt động của Quỹ còn có một số hạn chế. Trước tiên là việc phân bổ kinh phí hiện nay cho các đề tài còn phụ thuộc vào số thành viên của đề tài. Với cùng số lượng đăng ký công bố thì đề tài nào có nhiều thành viên chủ chốt sẽ nhận được nhiều kinh phí so với các đề tài ít thành viên chủ chốt. Điều này sẽ tạo ra hiện tượng thêm người vào đề tài để ăn theo. Nên quy ước số bài báo đăng ký công bố phải tương xứng với số thành viên chủ chốt trong đề tài (không tính nghiên cứu sinh và kỹ thuật viên).

Kinh phí cho đề tài còn phụ thuộc chủ yếu vào số lượng đăng ký công bố. Điều này đã dẫn đến việc các nhà khoa học chạy theo số lượng công bố mà không quan tâm đến chất lượng công bố. Chất lượng công bố được phản ánh qua uy tín của tạp chí đăng bài. Quỹ đã có chủ trương nâng cao chất lượng công bố thông qua việc tính gấp đôi các bài báo đăng trong các tạp chí ISI có uy tín. Tuy nhiên việc phân chia này còn quá thô do chỉ có hai mức 1 và 2. Nên có thêm mức 1,5 công trình để có một sự phân chia phản ánh đúng hơn chất lượng giữa các tạp chí (có thể lấy Q1 của SCIMAGO làm giới hạn). Đồng thời cũng cho phép tính 0,5 công trình cho các công trình đăng trong các tạp chí quốc tế khác và tạp chí quốc gia có uy tín và hạn chế số điểm công trình loại này. Đây là cách làm của Hội đồng Chức danh ngành Toán đã được khẳng định là tương đối hợp lý trong những năm gần đây.

Yêu cầu các đề tài phải có một công bố trong các tạp chí quốc gia có uy tín tuy có giúp nâng cao chất lượng các tạp chí trong nước, nhưng một yêu cầu như vậy trong tình hình số lượng các tạp chí quốc gia có quy trình xét duyệt tốt còn quá ít sẽ dẫn đến việc công bố cho đủ tiêu chuẩn mà không cần đảm bảo chất lượng. Điều này cuối cùng sẽ là một quy định hình thức, không giúp gì cho việc nâng cao chất lượng nghiên cứu. Nên có những tiêu chuẩn cứng cho các tạp chí trong danh mục các tạp chí quốc gia có uy tín và cho 0,5 điểm công trình cho các công trình đăng trong các tạp chí này như đã đề cập ở trên. Điều này sẽ thúc đẩy các tạp chí khác phấn đấu để đạt chuẩn về chất lượng.

Hiện nay, kinh phí nhân công lao động trung bình của các đề tài ngành toán chỉ khoảng 10 tháng/2 năm cho mỗi thành viên so với định mức 17 tháng/2 năm trong quy chế. Đa số các đề tài nhận được kinh phí thấp hơn đề xuất của Hội đồng ngành. Điều này làm giảm tầm quan trọng của các quy định trong quy chế, đồng thời cũng không hỗ trợ đầy đủ cho các nhà khoa học. Do thời gian chờ giữa hai kỳ đề tài hiện nay đã lên đến một năm nên thực chất các nhà khoa học chỉ còn được hỗ trợ trung bình 10 tháng cho 3 năm. Sự hỗ trợ như vậy là quá ít ỏi, không đảm bảo cho các nhà khoa học an tâm nghiên cứu, đặc biệt đối với các nhà khoa học trẻ. Đây là một hiện tượng nghiêm trọng. Vì vậy Quỹ nên có những biện pháp giảm thời gian chờ giữa hai kỳ đề tài xuống khoảng 3 tháng và đảm bảo kinh phí tài trợ theo đúng đề xuất của Hội đồng ngành.

Quỹ nên có những biện pháp kiên quyết nhằm hạn chế việc một số hội đồng ngành quá dễ dãi trong việc xét duyệt đầu vào dẫn đến tỷ lệ không hoàn thành đề tài quá cao. Đây là một sự vô trách nhiệm làm lãng phí kinh phí và gây khó khăn cho Quỹ khi giải quyết các đề tài không hoàn thành nhiệm vụ. Việc Quỹ cắt tài trợ cho một số đề tài (đã được Hội đồng ngành duyệt) không phản ánh đúng tỷ lệ hoàn thành đề tài trước đó trong từng ngành đã tạo ra sự không công bằng giữa các hội đồng ngành. Điều này dễ dẫn đến sự dễ dãi trong việc xét duyệt đầu vào lần sau, làm xói mòn tính công minh trong từng hội đồng ngành. Quỹ nên căn cứ vào tỷ lệ không hoàn thành đề tài những năm trước để cắt tài trợ cho tương xứng chứ không nên dựa vào thang điểm A, B, C như hiện nay vì mỗi hội đồng có cách cho điểm khác nhau (dễ dãi hay nghiêm khắc). Ngành nào có tỷ lệ hoàn thành cao hơn mức quy định thì Quỹ tuyệt đối không nên cắt các đề tài đã được hội đồng ngành đó duyệt.

Cuối cùng, không nên bắt các đề tài không hoàn thành phải xuất toán. Đầu tư cho khoa học cơ bản thực ra là một loại đầu tư mạo hiểm. Không có gì đảm bảo các nhà khoa học giải quyết được các vấn đề đặt ra. Có thể phạt các chủ nhiệm đề tài không hoàn thành nhiệm vụ không được Quỹ hỗ trợ 2 năm tiếp theo. Trách nhiệm để cho một đề tài không hoàn thành còn thuộc về công đoạn xét duyệt của hội đồng ngành. Nếu hội đồng ngành nào có nhiều đề tài không hoàn thành đợt trước thì phải kiên quyết cắt số lượng đề tài được hội đồng ngành đó xét duyệt đợt sau theo một tỷ lệ tương ứng. Như thế mới giữ được kỷ cương xét duyệt đầu vào cho tất cả các hội đồng ngành.

Lê Văn Thiêm: con người và sự nghiệp (Phần 1)

Hà Huy Khoái

(Viện Toán học & Đại học Thăng Long)

SƠ LƯỢC TIỂU SỬ

Lê Văn Thiêm sinh ngày 29 tháng 3 năm 1918 tại làng Trung Lễ, Đức Thọ, Hà Tĩnh. Trung Lễ là một làng cổ, thành lập cách đây khoảng 600 năm trên vùng đất trũng, quanh năm bị đe dọa vì nạn hạn hán, lụt lội. Dân Trung Lễ thuần nông, nghèo và hiếu học. Từ thế kỷ 15 đã có ông Trần Tước đỗ Tiến sĩ (Khoa Bính Thìn, 1496). Họ Lê ở Trung Lễ nổi tiếng về truyền thống Nho học và yêu nước. Cụ thân sinh ra Lê Văn Thiêm là ông Lê Văn Nhiêu (1869-1929), nhiều nơi viết là Nhiêu (theo cách phát âm của người Hà Tĩnh), đậu cử nhân Khoa Canh Tý (1900). Mẫu thân của cụ Cử Lê Văn Nhiêu, tức bà nội của Lê Văn Thiêm, là bà Phan Thị Đại, chị ruột nhà yêu nước Phan Đình Phùng. Chị ruột của Lê Văn Thiêm là ông Lê Văn Huân, đậu Giải nguyên Khoa Bính ngọ (1906), tham gia phong trào yêu nước Duy Tân hội, rồi Tân Việt Đảng, và tự sát trong nhà lao Vinh năm 1929.

Cụ Lê Văn Nhiêu tuy đỗ đạt nhưng không ra làm quan, mà ở lại quê nhà dạy học, bốc thuốc, phụng dưỡng cha mẹ, nuôi dạy con cái. Cụ sinh được 13 người con, 8 người con trai, 5 người con gái. Người anh cả của Lê Văn Thiêm là Lê Văn Kỷ đậu Tiến sĩ năm Kỷ Mùi (1919) trong khoa thi cuối cùng của Triều Nguyễn. Vậy là cụ Cử Nhiêu có một người con đậu Tiến sĩ cuối cùng của nền Hán học, và một người con đậu Tiến sĩ đầu tiên của nền Tây học nước nhà! Anh thứ hai của Lê Văn Thiêm, ông Lê Văn Luân, là Bí thư Huyện uỷ Đảng Cộng sản Đông Dương Huyện Đức Thọ, bị Pháp xử tử hình năm 1931.

Trong số 5 người chị gái của Lê Văn Thiêm có hai người tham gia phong trào cách mạng 1930-1931, và được công nhận là Lão thành cách mạng.

Lê Văn Thiêm là con út trong nhà, nên khi còn bé, được đặt tên là “Thêm”, tức là đứa con “Trời cho thêm”. Khi ra đời, cậu bé Thêm rất yếu, vì bà mẹ đã sinh nở đến lần thứ 13. Mẹ cậu không còn sữa, nên cậu phải bú nhờ người chị dâu tên là Sâm, vợ của anh Lê Văn Luân. Vì thế, đối với cậu, bà Sâm cũng gần như người mẹ thứ hai. Ông Luân, bà Sâm đều hoạt động cho Tân Việt Đảng. Bà đóng vai người bán hàng tơ lụa, ông đóng vai người chở thuê, hai người đi khắp nơi tuyên truyền cách mạng, in tài liệu, rải truyền đơn. Khi còn nhỏ, cậu bé Thêm học ở quê nhà với chú ruột, Giải nguyên Lê Văn Huân. Cậu nổi tiếng học giỏi, nhưng cũng nổi tiếng là “khờ”. Lớn lên, Lê Văn Thiêm theo anh cả – ông Nghè Kỷ, đi học ở Huế, rồi ở Quy Nhơn.

Sinh ra trong một gia đình giàu truyền thống yêu nước, anh thanh niên Lê Văn Thiêm sớm nuôi trong mình hoài bão học tập để phụng sự Tổ quốc. Năm 1941, Lê Văn Thiêm thi đỗ vào trường *Ecole Normale Supérieure* ở Phố d’Ulm của Paris (trong tiếng Việt, người ta thường dịch là *Trường Cao đẳng Sư Phạm*, một tên gọi dễ bị hiểu nhầm). Đó là trường đại học danh giá nhất nước Pháp, nơi đào tạo những nhà khoa học nổi tiếng nhất. Thi đỗ vào *Ecole Normale* là một vinh dự lớn đối với bất kỳ học sinh nào của nước Pháp. Tốt nghiệp *Ecole Normale*, Lê Văn Thiêm tiếp tục làm luận án Tiến sĩ tại Göttingen (Đức), rồi luận án Tiến sĩ quốc

gia tại Pháp. Ông đã từng học với những người thầy giỏi nhất thời đó, như Nevanlinna, Valiron, và nghiên cứu một lĩnh vực thời sự nhất thời bấy giờ: lý thuyết phân phối giá trị các hàm phân hình. Ông bảo vệ luận án Tiến sĩ quốc gia năm 1949 với những kết quả ngày nay đã trở thành kinh điển.

Với những kết quả đầu tay đã trở thành nổi tiếng, trước mắt nhà toán học trẻ Lê Văn Thiêm đang mở ra một con đường thênh thang để đi đến những đỉnh cao của khoa học.



Giáo sư Lê Văn Thiêm, năm 1950.

Nhưng mục đích của đời ông trước hết là đóng góp sức mình cho cuộc đấu tranh giành tự do của Tổ quốc. Vì thế, nghe theo lời kêu gọi của Chủ tịch Hồ Chí Minh, cuối năm 1949, ông đã rời bỏ con đường công danh ở Châu Âu để bí mật trở về nước tham gia kháng chiến. Từ Châu Âu, ông về Băng Cốc, rồi từ đó qua Campuchia để về Nam Bộ.

Ở Nam Bộ, Giáo sư Lê Văn Thiêm gia nhập Đảng Cộng sản Đông Dương và công tác tại Sở Giáo dục. Ông đã góp phần đào tạo nhiều giáo viên cho vùng kháng chiến. Ít lâu sau, ông lên đường ra Việt Bắc nhận nhiệm vụ mới: lãnh đạo trung tâm đại học đầu tiên của nước Việt Nam Dân chủ Cộng hoà. Đây thật là một nhiệm vụ quan trọng và phù hợp với khả

năng, ý nguyện của ông. Sau 6 tháng gian nan đi bộ từ Nam Bộ lên chiến khu Việt Bắc, Giáo sư Lê Văn Thiêm được giao trọng trách Hiệu trưởng Trường Sư phạm cao cấp và Trường Khoa học cơ bản. Ông đã làm hết sức mình trên cương vị đó, và trở thành người đặt nền móng cho giáo dục đại học của nước Việt Nam mới, người thầy của hầu hết những nhà khoa học Việt Nam được đào tạo trong hơn mười, mười lăm năm đầu tiên sau cách mạng Tháng Tám.

Từ sau khi hoà bình lập lại, Giáo sư Lê Văn Thiêm được giao nhiều trọng trách: Giám đốc Trường Đại học Sư phạm Khoa học Hà Nội (1954-1956), Phó Hiệu trưởng Trường Đại học Tổng hợp Hà Nội (1957-1970), Viện trưởng đầu tiên của Viện Toán học (1970-1980). Ông là Đại biểu quốc hội các Khoá II và III. Ông cũng là Đại diện toàn quyền của Việt Nam tại Viện nghiên cứu hạt nhân Đúpna, Liên Xô (từ 1956 đến 1980), Chủ tịch đầu tiên của Hội Toán học Việt Nam, Tổng biên tập đầu tiên của hai tờ báo toán học của Việt Nam là *Acta Mathematica Vietnamica* và *Vietnam Journal of Mathematics*.

Giáo sư Lê Văn Thiêm qua đời ngày 3 tháng 6 năm 1991.

NHỮNG ĐÓNG GÓP CHÍNH VỀ KHOA HỌC

Các công trình về lý thuyết Phân phối giá trị các hàm phân hình. Lý thuyết *Phân phối giá trị các hàm phân hình* được xem là một trong những lý thuyết đẹp nhất của Giải tích toán học Thế kỷ 20. Có thể xem lý thuyết này là sự mở rộng của *định lý cơ bản của đại số*. Theo định lý đó, đa thức bậc n tùy ý có đúng n nghiệm, kể cả bội. Về mặt nào đó, hàm chỉnh hình là mở rộng tự nhiên của đa thức, vì hàm chỉnh hình trên toàn mặt phẳng (hàm nguyên) được biểu diễn bởi một chuỗi vô hạn hội tụ. Tuy nhiên, khác với lý thuyết các đa thức, trong lý thuyết các hàm chỉnh hình rất khó khai

thác các khía cạnh “đại số”, mà chủ yếu dựa vào các công cụ giải tích. Vấn đề phân bố không điểm của hàm chỉnh hình, cũng như vấn đề phân bố nghiệm của đa thức, là một trong những vấn đề trọng tâm. Và ngay ở vấn đề này, ta gặp phải những khó khăn cơ bản. Do hàm chỉnh hình biểu diễn bởi chuỗi vô hạn, và có thể có vô hạn không điểm trên toàn mặt phẳng, nên không thể có kết quả đơn giản như trong định lý cơ bản của đại số. Vấn đề đặt ra là làm thế nào để có thể xét phân bố không điểm các hàm chỉnh hình tương tự như đã làm đối với đa thức.

Từ định lý cơ bản của đại số suy ra rằng, đa thức nào có cấp tăng càng cao thì càng có nhiều không điểm. Mặc dù cấp tăng là một trong những đặc trưng quan trọng của các hàm chỉnh hình, có thể thấy ngay rằng, mở rộng trực tiếp của định lý cơ bản của đại số không còn đúng cho trường hợp các hàm chỉnh hình. Thật vậy, tồn tại các hàm chỉnh hình có cấp tăng rất lớn (như hàm e^z), nhưng không có không điểm nào. Trong trường hợp các hàm phân hình thì vấn đề càng trở nên phức tạp: hàm phân hình là hàm có thể nhận giá trị vô hạn tại một số điểm hữu hạn, và cần phải có một quan niệm mới về cấp tăng. Lý thuyết phân phối giá trị của Nevanlinna ra đời nhằm giải quyết các vấn đề trên. Trước hết, Nevanlinna định nghĩa các *hàm đếm* và *hàm xấp xỉ*, mà ta sẽ mô tả một cách sơ lược như sau. Giả sử $f(z)$ là một hàm phân hình trên toàn mặt phẳng, a là một giá trị phức tùy ý. Khi đó, *hàm đếm* $N(f, a, r)$ có mục đích “đo độ lớn của tập hợp các điểm nằm trong vòng tròn bán kính r , tâm tại gốc, mà tại đó hàm nhận giá trị a ”. Như vậy, nếu f là một đa thức bậc n thì khi r đủ lớn, giá trị này là một hằng số không phụ thuộc a , mà chỉ phụ thuộc bậc đa thức. *Hàm xấp xỉ* $m(f, a, r)$ nhằm để “đo độ lớn của tập hợp các điểm nằm trong vòng tròn bán kính r , tâm tại gốc, mà tại đó

hàm nhận giá trị “gần bằng a ”. Hàm đặc trưng Nevanlinna được định nghĩa bởi:

$$T(f, a, r) = m(f, a, r) + N(f, a, r).$$

Như vậy, nói một cách nôm na, hàm $T(f, a, r)$ dùng để tính số nghiệm của phương trình $f(z) = a$ trong vòng tròn bán kính r (kể cả số các điểm tại đó hàm nhận giá trị gần với a). Khi nghiên cứu các hàm phân hình, hàm đặc trưng $T(f, a, r)$ đóng vai trò gần giống như bậc khi nghiên cứu các đa thức. Điều đó thể hiện rõ trong các *Định lý cơ bản* của Nevanlinna:

Định lý cơ bản thứ nhất. *Tồn tại hàm $T(f, r)$ sao cho với mọi giá trị a , ta có*

$$T(f, a, r) = T(f, r) + O(1),$$

trong đó $O(1)$ là đại lượng giới nội khi r tiến ra vô cùng.

Từ định lý trên, có thể xem hàm $T(f, a, r)$ không phụ thuộc giá trị a , nghĩa là hàm phân hình nhận mọi giá trị a (kể cả các giá trị “gần” với nó) một số lần như nhau. Đây chính là một tương tự của định lý cơ bản của đại số cho trường hợp các hàm nguyên và hàm phân hình. Tuy nhiên, để đạt được tương tự đẹp để nói trên, ngoài hàm $N(f, a, r)$, ta đã phải bổ sung thêm một hàm xấp xỉ $m(f, a, r)$, mà thực chất là dùng để đo các điểm tại đó hàm đã cho nhận giá trị “gần” với a . Nếu sự “hiệu chỉnh” này mà quá lớn thì hiển nhiên, Định lý cơ bản thứ nhất của Nevanlinna trở nên ít ý nghĩa.

Nevanlinna chứng minh *Định lý cơ bản thứ hai*, sâu sắc hơn nhiều so với Định lý cơ bản thứ nhất. Nói nôm na, *Định lý cơ bản thứ hai* cho thấy rằng “đại lượng hiệu chỉnh” $m(f, a, r)$ nói chung rất nhỏ. **Định lý cơ bản thứ hai** của Nevanlinna được phát biểu như sau:

Với bất kỳ các giá trị $a_1, \dots, a_q \in \mathbb{C} \cup \infty$ đôi một khác nhau, ta có

$$\sum_{i=1}^q m(f, a_i, r) \leq 2T(f, r) + o(\log T(f, r)).$$

Do q là số tùy ý, mà về phải trong bất đẳng thức của Định lý cơ bản thứ hai không phụ thuộc q nên từ đó có thể thấy rằng, các đại lượng $m(f, a, r)$ nói chung rất nhỏ. Để có thể “định lượng” được tính chất đó, Nevanlinna đưa ra các hàm khuyết sau đây:

$$\delta(a) = \liminf_{r \rightarrow \infty} \frac{m(f, a, r)}{T(f, r)},$$

$$\theta(a) = \limsup_{r \rightarrow \infty} \frac{N_1(f, a, r)}{T(f, r)}$$

trong đó $N_1(f, a, r)$ là đại lượng được tính như $N(f, a, r)$, nhưng mỗi nghiệm của phương trình $f(z) = a$ chỉ được kể một lần (không tính bội).

Số $\delta(a)$ được gọi là số khuyết của hàm tại giá trị a . Tên gọi số khuyết phản ánh ý nghĩa của đại lượng này: $\delta(a)$ đo mức độ mà ta phải hiệu chỉnh để có tương tự của Định lý cơ bản của đại số, và đó chính là số nghiệm bị “thiếu” (khuyết) mà ta phải thêm vào bằng cách cộng thêm hàm xấp xỉ, tức là thêm các điểm mà tại đó hàm nhận giá trị gần với a . Số $\theta(a)$ được gọi là chỉ số bội, vì rõ ràng nó phụ thuộc vào bội của các nghiệm phương trình $f(z) = a$. Với những định nghĩa đó, từ Định lý cơ bản thứ nhất, ta có:

$$(1) \quad 0 \leq \delta(a) + \theta(a) \leq 1.$$

Từ Định lý cơ bản thứ hai, ta thu được bất đẳng thức sau đây:

$$(2) \quad \sum_{a \in \mathbb{C} \cup \infty} (\delta(a) + \theta(a)) \leq 2.$$

Bất đẳng thức (2) được gọi là quan hệ số khuyết.

Từ quan hệ số khuyết, ta suy ra rằng, với hầu hết giá trị a , đại lượng $\delta(a)$ bằng 0, trừ ra cùng lắm là một số đếm được các giá trị của a , đồng thời tổng các giá trị đó cũng bị chặn bởi 2.

Các Định lý cơ bản thứ nhất và thứ hai, cùng với quan hệ số khuyết làm nên “bà hòn đá tảng” của lý thuyết Nevanlinna.

Từ quan hệ số khuyết, một cách tự nhiên phải đặt ra vấn đề sau đây, thường được gọi là Bài toán ngược của lý thuyết Nevanlinna:

Cho dãy (hữu hạn hoặc vô hạn) các điểm $\{a_k\}$ trong mặt phẳng phức $\mathbb{C}$ (kể cả điểm vô cùng), và các số không âm tương ứng $\delta(a_k), \theta(a_k)$ thỏa mãn các điều kiện sau:

$$0 < \delta(a_k) + \theta(a_k) \leq 1, k = 1, 2, \dots,$$

$$\sum_k (\delta(a_k) + \theta(a_k)) \leq 2.$$

Vấn đề đặt ra là tìm hàm phân hình có số khuyết (tương ứng, chỉ số bội) tại các điểm a_k là $\delta(a_k)$ (tương ứng, $\theta(a_k)$) và số khuyết (tương ứng, chỉ số bội) bằng 0 tại các điểm còn lại.

Nevanlinna (năm 1932) đã cho lời giải của bài toán trên trong trường hợp riêng với những giả thiết chặt sau đây:

- (1) dãy $\{a_k\}$ là hữu hạn,
- (2) $\delta(a_k)$ là các số hữu tỷ,
- (3) $\theta(a_k) = 0$ với mọi k .

Trong khoảng 15 năm tiếp theo kể từ kết quả đầu tiên của Nevanlinna, bài toán trên không tiến triển thêm được bước nào. Cho đến năm 1949, Lê Văn Thiêm đã tiến một bước dài trong việc giải bài toán ngược của lý thuyết Nevanlinna. Kết quả chính mà ông thu được là xây dựng nghiệm của bài toán ngược với những giả thiết sau đây:

- (1) dãy $\{a_k\}$ là hữu hạn,
- (2) $\delta(a_k)$ là các số hữu tỷ,
- (3) nếu $\theta(a_k) > 0$ thì $\delta(a_k) + \theta(a_k) \leq 1$,
- (4) $\sum_k (\delta(a_k) + \theta(a_k)) = 2$.

Đóng góp quan trọng của Lê Văn Thiêm không chỉ là việc chứng minh sự tồn tại nghiệm của bài toán ngược trong những tình huống tổng quát hơn so với công trình của Nevanlinna, mà điều quan trọng là lần đầu tiên, ông đã đưa công

cụ ánh xạ á bảo giác và không gian *Teichmüller* vào việc giải bài toán ngược. Tư tưởng đó của ông đã được những nhà toán học nổi tiếng khác sử dụng để tiếp tục thu được những kết quả mới cho bài toán ngược: Goldberg, Weitsman, Drasin. Cuối cùng, năm 1977, Drasin cho lời giải trọn vẹn của bài toán ngược của lý thuyết Nevanlinna, 45 năm sau khi bài toán được đặt ra. Điều đáng nói là, trong công trình của mình, Drasin cũng sử dụng những phương pháp mà Lê Văn Thiêm lần đầu tiên áp dụng.

Công trình về bài toán ngược của lý thuyết Nevanlinna đã đặt Lê Văn Thiêm vào hàng ngũ những tác gia kinh điển của lý thuyết này. Ngay khi công trình ra đời, người giới thiệu nó trên tờ *American Mathematical Reviews* chính là Ahlfors, người nhận Giải thưởng Fields năm 1936. Ahlfors cũng giới thiệu một số công trình tiếp theo của Lê Văn Thiêm trên tạp chí này. Cho đến tận ngày hôm nay, hầu như cuốn sách nào về Lý thuyết hàm phân hình, khi nói đến lý thuyết Nevanlinna cũng đều nhắc đến các công trình đầu tiên của Lê Văn Thiêm. Không phải nhà khoa học nào cũng có cái vinh dự được nhắc đến kết quả của mình 60 năm sau! Có thể tin rằng, các công trình đó của Lê Văn Thiêm sẽ còn được nhớ đến nhiều năm, như là một trong những cột mốc của lý thuyết các hàm phân hình.

Bài báo *Beitrag zum Typenproblem der Riemannschen Flächen* (Về vấn đề phân loại diện Riemann) của Lê Văn Thiêm đăng trên tờ *Commentarii Mathematici*

Helvetici năm 1947 chính là công trình toán học đầu tiên của người Việt Nam công bố trên tạp chí quốc tế. Có thể xem năm 1947 là năm mở đầu cho Lịch sử toán học Việt Nam hiện đại, và thật đáng tự hào khi Toán học Việt Nam tham gia với toán học thế giới bằng một “công trình đầu tay” có ý nghĩa lịch sử!

Trở về Việt Nam năm 1949 theo lời kêu gọi của Chủ tịch Hồ Chí Minh, Giáo sư Lê Văn Thiêm tạm dừng các nghiên cứu khoa học của mình để chuyên tâm vào các nhiệm vụ quan trọng được Nhà nước giao phó. Tuy vậy, khi có chủ trương thúc đẩy phong trào nghiên cứu khoa học trong các trường đại học, Giáo sư lại trở về với lý thuyết diện Riemann yêu thích của mình. Theo lời kể của ông, hai công trình đăng trong tạp chí *Sibirskii Matematicheskii Zhurnal* và *Acta Scientiarum Vietnamicarum* vào các năm 1964, 1965 là kết quả của việc nghiên cứu một vấn đề mà ông suy nghĩ từ khi còn ở Pháp, nhưng chưa có dịp thực hiện. Trong các công trình đó, Lê Văn Thiêm đưa ra điều kiện để một mặt phủ là diện Riemann thuộc kiểu hypecbôlic thông qua việc tồn tại “đầu mút môđula”. Ông cũng đưa ra các điều kiện để một diện Riemann thuộc lớp O_{HB} , tức là trên đó không tồn tại hàm điều hoà giới nội khác hằng số.

Từ sau hai công trình kể trên, Giáo sư Lê Văn Thiêm chuyển hẳn sang nghiên cứu các vấn đề toán học ứng dụng, theo chủ trương đưa khoa học vào phục vụ thực tiễn sản xuất và chiến đấu.

(Còn nữa)

Thuật toán xác định thông tin giả⁽¹⁾

Martin Koppe

Các thông tin thất thiệt - dưới dạng văn bản hoặc hình ảnh - thường xuất hiện mỗi khi có một sự kiện nào đó được truyền thông đặc biệt quan tâm. Các mạng xã hội đang tìm cách kiểm soát hiện tượng này, trong khi các nhà nghiên cứu đang phát triển các thuật toán hiệu quả hơn để phát hiện chúng.

Kiểm chứng một thông tin ngoài ngữ cảnh cũng giống như đánh bạc. Theo một nghiên cứu năm 2006⁽²⁾ của Đại học Kitô giáo Texas, khả năng phát hiện lừa dối của chúng ta không khá hơn việc đoán bừa⁽³⁾. Một thập kỷ sau, việc các mạng xã hội đặt chúng ta trước một luồng thông tin khổng lồ khiến cho việc lọc thông tin càng trở nên khó khăn hơn.

Vì vậy, nhiều nhóm nghiên cứu đã phát triển các phương pháp để phát hiện các

“tin vịt” và các thông tin giả khác, mà mức độ có thể đi từ một trò đùa đến một thủ đoạn chính trị trên quy mô rộng. Tại IRISA⁽⁴⁾, Vincent Claveau, nghiên cứu viên CNRS, và Ewa Kijak, giảng viên Đại học Rennes 1, đang cùng với nghiên cứu sinh Cédric Maigrot tìm cách tự động hóa việc truy tìm những hình ảnh và thông tin giả.

Claveau cho rằng: “Trừ những bức ảnh được ghép một cách thô thiển, con người không thể nhận ra sự chỉnh sửa hay việc sử dụng lại một bức ảnh khác. Chỉ tin học mới làm được việc đó.” Theo ông, tự động hóa có hai mục đích: xử lý một lượng tin tức vượt quá khả năng của con người, và mang đến một cái nhìn chỉ có ở máy móc, ít bị thiên lệch hơn so với con người. Ông xác nhận: “Người ta ít nghi ngờ một thông tin trùng với nhận định của mình”.



Sau cơn bão Harvey (tháng 8/2017), bức ảnh con cá mập bơi trên đường ở Houston (Mỹ) này được chia sẻ rất nhiều trên mạng. Thực ra nó là một bức ảnh ghép và kể từ đó xuất hiện sau mọi cơn bão.

Nguồn: Twitter

⁽¹⁾Nguồn: <https://news.cnrs.fr/articles/algorithms-to-detect-hoaxes>

⁽²⁾<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/16859438>

⁽³⁾Pers Soc Psychol Rev. 2006, vol. 10 (3) : 214-34.

⁽⁴⁾Institut de recherche en informatique et systèmes aléatoires - Viện nghiên cứu về Tin học và các Hệ thống ngẫu nhiên, Rennes, Pháp.

NGUỒN GỐC THÔNG TIN

Có ba cách để kiểm chứng. Thứ nhất, phân tích mạng có thể giúp lần theo vết của một thông tin. Liệu nó bắt nguồn từ một hãng tin có uy tín, hay từ một trang mạng chuyên làm tin giả? Nhóm nghiên cứu cũng theo dõi các trang có vai trò như hộp cộng hưởng chứ không sản xuất nội dung.

Tuy nhiên, một số mạng xã hội không cho phép lần ra toàn bộ nguồn gốc của một mẫu tin, chủ yếu để giữ bí mật cho thuật toán của họ. Các nhà nghiên cứu không nao núng. Chẳng hạn, một nhóm nghiên cứu từ ISC-PI2⁽⁵⁾ và CAMS⁽⁶⁾ đã thực hiện Dự án Politoscope⁽⁷⁾ về việc vẽ bản đồ phát tán của các *tweet*⁽⁸⁾. Hệ thống này chỉ ra sự hình thành và phát triển của các cộng đồng chính trị dựa trên cách các tài khoản Twitter phản ứng với các nội dung được truyền trên mạng. Nó thậm chí chỉ ra những nhóm nào phản ứng và chia sẻ các thông tin mới trước tiên. Để đạt được việc này, hệ thống đã phân tích tỉ mỉ hơn 80 triệu *tweet*.

Bước tiếp theo, các bình luận của người đọc có thể cho những manh mối về tính xác thực của thông tin.

Cuối cùng, chính nội dung là đối tượng tự nhiên của việc phân tích, nhất là nếu có cả chữ và hình ảnh. Hình ảnh có bị chỉnh sửa hay không? Thông điệp và hình ảnh có liên quan đến nhau hay không? Ngôn ngữ được sử dụng cũng có thể tiết lộ nguồn gốc của thông tin, chẳng hạn việc sử dụng các biểu tượng cảm xúc, sự lạm dụng các dấu chấm cảm và chấm hỏi, thiếu trích dẫn, sử dụng nhiều ngôi thứ nhất và ngôi thứ hai, v.v.

Một thuật toán có thể nhận dạng và tách rời các yếu tố trên, cùng với các tên gọi và ngày tháng cấu thành thông tin, mà một số có thể đã xuất hiện ngay trong các từ khóa hoặc trong các thẻ *hashtag*.

CỔ MÁY TÌM KIẾM KIỂM TRA HÌNH ẢNH

Nhóm nghiên cứu của IRISA đặc biệt tập trung vào hình ảnh. Ngoài ảnh được chỉnh sửa, có thể đánh lừa người đọc bằng một bức ảnh thật với chú thích khác. Chẳng hạn những bức ảnh cũ về những nạn nhân của một vụ đánh bom được “tái chế” để lên án một phe trong một cuộc xung đột hoàn toàn khác.



⁽⁵⁾Institut des systèmes complexes de Paris Île-de-France - Viện nghiên cứu Các hệ phức tạp của vùng Paris - Île-de-France.

⁽⁶⁾Centre d'analyse et de mathématiques sociales - Trung tâm Phân tích xã hội và Toán học xã hội

⁽⁷⁾<https://politoscope.org/news/>

⁽⁸⁾Các dòng trạng thái trên mạng xã hội Twitter - chú thích của người dịch.

Nhóm nghiên cứu IRISA đã tìm ra hay bức ảnh gốc được dùng để ghép. Một bức chụp một con đường bị ngập. Bức kia chụp một con cá mập bơi gần một chiếc kayak ở Nam Phi và được đăng ở tạp chí “Africa Geographic”, tháng 9/2005. Nguồn: www.thomaspeschak.com

Trong khi người bình thường có thể lần tìm nguồn gốc một bức ảnh bằng Google Image, các nhà nghiên cứu đã tạo ra một cỗ máy tìm kiếm hình ảnh riêng. “Google Image xử lý rất tệ một số chỉnh sửa rất đơn giản và nhanh gọn, chẳng hạn lật ngược trái - phải, đổi màu, cắt gọn, v.v.”, Vincent Claveau giải thích. “Cỗ máy tìm kiếm của IRISA chắc chắn hơn và ít bị lừa bởi các mẹo đó.”

Nó có thể xem xét kỹ các yếu tố của một bức ảnh, phát hiện xem chúng có phải được lấy từ các bức ảnh khác nhau và kết hợp lại không. “Cùng một bức ảnh được sử dụng đi sử dụng lại cho những cơn bão khác nhau”, nhà khoa học đưa ra một thí dụ. “Nó cho thấy một làn đường bị ngập với một con cá mập đang bơi. Chúng tôi đã tìm được các bức ảnh thật về cơn lụt và về con cá mập.”

Các chi tiết kỹ thuật cũng có thể giúp nhận dạng ảnh ghép. Thí dụ, hai lần nén trong một file cho biết một phần của bức ảnh được lấy từ một bức ảnh đã bị nén. Cỗ máy tìm kiếm cũng phân tích phần chữ đi kèm hình ảnh. Từ những từ khóa quan trọng nhất, như địa danh và người, có thể giúp so sánh và phát hiện các dấu hiệu lạm dụng hoặc giả mạo.

CẢNH BÁO THAY VÌ QUY ĐỊNH

Những tiền bộ này nên được sử dụng như thế nào trong cuộc chiến chống lại thông tin giả? Lý tưởng nhất, chúng nên được đưa vào cấu trúc của các mạng xã hội để phát hiện tin thất thiệt càng sớm càng tốt, tuy nhiên điều này phụ thuộc vào thiện ý của các công ty. Thí dụ, ở một số nước, Facebook có một tùy chọn

cho phép người dùng gửi các thông tin họ nghi ngờ cho các cơ quan truyền thông đáng tin cậy để kiểm chứng. Thế nhưng vẫn có nguy cơ công chúng sẽ không tổ giác những gì hợp với ý mình. Thực tế là một nghiên cứu⁽⁹⁾ của Đại học Yale đã chỉ ra rằng một hệ thống như vậy không có tác dụng tích cực nào trong việc ngăn ngừa sự lan truyền của tin giả⁽¹⁰⁾. Vì vậy, nhóm nghiên cứu của IRISA nghiêng về hướng các tiện ích mở rộng của trình duyệt hơn.

“Các *plug-in* sẽ lướt qua các trang mạng, tweet, các nội dung Facebook, và chỉ ra tất cả những gì đáng ngờ”, Claveau gợi ý. “Ý tưởng là ưu tiên để người đọc quyết định. Máy móc không đưa ra sự thật mà chỉ cung cấp manh mối.”

Các thuật toán trí tuệ nhân tạo hiện có thể đồng bộ hóa một video theo một file tiếng. Nghệ sỹ người Đức Mario Klingemann đã tạo ra một cách tự động một đoạn video trong đó ca sỹ người Pháp Françoise Hardy thể hiện một phát biểu gây tranh cãi của Kellyanne Conway, cố vấn của tổng thống Mỹ Donald Trump. Mặc dù đoạn video này trông rõ ràng là giả, sự tiến bộ nhanh chóng trong trí tuệ nhân tạo hứa hẹn sẽ xóa nhòa ranh giới giữa thật và hư cấu.

Xem video của Mario Klingemann tại [youtube.com/watch?v=af_9LXhceBY](https://www.youtube.com/watch?v=af_9LXhceBY).

Câu hỏi về tính chính đáng thường xuyên được đặt ra. Khi mục “Giải mã” của nhật báo Le Monde giới thiệu Décodex vào tháng 2 năm 2017, một công cụ gắn màu sắc cho các trang mạng tùy theo độ tin cậy của chúng, sự đón nhận của công chúng là không đồng nhất.

“Một thuật toán có thể sẽ được cho là công bằng hơn một tờ báo đứng ra đánh

⁽⁹⁾https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3035384

⁽¹⁰⁾G. Pennycook et D. G. Rand, Assessing the Effect of “Disputed” Warnings and Source Salience on Perceptions of Fake News Accuracy, SSRN, online on 15/09/2017.

giá các các tờ báo khác”, Claveau nói tiếp. “Dù vậy, nhóm Décodex vẫn đã làm được một việc có ích để giúp chúng ta đánh giá tốt hơn chất lượng thông tin.”

Dù sao đi nữa, tin giả vẫn xuất hiện theo các chu kỳ và có xu hướng nhiều

lên sau mỗi sự kiện được truyền thông quan tâm. Những tin thô thiển nhất rất dễ nhận ra, nhưng những tin khác đặt ra những câu hỏi phức tạp hơn về việc tìm ra sự thật. Vì vậy mục đích của các thuật toán là cảnh báo thay vì phán xét, trách nhiệm cuối cùng là của người đọc.

Người dịch: Nguyễn Hoàng Thạch (Viện Toán Học – Viện HLKHCN Việt Nam)

Về các công trình của Peter Scholze

Đỗ Việt Cường

(Đại học Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội)

CHỦ NHÂN TRẺ TUỔI CỦA HUY CHƯƠNG
FIELDS

Từ trước khi Đại hội Toán học Quốc tế 2018 diễn ra, không ít những người quan tâm đến toán học đã có cho mình một danh sách những ứng cử viên sáng giá cho huy chương Fields. Một trong những tên tuổi được nhắc đến nhiều nhất trong các danh sách đó là Peter Scholze.



Peter Scholze.

Nguồn: Tatjana Ruf, Oberwolfach.

Và không ngoài kỳ vọng của số đông, vào ngày đầu tiên (01/08/2018) của Đại hội Toán học Quốc tế tổ chức tại Rio de Janeiro, Brazil, Peter Scholze (30 tuổi,

giáo sư Đại học Bonn, Đức) chính thức trở thành một trong những nhà toán học trẻ nhất nhận được huy chương Fields, đồng thời là người Đức thứ hai nhận được giải thưởng danh giá này⁽¹⁾.

Sau đây là một vài đánh giá của Liên đoàn Toán học Thế giới về các công trình của Peter Scholze (xem bản gốc tiếng Anh ở [14]):

“Peter Scholze đã cách tân Hình học đại số số học trên trường p -adic.

*Lý thuyết các không gian **perfectoid** của Peter Scholze đã thay đổi một cách sâu sắc hình học p -adic bằng việc liên kết ngành này với hình học trên đặc số p . Sử dụng lý thuyết các không gian perfectoid, Peter Scholze đã chứng minh được giả thuyết trọng *monodromy* (weight-monodromy) của Deligne cho trường hợp giao đầy đủ. Trong một ứng dụng khác, Scholze xây dựng các biểu diễn Galois gắn với các lớp đối đồng điều xoắn của các không gian đối xứng địa phương, qua đó giải quyết một giả thuyết đã tồn tại lâu năm.*

⁽¹⁾Tính đến nay, nhà toán học trẻ nhất nhận được giải thưởng này là Jean-Pierre Serre; ông nhận giải Fields năm 1954 khi chưa đầy 28 tuổi. Người Đức đầu tiên nhận giải Fields là Gerd Faltings, vào năm 1986, khi đó Faltings 32 tuổi.

Lý thuyết Hodge p -adic do Scholze xây dựng áp dụng được cho các không gian p -adic cứng (rigid) tổng quát. Cùng với Bhatt và Morrow, Scholze đã phát triển một phiên bản “nguyên” của lý thuyết Hodge p -adic, một công cụ giúp liên hệ giữa phần xoắn trong đối đồng điều Betti và đối đồng điều tinh thể (crystalline cohomology).

Scholze đã phát triển những phương pháp đối đồng điều mới. Vượt ra khỏi phạm vi các trường p -adic, viễn kiến của Scholze về một lý thuyết đối đồng điều trên tập số nguyên đã trở thành kim chỉ nam lời cuốn toàn bộ cộng đồng toán học.”

TÀI NĂNG KHÔNG ĐỢI TUỔI

Được Đại học Bonn bổ nhiệm năm 2012, Peter Scholze trở thành giáo sư chính thức (W3) trẻ nhất của Đức khi chưa đầy 25 tuổi. Scholze sinh ngày 11 tháng 12 năm 1987 tại Dresden. Cha là nhà vật lý, mẹ là chuyên gia tin học. Anh bắt đầu học toán cao cấp từ năm 14 tuổi, khi còn là học sinh phổ thông ở trường trung học Heinrich Hertz ở Berlin, trường chuyên về toán và khoa học tự nhiên.

Scholze bắt đầu đọc chứng minh giả thuyết Fermat (cũng được gọi là định lý cuối cùng của Fermat) của Andrew Wiles vào năm 16 tuổi. Giả thuyết Fermat được phát biểu như sau: “Với bất kỳ số tự nhiên n lớn hơn 2 nào, cũng không tồn tại bộ 3 số nguyên dương a, b, c thỏa mãn phương trình: $a^n + b^n = c^n$ ”. Mặc dù có phát biểu khá đơn giản, giả thuyết này đã làm đau đầu các nhà toán học trong suốt 357 năm. (Giả thuyết được Fermat viết ra năm 1637 bên lề cuốn sách Arithmetica, và phải đến năm 1994 mới được Andrew Wiles chứng minh). Để chứng minh định lý này, Wiles đã phải dùng rất nhiều công cụ của toán học hiện đại như các dạng modular, lý thuyết các đường cong elliptic,... Chúng là những kiến thức khó, trừu tượng, nhưng cũng rất đẹp. Scholze cho

biết: “Tôi chẳng hiểu gì cả, nhưng nó thật sự rất cuốn hút”.

Gặp khó không nản, Scholze đã tự trang bị thêm kiến thức cho mình, chỗ nào không hiểu thì tìm ngay tài liệu để đọc cho bằng hiểu. Anh nói: “Việc tìm hiểu các kiến thức liên quan đến một vấn đề đôi khi còn thú vị hơn chính vấn đề đó”.

Có lẽ chính quá trình đọc, tự học đó đã giúp Scholze định hình sở thích toán học. Scholze khẳng định: “Cuối cùng, số học là niềm đam mê của tôi”.

Sau khi học hết trung học phổ thông, Scholze tiếp tục học lý thuyết số và hình học tại Đại học Bonn. Anh hoàn thành chương trình đại học chỉ sau 3 học kì và nhận bằng thạc sĩ trong 2 học kì tiếp theo.

Năm 2010, khi đang là học viên cao học, anh đã khiến những người làm toán, đặc biệt là những nhà lý thuyết số bất ngờ khi viết lại chứng minh dài hơn 280 trang của Harris và Taylor về tương ứng Langlands địa phương của nhóm tuyến tính tổng quát trên trường p -adic [5, 11], chỉ trong 37 trang. Scholze đã tìm được cách vượt qua được một trong những bước phức tạp nhất nhằm kiểm soát mối tương quan giữa lý thuyết số và hình học trong chứng minh của Harris-Taylor. Jared Weinstein - một chuyên gia về lý thuyết số tại đại học Boston, Mỹ đã phải thốt lên rằng: “Thật đáng kinh ngạc khi một người còn trẻ như thế lại có thể tạo ra một đột phá lớn đến vậy.”

CÁC KHÔNG GIAN PERFECTOID

Năm 2011, một lần nữa Scholze làm cộng đồng toán học bất ngờ với công trình về các không gian perfectoid. Theo đánh giá của Liên đoàn Toán học Thế giới, công trình này là cuộc cách mạng, làm thay đổi Hình học đại số số học trên trường p -adic. Công trình về các không gian perfectoid xuất phát từ một gợi ý của

Rapoport (thầy hướng dẫn của Scholze) rằng ta có thể đưa việc chứng minh giả thuyết trọng-monodromy của Deligne về trường địa phương của trường hàm sau một phép “chuyển cơ sở rẽ nhánh cao độ” (highly ramified base change).

Cổ định một số nguyên tố p , trên trường các số hữu tỉ $\mathbb{Q}$, ta có một chuẩn nhân tính $|\cdot|_p$ sao cho số tự nhiên n chia hết cho một lũy thừa càng lớn của p thì có chuẩn $|n|_p$ càng bé. Đầy đủ hóa của $\mathbb{Q}$ với chuẩn đó là một trường $\mathbb{Q}_p$ – được gọi là trường các số p -adic. Một trong những tính chất đặc biệt của thể giới p -adic là các số tự nhiên không còn là một tập hợp rời rạc nữa, mà chúng trù mật trong vành $\mathbb{Z}_p := \{x \in \mathbb{Q}_p, |x|_p \leq 1\}$ của các số nguyên p -adic.

Các số nguyên p -adic có thể xem như một chuỗi lũy thừa

$$a_0 + a_1p + a_2p^2 + \dots,$$

với các hệ số a_i nằm trong $\{0, 1, \dots, p-1\}$. Khi thực hiện các phép toán cộng và nhân hai phần tử của $\mathbb{Z}_p$, ta cần “dịch chuyển” khi các hệ số nằm ngoài khoảng $\{0, 1, \dots, p-1\}$. Nếu bỏ qua những sự dịch chuyển này, ta sẽ nhận được một vành khác, vành $\mathbb{F}_p[[t]]$ các chuỗi lũy thừa hình thức trên $\mathbb{F}_p$. Cả hai vành $\mathbb{F}_p[[t]]$ và $\mathbb{Z}_p$ đều là những vành định giá rời rạc với trường thặng dư là $\mathbb{F}_p$, nhưng cấu trúc của $\mathbb{F}_p[[t]]$ được cho là đơn giản hơn, do t là một biến tự do, trong khi đó $p = 1 + 1 + \dots + 1$.

Một cách hình dung về phép “chuyển cơ sở rẽ nhánh cao độ” là định lý sau của Fontaine - Wintenberger:

Định lý 1.1 (Fontaine-Wintenberger, 1970, cf. [4]). Cho $L = \mathbb{Q}_p(p^{1/p^\infty}) := \bigcup_{n=1}^{\infty} \mathbb{Q}_p(p^{1/p^n})$, hay nói một cách khác L là $\mathbb{Q}_p$ thêm vào tất cả các căn bậc p -lũy thừa của p . (L là một mở rộng rẽ nhánh vô hạn của $\mathbb{Q}_p$). Ký hiệu $\mathbb{F}_p((t))$ là trường các thương của vành $\mathbb{F}_p[[t]]$ và $L^\flat := \bigcup_{n=1}^{\infty} \mathbb{F}_p((t^{1/p^n}))$ là hoàn hảo hóa

của $\mathbb{F}_p((t))$. Khi đó ta có

$$\text{Gal}(\overline{L^\flat}/L^\flat) \simeq \text{Gal}(\overline{L}/L) \subset \text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}_p}/\mathbb{Q}_p).$$

Ở đây, $\text{Gal}(\overline{K}/K)$ ký hiệu nhóm Galois tuyệt đối của một trường K .

Nói cách khác, sau khi chuyển cơ sở, lý thuyết Galois trên $\mathbb{Q}_p$ cũng “giống như” lý thuyết Galois trên $\mathbb{F}_p((t))$. Một câu hỏi hoàn toàn tự nhiên là Định lý 1.1 trên có thể mở rộng cho chiều cao hơn hay không? Nói khác đi, liệu có mối quan hệ tương tự giữa các đại số (nào đó) được định nghĩa trên L và trên $L^\flat$ hay không?

Scholze đã trả lời câu hỏi đó bằng cách xây dựng các đại số perfectoid.

Chú ý rằng cả L và $L^\flat$ đều được trang bị các chuẩn tự nhiên được cho (tương ứng) bởi các metric p -adic và t -adic. Để tránh các vấn đề kỹ thuật liên quan đến các phép toán “giới hạn”, Scholze xây dựng các đại số perfectoid trên đầy đủ hóa theo chuẩn p -adic K của L và đầy đủ hóa theo chuẩn t -adic $K^\flat$ của $L^\flat$. Cần nói thêm rằng, ta cũng có một phiên bản của Định lý 1.1 trên cho K và $K^\flat$ do việc đầy đủ hóa không làm thay đổi nhóm Galois.

Khái niệm then chốt về các đại số perfectoid do Scholze đưa ra như sau:

Định nghĩa 1.2. Một K -đại số perfectoid A là một K -đại số Banach sao cho vành con $A^\circ := \{x \in A \mid \sup_{n \geq 1} (||x^n||) < \infty\}$ (với $||\cdot||$ là chuẩn trên A) của các phần tử có lũy thừa bị chặn là mở và bị chặn, và tự đồng cấu Frobenius trên A°/p là một toàn cấu. Ta cũng có một định nghĩa tương tự cho các $K^\flat$ -đại số perfectoid.

Trong hình học đại số, các đa tạp được xây dựng bằng cách dán các đa tạp affine (được mô tả hoàn toàn bởi vành các hàm của nó) lại với nhau. Ta cũng có thể làm điều tương tự như vậy đối với các không gian perfectoid: các vật “affine” của chúng ta lúc này tương ứng với các K -đại số perfectoid. Chúng ta bỏ qua các

kĩ thuật dán các vật “affine” ở đây, và giả sử rằng các K -không gian perfectoid, được xây dựng bởi việc dán các “phổ” của các K -đại số perfectoid, đã được định nghĩa. Khi đó ta có định lý chính sau:

Định lý 1.3 (Scholze, cf. [9]). *Ta có một đồng nhất tự nhiên giữa phạm trù các K -không gian perfectoid và phạm trù các K^b -không gian perfectoid. Hơn thế nữa đồng nhất đó bảo toàn tôpô étale.*

Chúng ta có biểu đồ sau về mối quan hệ giữa các không gian perfectoid và hình học đại số cổ điển.

$$\begin{array}{ccc}
 \{\text{Các đa tạp đại số}/K\} & & \{\text{Các đa tạp đại số}/K^b\} \\
 \downarrow \text{ } & & \downarrow \text{Hoàn hảo hóa} \\
 \{\text{Các không gian perfectoid}/K\} & \xleftrightarrow{\text{Định lý 1.3}} & \{\text{Các không gian perfectoid}/K^b\}
 \end{array}$$

Chúng ta giải thích một chút về mỗi tên “Hoàn hảo hóa” của lược đồ. Một vành R có đặc số p được gọi là *hoàn hảo* nếu đồng cấu Frobenius $\varphi : R \rightarrow R$ là một đẳng cấu. Fontaine đã định nghĩa một *hàm tử nghiêng* (tilting functor) cho phép gán một vành hoàn hảo có đặc số p cho một vành giao hoán bất kì (không nhất thiết có đặc số p). Quá trình gán đó được gọi là “hoàn hảo hóa”. Scholze đã sử dụng điều này để hoàn hảo hóa các đa tạp đại số trên K^b , và chứng minh rằng có một cách tự nhiên để gán một K^b -không gian perfectoid cho một đa tạp đại số trên K^b . Tuy nhiên với trường hợp đặc số 0, không có một cách tự nhiên nào để gán một K -không gian perfectoid cho một K -đa tạp đại số cả.

Với một K -đa tạp đại số X cho trước, nếu ta có thể xây dựng được một K -không gian perfectoid, ta có thể thu được khá nhiều thông tin mới về đa tạp X . Chúng ta sẽ mô tả lại điều này qua một vài lớp các ví dụ (chúng dẫn đến những kết quả rất mạnh và sâu trong hình học đại số số học).

Ứng dụng trong giả thuyết trọng-monodromy của Deligne (mục tiêu ban đầu của lý thuyết các không gian perfectoid). Cho X là một đa tạp xạ ảnh trơn được định nghĩa trên $\mathbb{Q}$. Khi đó có

một tác động tự nhiên của nhóm Galois $G = \text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ lên X . Một trong những bài toán quan trọng của hình học số học là tìm các điểm hữu tỉ của X (nói đơn giản thì đó là việc tìm các nghiệm hữu tỉ của hệ phương trình dùng để định nghĩa X) và tìm các nghiệm modulo p (các nghiệm modulo p cho ta thêm thông tin về các nghiệm nguyên - ví dụ như nguyên lý Hasse). Việc nghiên cứu trực tiếp X thường rất khó khăn, do đó các nhà số học thường thêm vào X những “phụ kiện”, chẳng hạn như những không gian véc-tơ V nào đó với một số cấu trúc cảm sinh từ hình học và lý thuyết số, với hy vọng những không gian véc-tơ này có thể lưu giữ được đủ thông tin về X để có thể trả lời được câu hỏi về nghiệm hữu tỉ và nghiệm modulo p .

Một trong số những phụ kiện đó là đối đồng điều ℓ -adic $V = H^i(X, \mathbb{Q}_\ell)$ với ℓ là một số nguyên tố và i là một số nguyên. Xét p là số nguyên tố sao cho khi ta rút gọn modulo p , thì X vẫn còn trơn (rút gọn như thế được gọi là một rút gọn tốt). Khi đó ta có một tác động của một nhóm con $G_p := \text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}_p}/\mathbb{Q}_p)$ của G trên đa tạp rút gọn modulo p . Giả thuyết của Weil (được chứng minh bởi Deligne, xem [2]) nói rằng nghiệm modulo p có thể tính được nhờ việc hiểu được định thức của $1 - F_p$ tác động lên không gian $H^i(X, \mathbb{Q}_\ell)$

với mọi i ($\ell \neq p$), trong đó F_p là tự đẳng cấu Frobenius, một phần tử đặc biệt của G_p .

Một câu hỏi hoàn toàn tự nhiên là điều gì xảy ra khi p không còn cho ta một rút gọn tốt. Trong trường hợp này, chúng ta không thể kỳ vọng một kết quả đẹp như giả thuyết của Weil, nhưng có thể hy vọng các giá trị riêng của tự đẳng cấu Frobenius trên các đối đồng điều ℓ -adic vẫn có thể cho những thông tin có ích. Sử dụng định lý monodromy của Grothendieck, ta có thể xây dựng trên V một lọc (một dãy tăng các không gian con $\cdots \subset V_j \subset V_{j+1} \subset \cdots$ của V) dựa trên các tính chất hình học của X . Ta có một tác động của đồng cấu Frobenius lên các không gian thương $\mathrm{gr}_j V := V_j/V_{j-1}$. Giả thuyết trọng-monodromy được phát biểu như sau:

Giả thuyết 1.4 (Giả thuyết trọng-monodromy, Deligne). *Các giá trị riêng của đồng cấu Frobenius tác động trên $\mathrm{gr}_j H^i(X, \mathbb{Q}_\ell)$ là những số Weil có trọng là $i + j$, nói cách khác, chúng là các phần tử $\alpha \in \overline{\mathbb{Q}}$ thỏa mãn tính chất $|\iota(\alpha)| = p^{(i+j)/2}$ với mọi phép nhúng $\iota : \overline{\mathbb{Q}} \rightarrow \mathbb{C}$.*

Trước khi Scholze đưa ra khái niệm không gian perfectoid, giả thuyết này mới chỉ được chứng minh cho trường hợp $i = 1$ (bởi Grothendieck) và $i = 2$ (bởi Rapoport-Zink trong trường hợp nửa ổn định và sau đó bởi de Jong trong trường hợp tổng quát). Một giả thuyết tương tự cho trường hàm được chứng minh bởi Deligne trong quá trình chứng minh giả thuyết của Weil (xem [2]).

Bằng việc có thể xây dựng được một K -không gian perfectoid cho các siêu mặt $H \subset \mathbb{P}_K^n$ và sử dụng tương ứng trong Định lý 1.3, Scholze đưa việc chứng minh giả thuyết trọng-monodromy cho $X = H$ trở về một phát biểu tương tự cho một

siêu mặt trơn H' trên trường hàm đã được chứng minh tổng quát bởi Deligne. Như vậy Scholze đã chứng minh định lý sau:

Định lý 1.5 (Scholze, [9, Theorem 9.6]). *Cho $X \subset \mathbb{P}_K^n$ là một siêu mặt trơn, hay tổng quát hơn, một giao đầy đủ trơn. Khi đó giả thuyết trọng-monodromy cho X đúng với mọi i .*

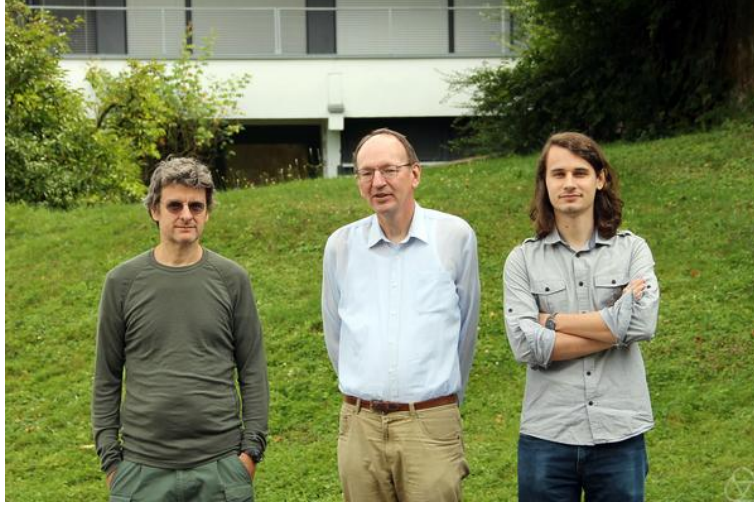
Phân xoắn trong đối đồng điều của các đa tạp đối xứng địa phương. Một không gian đối xứng địa phương là thương $\Gamma \backslash X$ của không gian đối xứng toàn cục $X = G/K$, trong đó G là một nhóm Lie reductive không compact với nhóm con compact cực đại là K và Γ là một nhóm con rời rạc của G . Một ví dụ đơn giản của không gian đối xứng địa phương là đường cong modular M được định nghĩa bởi thương của nửa mặt phẳng trên $\mathbb{H} := \{x + iy \mid y > 0\}$ ($\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})/\mathrm{SO}_2$) cho nhóm rời rạc $\Gamma := \mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$, với tác động ở đây là

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot z = \frac{az + b}{cz + d}.$$

M là một không gian tham số tự nhiên của các đường cong elliptic (các xuyên phức).

Các không gian đối xứng địa phương có tương quan mật thiết với lý thuyết số, thông qua lý thuyết các dạng tự đẳng cấu (automorphic form, trong chương trình Langlands). Giải tích điều hòa trên các không gian đối xứng địa phương đóng một vai trò nền tảng trong lý thuyết các dạng tự đẳng cấu. Đặc biệt có thể nhắc đến công trình của W. Müller [7] về phần phổ của công thức vết Arthur-Selberg. Công trình này cho ta luật Weyl cho các phổ cuspidal, từ đó suy ra có rất nhiều dạng cusp cho nhóm $\mathrm{SL}_n(\mathbb{Z})$.

Ở đây chúng ta quan tâm đến câu hỏi sau, thường được gọi là “tương ứng Langlands toàn cục p -adic”.



Từ trái qua phải: Johan de Jong, Gerd Faltings và Peter Scholze.

Nguồn: Petra Lein, Oberwolfach.

Giả thuyết 1.6 (Tương ứng Langlands toàn cục p -adic). Xét biểu đồ sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Các đa tạp} \\ \text{đại số}/\mathbb{Q} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Đổi đồng điều étale}} \left\{ \begin{array}{l} \text{Các biểu diễn} \\ \text{hữu hạn của} \\ \text{nhóm Galois} \\ \text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{(1)} \\ \xleftarrow{(2)} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Phản xoắn trong} \\ \text{đổi đồng điều} \\ \text{của các không} \\ \text{gian đối xứng} \\ \text{địa phương} \end{array} \right\}.$$

(1) Liệu phản xoắn trong đổi đồng điều của các không gian đối xứng địa phương có cho ta các biểu diễn hữu hạn của nhóm Galois không?

(2) (Giả thuyết Serre) (Hầu hết) các biểu diễn hữu hạn của nhóm Galois đều xuất hiện bằng cách (1).

Cố định một số nguyên dương g , xét không gian moduli $\mathcal{A}_g(p^\infty)$ tham số hóa các đa tạp abel A trên K được trang bị thêm một tầm thường $\phi : \mathbb{Z}_p^{2g} \simeq T_p(A)$ cho các mô-đun Tate p -adic của chúng. Nếu nhìn với con mắt hình học đại số cổ điển, thì không gian này khá lớn và xấu. Thế nhưng, Scholze đã chứng minh được rằng $\mathcal{A}_g(p^\infty)$ thực chất là một không gian “đủ tốt”: nó có cấu trúc tự nhiên của một K -không gian perfectoid. Anh cũng nhận được một kết quả tương tự cho một đa tạp Shimura (dạng Hodge) với cấu trúc bậc đầy đủ (full level structure) tại p bất kỳ. Sử dụng những không gian đó, Scholze chứng minh rằng có thể gán các biểu diễn Galois cho các lớp xoắn trong đổi đồng

điều của các không gian đối xứng địa phương và giải quyết được ý (1) của giả thuyết tương ứng Langlands toàn cục p -adic (tức là Giả thuyết 1.6 ở trên).

Cần nói thêm rằng, do các không gian perfectoid là các không gian trong hình học giải tích, chúng thực sự có thể giúp ta nghiên cứu các không gian giải tích cứng cổ điển. Scholze đã tiếp cận theo hướng này để mở rộng các kết quả nền tảng trong lý thuyết Hodge p -adic. Chẳng hạn, Scholze đã mở rộng “Định lý hầu thuần túy” (almost purity theorem) của Faltings cho các không gian giải tích cứng được định nghĩa trên $\mathbb{Q}_p$. Đây là định lý chìa khóa được Faltings sử dụng trong các nghiên cứu về lý thuyết Hodge p -adic,

nó cho phép ông chứng minh được rất nhiều giả thuyết do Fontaine đề ra. Phiên bản Định lý hầu thuần túy của Scholze xác nhận một tiên đoán Tate đưa ra năm 1966. Chìa khóa cho hướng tiếp cận của Scholze là “theo một nghĩa phù hợp”, mọi không gian giải tích cứng cổ điển trên $\mathbb{Q}_p$ là các perfectoid địa phương. Cụ thể ở đây, Scholze đã chứng minh rằng các không gian giải tích cứng của Tate đều là các không gian perfectoid địa phương.

Cùng với các đồng nghiệp B. Bhatt, M. Morrow, Scholze đã phát triển một phiên bản “nguyên” (integral) của lý thuyết Hodge p -adic. Họ xây dựng một lý thuyết đối đồng điều mới cho các lược đồ (hình thức) trơn, riêng (proper) trên vành nguyên của $\mathbb{C}_p$ (một đầy đủ hóa đóng đại số của $\mathbb{Q}_p$). Lý thuyết đối đồng điều này có tính phổ quát đặc biệt, nó khái quát hóa các loại đối đồng điều đã biết trong lý thuyết đối đồng điều p -adic như: đối đồng điều tinh thể, đối đồng điều de Rham hay đối đồng điều étale. Chính điều đó cho phép Bhatt, Morrow, và Scholze chứng minh được những định lý so sánh “nguyên” mạnh (so sánh sự thay đổi của các đối đồng điều khi chuyển từ đặc số 0 sang đặc số p , so sánh giữa các đối đồng điều,...).

Những công trình của Peter Scholze ngoài tính mới, đột phá và sáng tạo, chúng còn là sự mở rộng, thống nhất và đơn giản hóa các ý tưởng đã tồn tại.

Để kết thúc bài viết này, người viết mượn lời của Rapoport: “Scholze còn rất nhiều ý tưởng để dành tặng chúng ta”.

Chú thích của tác giả. Bài viết chịu ảnh hưởng lớn từ bài giới thiệu về không gian perfectoid của Bhatt [1]. Các thông tin được thu thập trên internet về Peter Scholze, có thể đã được đưa vào phần tài liệu tham khảo, cũng có thể chưa - do có quá nhiều thông tin như vậy. Những sai lệch về toán, cách diễn đạt, nếu có, là do tác

giả. Tác giả cảm ơn sự giúp đỡ của TS. Đào Phương Bắc trong việc dịch một số thuật ngữ ra tiếng Việt. Tác giả cảm ơn ban biên tập đã đọc và góp ý kiến cho bài viết, đặc biệt là phần các đánh giá của Liên đoàn Toán học Quốc tế.

TÀI LIỆU

- [1] B. Bhatt, *What is... a perfectoid space?*, Notices of the AMS, Vol. 61, No. 9 (2014): 1082-1084.
- [2] P. Deligne, *La conjecture de Weil II*, Publ. Math. IHES, 52 (1980), 137-252.
- [3] G. Faltings, *p -adic Hodge theory*, J. Amer. Math. Soc. 1(1) (1988): 255-299.
- [4] J.-M. Fontaine, J.-P. Wintenberger, *Extensions algébrique et corps des normes des extensions des corps locaux*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B 288(8) (1979): A441-A444.
- [5] M. Harris, R. Taylor, *The Geometry and Cohomology of Some simple Shimura varieties*, Ann. of Math. No 151, Princeton U. Press. (2001)
- [6] A. Jackson, *The work of Peter Scholze*, <https://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/Prizes/Fields/2018/scholze-final.pdf>.
- [7] W. Müller, *Weyl's law for the cuspidal spectrum of SL_n* , Ann. of Math., 165 (2007), 275-333.
- [8] T. Saito, *Perfectoid spaces and the weight-monodromy conjecture, after Peter Scholze*, Acta Mathematica Vietnamica, Vol 39 (1) (2014): 55-68.
- [9] P. Scholze, *Perfectoid spaces*, Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci. 116 (2012): 245-313.
- [10] P. Scholze, *Perfectoid Spaces: A survey*, Current Developments in Mathematics, 2012 .
- [11] P. Scholze, *The local Langlands correspondence for GL_n over p -adic fields*, Invent. Math., 192 (3) (2013): 663-715.
- [12] P. Scholze, *Perfectoid spaces and their Applications*, Proceedings of the ICM 2014.
- [13] P. Scholze, *p -adic geometry*, Proceedings of the ICM 2018.
- [14] <https://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/Prizes/Fields/2018/Scholze-Citation.pdf>
- [15] <https://plus.maths.org/content/ps>.
- [16] <http://viasm.edu.vn/hoat-dong-khoa-hoc/tin-tuc/chi-tiet/huy-chuong-fields-2018>.
- [17] <https://www.quantamagazine.org/peter-scholze-and-the-future-of-arithmetic-geometry-20160628>

Dành cho các bạn trẻ

LTS: "Dành cho các bạn trẻ" là mục dành cho Sinh viên, Học sinh và tất cả các bạn trẻ yêu Toán. Tòa soạn mong nhận được các bài viết hoặc bài dịch có giá trị cho chuyên mục.

Giải tích và các bài toán cực trị (Phần 2 - cuối)

Trần Nam Dũng

(Trường Phổ thông Năng khiếu - ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh)

3. CỰC TRỊ HÀM NHIỀU BIẾN DƯỚI GÓC NHÌN CỦA TOÁN CAO CẤP

Với những bài toán ở phổ thông, kể cả các bài toán thi học sinh giỏi các cấp, các kiến thức giải tích một biến là đủ để xử lý. Tuy nhiên, để có một góc nhìn tổng quát hơn, để giới thiệu những nét đẹp của toán cao cấp, chúng ta có thể giới thiệu với các em một cách sơ lược về giải tích nhiều biến, phương pháp nhân tử Lagrange. Đây cũng là phương pháp để sáng tạo các bài toán mới, kiểm tra các kết quả sơ cấp khác.

Lưu ý, việc giới thiệu các kiến thức này cho đối tượng nào, ở mức độ nào và nhằm mục đích gì là điều hết sức phải cân nhắc.

Nguyên lý Fermat có thể mở rộng sang trường hợp nhiều chiều mà không có thay đổi gì đáng kể. Để tìm các giá trị cực trị của hàm $f(x)$, trong đó $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, ta tìm các điểm dừng từ hệ phương trình

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0, \\ \text{hay } f'_{x_j}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ (j &= 1, 2, \dots, n), \end{aligned}$$

là hệ có số phương trình bằng số ẩn số.

Sau đó ta sử dụng định lý Weierstrass (định lý tồn tại), thay đoạn $[a, b]$ bằng tập compact A – tập đóng và bị chặn - trong không gian $\mathbb{R}^n$. Đóng ở đây có nghĩa là nó chứa tất cả các điểm giới hạn của nó.

Tương tự như trong trường hợp một chiều, ta cũng gặp vấn đề tìm các giá trị cực trị trong một miền mở. Bổ đề dưới đây giúp chúng ta xử lý một số trường hợp như vậy.

Bổ đề 3.1. Nếu hàm số $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ liên tục và $f(x) \rightarrow +\infty$ khi

$$|x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2} \rightarrow +\infty,$$

thì nó đạt được giá trị nhỏ nhất trong $\mathbb{R}^n$.

Ví dụ 3.2. Trong các tam giác nội tiếp trong một đường tròn cho trước, hãy tìm tam giác có diện tích lớn nhất.

Lời giải. Sử dụng định lý Weierstrass về sự tồn tại của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của một hàm liên tục xác định trên một tập compact, ta suy ra tam giác $A_0B_0C_0$ với diện tích lớn nhất tồn tại. Sử dụng lý luận hình học quen thuộc, ta suy ra tam giác $A_0B_0C_0$ này phải đều.

Ví dụ 3.3. (Định lý cơ bản của đại số) Một đa thức không đồng nhất hằng số với hệ số phức bất kỳ luôn luôn có nghiệm phức.

Lời giải. Xét một đa thức bất kỳ $p(z)$ và xét đại lượng $|p(z)|$ như một hàm của hai biến số thực x và y , trong đó $z = x + iy$. Theo Bổ đề 3.1 hàm số này đạt giá trị nhỏ nhất tại một điểm $z_0 = (x_0, y_0)$. Không mất tính tổng quát, bằng cách đổi biến số, có thể giả sử $z_0 = 0$. Giả sử rằng tại điểm này hàm số $p(z)$ không bằng 0. Gọi k là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho hệ số của

z^k trong đa thức khác 0. Khi đó $k \geq 1$,

$$p(z) = a_0 + a_k z^k + \dots + a_n z^n, \quad a_k \neq 0.$$

Ngoài ra $a_0 \neq 0$ vì $a_0 = p(0) = p(z_0) \neq 0$. Bây giờ ta lấy một nghiệm phức u của phương trình $a_0 + a_k z^k = 0$, tức là một trong những căn phức bậc k của $-a_0 a_k^{-1}$. Ta có

$$\begin{aligned} |p(tu)| &= |a_0 + a_k t^k u^k + o(t^k)| \\ &= |(1 - t^k)a_0 + o(t^k)| \\ &< a_0 = p(0), \end{aligned}$$

với $t > 0$ đủ nhỏ. Mâu thuẫn vì theo giả thiết, $z_0 = 0$ là điểm hàm số đạt giá trị nhỏ nhất. Định lý được chứng minh.

Ví dụ 3.4. (Đề thi chọn đội tuyển trường PTNK năm 1999) Cho x, y là các số thực thoả mãn điều kiện $0 \leq x, y \leq 2$ và $1 \leq x + y \leq 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của

$$A = x^2 + y^2 + xy - 3x - 3y.$$

Lời giải. Hàm số $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 3x - 3y$ khả vi và liên tục trên compact $\mathbb{D}$ xác định bởi các bất đẳng thức ở đề bài ($\mathbb{D}$ là một hình lục giác!) vì vậy $f(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{D}$. Các giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất này sẽ đạt được tại các điểm dừng và trên biên của $\mathbb{D}$.

Hệ phương trình tìm điểm dừng có dạng

$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ 2y + x - 3 = 0 \end{cases}$$

có nghiệm duy nhất $(x, y) = (1, 1)$. Giá trị tại điểm này $f(1, 1) = -3$.

- Trên biên $x = 0$ và $1 \leq y \leq 2$, ta có $f(x, y) = y^2 - 3y$ có giá trị lớn nhất là -2 đạt tại $(0, 1)$, $(0, 2)$, có giá trị nhỏ nhất là $-\frac{9}{4}$ đạt tại $(0, \frac{3}{2})$. Tương tự trên biên $y = 0$, $1 \leq x \leq 2$.
- Trên biên $x = 2$ và $0 \leq y \leq 1$, ta có $f(x, y) = y^2 - y - 2$, có giá trị lớn nhất là -2 đạt tại $(2, 0)$, $(2, 1)$ và giá trị nhỏ nhất là $-\frac{9}{4}$ đạt tại $(2, \frac{1}{2})$. Tương tự trên biên $y = 2$ và $0 \leq x \leq 1$.

- Trên biên $x + y = 1$, $0 \leq x \leq 1$ ta có $f(x, y) = x^2 - x - 2$ có giá trị lớn nhất là -2 đạt tại $(0, 1)$ và $(1, 0)$ và giá trị nhỏ nhất là $-\frac{9}{4}$ đạt tại $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
- Trên biên $x + y = 3$ và $1 \leq x \leq 2$, ta có $f(x, y) = x^2 - 3x$ có giá trị lớn nhất là -2 đạt tại $(1, 2)$, $(2, 1)$ và giá trị nhỏ nhất là $-\frac{9}{4}$ đạt tại $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$.

Từ đó giá trị lớn nhất của f là -2 đạt tại các đỉnh của hình lục giác $(0, 1)$, $(0, 2)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 0)$, $(1, 0)$ và giá trị nhỏ nhất là -3 đạt tại điểm $(1, 1)$.

Chú ý 3.5. Vì các compact có thể được mô tả bằng các bất đẳng thức hoặc các đẳng thức (ví dụ hình cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 1$) nên các bài toán cực trị trên compact có thể quy về bài toán cực trị có điều kiện. Với những bài toán này, chúng ta sẽ sử dụng phương pháp nhân tử Lagrange để tìm lời giải.

Ta giới thiệu nội dung phương pháp này thông qua trường hợp bài toán cực trị nhiều biến với một điều kiện ràng buộc:

Để tìm cực trị của hàm số $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ với điều kiện ràng buộc $g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$, ta xét hàm

$$\begin{aligned} F(\lambda, x_1, x_2, \dots, x_n) &= \\ f(x_1, x_2, \dots, x_n) &+ \lambda g(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{aligned}$$

Sau đó ta tìm cực trị của F . Chú ý rằng các điểm cực trị này đều thoả mãn điều kiện

$$\begin{aligned} g(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \\ F'_\lambda(\lambda, x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \end{aligned}$$

nên sẽ là cực trị của f với điều kiện ràng buộc $g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$.

Ví dụ 3.6. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x, y) = 5x^2 + 2xy + 3y^2$ với điều kiện

$$g(x, y) = 7x^2 + 2xy + 4y^2 - 3 = 0.$$

Lời giải. Xét $L = f(x, y) + \lambda g(x, y)$. Đạo hàm theo các biến x và y , ta được

$$\begin{cases} 10x + 2y + \lambda(14x + 2y) = 0 \\ 2x + 6y + \lambda(2x + 8y) = 0 \end{cases}$$

Từ đây tính λ từ các phương trình rồi cho bằng nhau, ta được

$$\frac{10x + 2y}{14x + 2y} = \frac{6y + 2x}{8y + 2x}.$$

Từ đó suy ra $\frac{y}{x} = \{-1, 2\}$. Thay vào phương trình $g(x, y) = 0$, ta tìm được một số điểm “nghi vấn” của cực trị. Tính các giá trị của hàm số f tại các điểm này, ta thu được giá trị nhỏ nhất đạt tại các điểm

$$(x, y) = \left\{ \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right), \left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3} \right) \right\}.$$

Từ đó dẫn đến kết luận của bài toán.

Cuối cùng ta dùng đến định lý về sự tồn tại giá trị nhỏ nhất ($g(x, y) = 0$ là phương trình của một ellip, vì thế là compact).

Bài 1. (Bài toán về Entropi cực đại) Với n số dương $x_1, x_2, \dots, x_n$ sao cho $\sum_{k=1}^n x_k$, tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $\sum_{k=1}^n x_k \ln(x_k)$. (Tổng này với dấu trừ được gọi là entropi).

Bài 2. Tổng của 5 số thực bằng 1, tổng bình phương của chúng bằng 13 thì giá trị nhỏ nhất của tổng lập phương của chúng bằng bao nhiêu?

Ví dụ 3.7. (Chọn đội tuyển Việt Nam 2001) Cho x, y, z là các số thực dương thoả mãn điều kiện $2x + 4y + 7z = 2xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y + z$.

Lời giải. Xét

$$L = x + y + z + \lambda(2x + 4y + 7z - 2xyz).$$

Khi đó hệ $L_x = L_y = L_z = 0$ có dạng

$$\begin{cases} 1 + \lambda(2 - 2yz) = 0, \\ 1 + \lambda(4 - 2zx) = 0, \\ 1 + \lambda(7 - 2xy) = 0. \end{cases}$$

Từ đây ta tìm được

$$\begin{cases} 2yz = 2 + \frac{1}{\lambda}, \\ 2zx = 4 + \frac{1}{\lambda}, \\ 2xy = 7 + \frac{1}{\lambda}. \end{cases}$$

Mặt khác, điều kiện $x + 4y + 7z = 2xyz$ có thể viết lại thành

$$\frac{2}{2yz} + \frac{4}{2zx} + \frac{7}{2xy} = 1.$$

Thay các biểu thức vừa tìm được ở trên vào, ta tìm được

$$\frac{2\lambda}{2\lambda + 1} + \frac{4\lambda}{4\lambda + 1} + \frac{7\lambda}{7\lambda + 1} = 1.$$

Biến đổi tương đương, ta được phương trình

$$112\lambda^3 + 50\lambda^2 - 1 = 0.$$

Phương trình này có các nghiệm $\lambda = \frac{1}{8}, \lambda = \frac{-4 \pm \sqrt{2}}{14}$ (loại vì dẫn đến $yz < 0$). Từ đó ta có

$$\begin{cases} 2yz = 10 \\ 2zx = 12 \\ 2xy = 15 \end{cases}$$

Từ đây tính được điểm dừng là $(x, y, z) = (3, \frac{5}{2}, 2)$. Sự tồn tại của giá trị nhỏ nhất được đảm bảo bởi Bổ đề 3.1, do đó $(3, \frac{5}{2}, 2)$ chính là điểm mà hàm số đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 3. Cho a, b, c là các số thực dương cho trước và x, y, z là các số thực dương thay đổi thoả mãn điều kiện $xyz = ax + by + cz$. Chứng minh rằng

$$x + y + z \geq$$

$$\sqrt{b + c + \frac{2bc}{d}} + \sqrt{c + a + \frac{2ca}{d}} + \sqrt{a + b + \frac{2ab}{d}},$$

trong đó d là số thực dương xác định bởi phương trình

$$\frac{a}{a + d} + \frac{b}{b + d} + \frac{c}{c + d} = 1.$$

Ví dụ 3.8. (Bất đẳng thức Hölder) Cho $x_1, x_2, \dots, x_n$ là các số thực dương và p, q là các số dương thoả mãn điều kiện $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$. Chứng minh rằng ta có bất đẳng thức

$$\sum_{k=1}^n x_k y_k \leq \left(\sum_{k=1}^n x_k^p \right)^{\frac{1}{p}} \left(\sum_{k=1}^n y_k^q \right)^{\frac{1}{q}}.$$

Lời giải. Do tính thuần nhất, ta chỉ cần chứng minh rằng nếu

$$\sum_{k=1}^n x_k^p = 1, \quad \sum_{k=1}^n y_k^q = 1. \quad (1)$$

thì

$$\sum_{k=1}^n x_k y_k \leq 1.$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $\sum_{k=1}^n x_k y_k$

với điều kiện ràng buộc (1). Xét nhân tử Lagrange

$$L = \sum_{k=1}^n x_k y_k + \lambda \left(\sum_{k=1}^n x_k^p - 1 \right) + \mu \left(\sum_{k=1}^n y_k^q - 1 \right).$$

Hệ phương trình tìm điểm dừng có dạng

$$\begin{cases} y_i + \lambda p x_i^{p-1} = 0, & i = 1, \dots, n \\ x_i + \mu q y_i^{q-1} = 0, & i = 1, \dots, n \end{cases}$$

Viết n phương trình đầu tiên dưới dạng $y_i = (-\lambda p) x_i^{p-1}$, lấy lũy thừa q rồi cộng lại về theo vế, với chú ý rằng $(p-1)q = p$, ta suy ra $-\lambda p = 1$, suy ra $y_i = x_i^{p-1}$. Đây là điểm dừng và là điểm hàm số $\sum_{k=1}^n x_k y_k$ đạt giá trị lớn nhất. Nhưng rõ ràng giá trị lớn nhất này bằng 1 nên ta có điều phải chứng minh.

Cuối cùng, chúng ta sẽ bình luận lời giải của một số bài toán bất đẳng thức dưới góc nhìn của toán cao cấp.

Ví dụ 3.9. Cho $n \geq 2$ và $x_1, x_2, \dots, x_n$ và $y_1, y_2, \dots, y_n$ là $2n$ số thực thoả mãn điều kiện

$$\sum_{i=1}^n a_i^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^n b_i^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^n a_i b_i = 0.$$

Chứng minh rằng $\left(\sum_{i=1}^n a_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n b_i \right)^2 \leq n$.

Lời giải. Bất đẳng thức khá khó chịu này có một lời giải hết sức ngắn gọn và ấn tượng. Đặt $A = \sum_{i=1}^n a_i$, $B = \sum_{i=1}^n b_i$. Khi đó khai triển bất đẳng thức hiển nhiên

$$(1 - Aa_i - Bb_i)^2 \geq 0,$$

ta được

$$1 - 2Aa_i - 2Bb_i + 2Aa_i b_i + A^2 a_i^2 + B^2 b_i^2 \geq 0.$$

Cho i chạy từ 1 đến n rồi cộng các bất đẳng thức lại về theo vế, chú ý rằng

$$\sum_{i=1}^n a_i^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^n b_i^2 = 1, \quad \sum_{i=1}^n a_i b_i = 0,$$

ta được

$$A^2 + B^2 \leq n,$$

chính là điều phải chứng minh.

Dưới góc nhìn của toán sơ cấp thì khó có thể giải thích được tại sao chúng ta lại nghĩ ra được lời giải này, tại sao lại biết để bình phương các đại lượng $1 - Aa_i - Bb_i$ rồi cộng lại? Chúng ta sẽ lại phải đổ cho “kinh nghiệm, óc phán đoán” hay “nhạy cảm toán học”... Toán cao cấp sẽ giúp chúng ta giải thích được lời giải độc đáo này:

Xét bài toán tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$f(a, b) = \left(\sum_{i=1}^n a_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n b_i \right)^2,$$

với các điều kiện ràng buộc $\sum_{i=1}^n a_i^2 = 1, \sum_{i=1}^n b_i^2 = 1, \sum_{i=1}^n a_i b_i = 0$.

Lập nhân tử Lagrange

$$L = \left(\sum_{i=1}^n a_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n b_i \right)^2 + \lambda \left(\sum_{i=1}^n a_i^2 - 1 \right) + \eta \left(\sum_{i=1}^n b_i^2 - 1 \right) + \mu \sum_{i=1}^n a_i b_i.$$

Các phương trình tìm điểm dừng có dạng

$$\begin{cases} 2A + 2\lambda a_i + \mu b_i = 0, & i = 1, 2, \dots, n \\ 2B + 2\eta a_i + \mu b_i = 0, & i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Từ hệ này, nếu $4\lambda\eta - \mu^2 \neq 0$, thì tất cả các a_i bằng nhau và tất cả các b_i bằng nhau. Điều này không thể xảy ra. Do đó ta phải có $4\lambda\eta - \mu^2 = 0$. Lúc này, để hệ có nghiệm, ta lại phải có

$$\frac{A}{B} = \frac{2\lambda}{\mu} = \frac{2\mu}{2\eta}.$$

Ngoài ra, ta có

$$0 = \sum_{i=1}^n a_i \mu b_i = \sum_{i=1}^n a_i (-2A - 2\lambda a_i) = -2A^2 - 2\lambda.$$

Suy ra $2\lambda = -2A^2$ và $\mu = -2AB$. Từ đó ta có điều kiện $1 - Aa_i - Bb_i = 0$. Như vậy tại điểm dừng ta có các hệ thức $1 - Aa_i - Bb_i = 0$ và đây chính là cơ sở để ta “mạnh dạn” thực hiện các phép bình phương nói trên.

Bài 4. (IMO Shortlist 1995) Cho a, b, c là các số thực dương cho trước và x, y, z là các số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $x + y + z = a + b + c$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$4xyz - (a^2x + b^2y + c^2z).$$

Bài 5. (IMO 1984) Cho x, y, z là các số thực không âm có tổng bằng 1. Chứng minh bất đẳng thức

$$0 \leq xy + yz + zx - 2xyz \leq \frac{7}{27}.$$

Bài 6. (Chọn đội tuyển Việt Nam 1993) Cho x_1, x_2, x_3, x_4 là các số thực thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{2} \leq x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = (x_1 - 2x_2 + x_3)^2 + (x_2 - 2x_3 + x_4)^2 + (x_3 - 2x_4)^2 + (x_4 - 2x_1)^2.$$

TÀI LIỆU

- [1] J. Brinkhouse & V.Iu.Protasov, *Lý thuyết cực trị qua các ví dụ đơn giản*, Tạp chí “Truyền bá toán học” số 9 năm 2005, trang 32 – 55.
- [2] Nguyễn Văn Mậu, *Bất đẳng thức - Định lý và áp dụng*, Nhà xuất bản Giáo Dục, 2006.
- [3] V. Tikhomirov, *Các câu chuyện về maximum và minimum*, Nhà xuất bản MCCME, 2006.
- [4] *The Vietnamese Mathematical Olympiad (1990 – 2006) Selected Problems*, Education Publishing House, 2007.
- [5] Các nguồn tài liệu trên Internet, các tạp chí Kvant, Toán học và Tuổi trẻ, đề thi Olympic Toán các nước, đề thi Đại học 2008.

Tin tức hội viên và hoạt động toán học

LTS: Để tăng cường sự hiểu biết lẫn nhau trong cộng đồng các nhà toán học Việt Nam, Tòa soạn mong nhận được nhiều thông tin từ các hội viên Hội Toán học Việt Nam về chính bản thân, cơ quan hoặc đồng nghiệp của mình.

Ngày 1 và 2/12/2018, Viện Toán Học – Viện HLKHCN Việt Nam đã tổ chức “Hội thảo khoa học các cựu học viên và nghiên cứu sinh LIA”. Một cách chính xác đây là các cựu học viên của Chương trình Cao

học quốc tế phối hợp giữa Viện Toán học, Khoa Toán trường Đại học Sư phạm Hà Nội và một số trường đại học của Pháp. Trong chương trình này, hợp tác LIA FORMATH VIETNAM đóng một vai trò hết

sức quan trọng trong việc giới thiệu và tài trợ các giáo sư Pháp sang giảng dạy, giới thiệu học viên sang học tập tiếp năm M2 tại các đại học của Pháp và sau này là giúp học viên Việt Nam tìm học bổng tại các đại học Pháp. Chương trình Cao học quốc tế tại Viện Toán học và Khoa Toán Đại học Sư Phạm Hà Nội bắt đầu từ 2007. Theo chương trình này, các học viên sẽ học năm thứ nhất tại Việt Nam, với sự tham gia giảng dạy của một số giáo sư nước ngoài. Năm thứ hai các học viên sẽ được gửi đi học tiếp tại các đại học ở nước ngoài, chủ yếu là tại Pháp. Bốn khoá đầu tiên chương trình được tài trợ bằng kinh phí của chính phủ Việt Nam, kể cả thời gian học viên học tập tại nước ngoài. Từ khoá thứ năm nguồn tài trợ của chính phủ không còn nữa. Chính hợp tác LIA FORMATH VIETNAM đã đóng vai trò chính trong việc tìm các học bổng và giới thiệu các học viên Việt nam với các đại học của Pháp. Chỉ tính riêng tại Viện Toán học cho tới nay đã tuyển được 12 khoá với 95 học viên. Thống kê chưa đầy đủ, đã có 35 học viên hoàn thành chương trình tiến sĩ.

Mục đích đầu tiên của hội thảo các cựu học viên của chương trình LIA là để trao đổi khoa học giữa các cựu học viên cao học, nghiên cứu sinh của các chương trình đào tạo phối hợp giữa Việt Nam với Pháp và một số quốc gia khác. Có 19 báo cáo khoa học được các cựu học viên của chương trình trình bày trong ngày 1/12 và sáng 2/12.

Mục đích thứ hai là trao đổi, thảo luận, rút kinh nghiệm về công tác phối hợp đào tạo quốc tế và về việc triển khai các chương trình đào tạo mới tại Viện Toán học. Trưa 2/12, hướng đến mục đích này, Viện Toán học đã tổ chức buổi tổng kết, đánh giá và thảo luận về chương trình LIA với sự tham gia của nhiều khách mời từ các viện, trường đại học trên toàn quốc. Nhiều ý kiến thảo luận đã đánh giá cao

tác động tích cực của chương trình và sự cần thiết phải duy trì việc tạo điều kiện để sinh viên toán của Việt Nam có điều kiện học tập sau đại học tại các trường đại học có uy tín trên thế giới.

Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG Hà Nội đã trao các giải thưởng Phan Đức Chính lần đầu tiên cho giáo viên và học sinh chuyên Toán-Tin, trường THPT chuyên Khoa học Tự nhiên.

Giải thưởng vinh danh PGS. TS. NGND. Phan Đức Chính (1936-2017), nguyên giảng viên của khoa Toán-Cơ-Tin, trường ĐHKHTN, người có nhiều đóng góp về nghiên cứu khoa học và đào tạo cho khoa. Dự kiến mỗi năm vào đầu năm học, Quỹ sẽ trao tối đa 4 giải thưởng, gồm 2 giải cho giáo viên xuất sắc và 2 giải cho học sinh xuất sắc. Người đoạt giải được nhận Kỷ niệm chương và số tiền thưởng 30 triệu đồng đối với giáo viên và 20 triệu đồng đối với học sinh.

Lễ trao giải thưởng Phan Đức Chính lần thứ nhất diễn ra vào ngày 5/9/2018. Những thầy giáo và học sinh nhận giải năm nay là:

- (1) Thầy Phạm Văn Hùng, sinh năm 1951, cựu giáo viên Khối Chuyên Toán – Tin, công tác từ năm 1973.
- (2) Thầy Phạm Văn Quốc, sinh năm 1980, giáo viên Khối Chuyên Toán – Tin từ năm 2002 đến nay.
- (3) Bạn Nguyễn Quang Bin, sinh năm 2000, cựu học sinh lớp 12A1 Toán của khối, huy chương Vàng duy nhất của đội tuyển Việt Nam tại Olympic Toán học quốc tế 2018.

Kỳ thi Olympic Toán học Sinh viên - Học sinh 2019 sẽ được tổ chức tại Đại học Nha Trang từ 1-7/4/2019. Thông báo số 1 đã được Ban Tổ chức gửi cho các trường. Các thông tin về kỳ thi có thể xem trên trang web của Hội Toán học tại www.vms.org.vn.

Kỳ thi tìm kiếm tài năng toán học trẻ lần thứ 4 (MYTS-2019) dành cho học sinh từ lớp 3 tới lớp 9 các trường phổ thông sẽ được tổ chức trên phạm vi cả nước vào cuối tháng Ba và tháng Tư năm 2019. Kỳ thi MYTS-2019 sẽ

được tổ chức thành hai vòng, trong đó Vòng thi thứ Hai dành cho khoảng 30% thí sinh đạt kết quả cao nhất ở Vòng thi thứ Nhất. Mọi thông tin liên quan tới kỳ thi sẽ được cập nhật thường xuyên trên trang web www.vms.org.vn và www.hexagon.edu.vn/myts.html

Tin toán học thế giới

Thông tin từ Ủy ban các nước đang phát triển (CDC), Liên đoàn Toán học Thế giới (IMU) về thời hạn của các chương trình trong năm 2019.

- (i) *Chương trình học giả mời Abel:* Chương trình này, do Ban Niels Henrik Abel (Na-uy) tài trợ, hỗ trợ các nhà toán học trẻ làm việc ở các nước đang phát triển đến làm việc với một đồng sự quốc tế trong thời gian một tháng. Các thời hạn:
 - 31/12/2018, cho chuyển đi từ 1/5 đến 31/8/2019,
 - 1/4/2019, cho chuyển đi từ 1/9 đến 31/12/2019,
 - 31/8/2019, cho chuyển đi từ 1/1 đến 30/4/2020.
- (ii) *Chương trình hỗ trợ chuyển công tác nghiên cứu của cá nhân:* Chương trình này hỗ trợ các nhà toán học làm việc ở các nước đang phát triển được mời đi công tác trong thời gian tối đa 4 tuần. Đơn vị mời phải chi trả các chi phí tại địa phương như tiền nhà ở cho người được mời. Các thời hạn:
 - 15/1/2019, cho chuyển đi sau 1/5/2019,
 - 15/4/2019, cho chuyển đi sau 1/8/2019,
 - 15/7/2019, cho chuyển đi sau 1/11/2019,
 - 1/10/2019, cho chuyển đi sau 15/1/2020.
- (iii) *Chương trình hỗ trợ hội nghị:* Chương trình này hỗ trợ một phần các hội nghị toán học tổ chức ở các nước đang phát triển. Chương trình chỉ tài trợ tiền đi lại và chỗ ở. Ban tổ chức hội nghị phải gửi đơn xin trước ít nhất 4 tháng. Các mốc thời gian:
 - 15/1/2019, cho hội nghị bắt đầu sau 15/5/2019,
 - 15/4/2019, cho hội nghị bắt đầu sau 15/8/2019,
 - 15/7/2019, cho hội nghị bắt đầu sau 15/11/2019,
 - 1/10/2019, hội nghị bắt đầu sau 1/2/2020.
- (iv) *Chương trình giảng viên tình nguyện:* Chương trình được tài trợ một phần bởi Hội Toán học Mỹ, thông qua Tổ chức Bạn của IMU (Mỹ). Đối tượng được tài trợ là các trường đại học ở các nước đang phát triển, với chương trình đào tạo cấp bằng về toán, có nhu cầu và nguyện vọng mời một giảng viên giảng dạy một khóa tập trung về toán ở trình độ những năm cuối đại học hay trình độ thạc sĩ, trong thời gian 3-4 tuần. Chương trình có thể tài trợ toàn bộ chuyến công tác của người giảng viên. Các mốc thời gian:
 - 1/3/2019, cho khóa học từ 1/7/2019 đến 1/7/2021,
 - 1/6/2019, cho khóa học từ 1/10/2019 đến 1/10/2021,
 - 1/9/2019, cho khóa học từ 1/1/2020 đến 1/1/2022,

- 1/12/2019, cho khóa học từ 1/4/2020 đến 1/4/2022.
- (v) *Học bổng sau đại học cho các nước đang phát triển.* Chương trình cung cấp học bổng nghiên cứu cho sinh viên sau đại học (học viên thạc sĩ hoặc tiến sĩ) của những nhóm nghiên cứu đang lên ở các nước đang phát triển thuộc nhóm ưu tiên số 1 hoặc số 2 theo Định nghĩa về các nước đang phát triển của Ủy ban CDC của IMU. Chương trình hỗ trợ ở mức khiêm tốn cho những nhóm nghiên cứu đang lên, giúp họ tài trợ được cho những sinh viên giỏi nhất của mình bằng học bổng sau đại học, qua đó nuôi dưỡng một cộng đồng toán học lớn mạnh. Điều kiện cần là nhóm nghiên cứu đang lên có quan hệ cộng tác với một nhà khoa học quốc tế. Thời hạn nộp hồ sơ tiếp theo là 15/3/2019.

Thông tin chi tiết hơn về các chương trình trên xin tham khảo tại <http://www.mathunion.org/cdc>.

Đại hội Quốc tế về Toán ứng dụng và Toán Công nghiệp (ICIAM) lần thứ 9 sẽ được tổ chức ở Valencia từ ngày 15 đến ngày 19 tháng 7 năm 2019. Đại hội là hoạt động khoa học lớn được tổ chức 4 năm một lần bởi Hội đồng quốc tế về Toán ứng dụng và Toán công nghiệp (ICIAM - The International Council for Industrial and Applied Mathematics), hiệp hội qui tụ các hội toán học và toán ứng dụng trên thế giới. Tại Đại hội, những kết quả mới nhất trong lĩnh vực Toán ứng dụng và Toán công nghiệp sẽ được trình bày, bao gồm cả những đề tài mang tính liên ngành, kết nối toán học với các lĩnh vực khác trong khoa học, kỹ thuật và công nghiệp. Thông tin chi tiết về Đại hội và thời hạn đăng ký cũng như xin tài trợ xem trên website chính thức của Đại hội <https://iciam2019.org/index.php>

Vincent Lafforgue (Trung tâm nghiên cứu quốc gia và Viện Fourier, Đại học Grenoble Alpes, Pháp) được trao Giải thưởng đột phá 2019 về toán học, cho những "đóng góp mang tính bứt phá trong một số lĩnh vực toán học, đặc biệt là trong chương trình Langlands trên trường hàm."

Tin buồn

Jean Bourgain, giải thưởng Fields năm 1994, đã qua đời ngày 22/12/2018. Ông là giáo sư tại Đại học Princeton từ 1994 cho đến khi mất. Sinh ra tại Bỉ năm 1954, Bourgain hoàn thành bằng tiến sĩ năm 23 tuổi tại Đại học Tự do Brussels. Ông được trao giải thưởng Fields vì những đóng góp đa dạng cho Giải tích, trong đó có hình học của không gian Banach, nghiên cứu tập lồi trong không gian số chiều cao, giải tích điều hòa, lý thuyết ergodic, phương trình vi phân đạo hàm riêng phi tuyến trong vật lý toán.

Bourgain là một kỹ thuật gia kỳ tài, một *problem solver* thượng thặng. Theo lời của Elon Lindenstrauss, Bourgain có "tư duy phân tích sắc bén phi thường, được ông kết hợp với những ý tưởng và phương pháp của giải tích "mềm" để giải quyết hàng loạt những vấn đề khó, nổi tiếng trong những lĩnh vực khác nhau." (Terence Tao giải thích như sau về giải tích "mềm": "Trong ngành giải tích, người ta thường phân biệt giữa một bên là giải tích "cứng", "định lượng", hay "hữu hạn", và phía bên kia là giải tích "mềm", "định tính" hay "vô hạn". "Giải tích cứng" thường tập trung vào các đại lượng hữu hạn (như số phần tử của tập hữu hạn, độ đo của tập bị chặn, giá trị của tích phân hội tụ, chuẩn của vec-tơ hữu hạn chiều, vân vân), và những tính chất *định lượng* của chúng (đặc biệt là chặn trên và chặn dưới). Trong khi đó, "giải tích mềm" hướng đến những đối tượng vô hạn (dãy, tập và hàm đo được, σ -đại số, không gian

Banach, vân vân), và những tính chất *định tính* của chúng (hội tụ, bị chặn, khả tích, đầy đủ, compact, vân vân). Nói một cách hình thức, giải tích cứng là toán học của ϵ , N , $O()$, và $\leq$; giải tích mềm là toán học của 0 , ∞ , $\in$ và $\rightarrow$.⁽¹⁾

Elias Stein, giáo sư đại học Princeton, qua đời ngày 23/12/2018 ở tuổi 87. Ông là một chuyên gia lớn trong lĩnh vực giải tích điều hòa. Huy chương khoa học quốc gia của Mỹ đã được trao tặng cho Stein năm 2002 để ghi nhận các đóng góp của ông trong toán học. Giống như Bourgain, Stein cũng là người gốc Bỉ. Không chỉ là một chuyên gia hàng đầu, Stein còn là một nhà sư phạm tài năng, người đã trực tiếp hướng dẫn hơn 50 nghiên cứu sinh bảo vệ thành công luận án tiến sĩ. Tính

đến nay, Stein có hơn 500 hậu duệ về mặt khoa học.

Một tổn thất lớn khác cho toán học thế giới thời gian vừa qua: **Michael F. Atiyah**, giải thưởng Fields 1966 và giải Abel 2004 (cùng với Isadore Singer), đã qua đời ngày 11/1/2019 ở tuổi 89. Atiyah nổi tiếng về những công trình tiên phong trong Lý thuyết K tôpô (cùng với F. Hirzebruch), định lý chỉ số đặc trưng số nghiệm của một phương trình vi phân elliptic (cùng với I. Singer). Các công trình của Atiyah có ảnh hưởng rộng khắp trong nhiều lĩnh vực khác nhau như tôpô đại số, hình học đại số, giải tích phức, các phương trình Yang-Mills và lý thuyết gauge, vật lý toán.

Thông tin hội nghị

1. Trường xuân "**Optimization and Algorithms in Dynamic Environments**" sẽ được tổ chức tại Viện Toán học từ 18/2 đến 1/3/2019.

Danh sách giảng viên và bài giảng:

- (1) Christoph Dürr,
"Competitive analysis of online algorithms".
- (2) Nguyễn Việt Hưng,
"Introduction to Stochastic Programming".
- (3) Nguyễn Kim Thắng và Lê Hải Yến,
"Online Learning/Online Convex Optimization".

Trường xuân sẽ được tiếp nối với **Hội nghị về "Algorithms, Optimization and Learning in Dynamic Environments"** được tổ chức bởi Viện Toán học và Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán từ 4/3 đến 8/3/2019, tại Hà Nội.

Trang web của trường xuân: sites.google.com/site/dyopal19/

2. "**International Workshop on Probability Theory and Related Fields**" sẽ được tổ chức tại Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán.

Địa điểm: Tầng 7, Thư viện Tạ Quang Bửu, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội. Số 1, Đại Cồ Việt, Hà Nội.

Thời gian: 26/02 - 01/03/2019.

Báo cáo mời:

⁽¹⁾Để hiểu rõ hơn sự phân biệt có vẻ cầu kỳ trên và tác dụng của sự phân biệt đó, xem thêm chi tiết trong bài viết rất thú vị của T. Tao: <https://terrytao.wordpress.com/2007/05/23/soft-analysis-hard-analysis-and-the-finite-convergence-principle/>

- (1) Nakano Fumihiko - Gakushuin University, Japan
- (2) Suito Hiroshi - Tohoku University
- (3) Yagi Atsushi - Osaka University
- (4) Cung The Anh - Hanoi National University of Education
- (5) Nguyen Thanh Dieu - Vinh University & VIASM
- (6) Trinh Khanh Duy - Tohoku University
- (7) Nguyen Trong Hieu - Hanoi University of Science
- (8) Pham Viet Hung - Hanoi Institute of Mathematics
- (9) Tran Ngoc Khue - Pham Van Dong University
- (10) Nguyen Thi Hoai Linh - Kyushu University
- (11) Ngo Hoang Long - Hanoi National University of Education & VIASM
- (12) Doan Thai Son - Hanoi Institute of Mathematics
- (13) Uchitane Takeshi - Kobe University
- (14) Ta Viet Ton - Kyushu University

Trang web của hội nghị: <http://viasm.edu.vn/hdkh/ptrf>

3. Trường CIMPA - IMH và hội nghị "Hyperplane Arrangements: Recent Advances and Open Problems" do Trung tâm quốc tế về toán học lý thuyết và ứng dụng (CIMPA) và Viện Toán học tài trợ sẽ được tổ chức tại Hà Nội.

Thời gian: 11 - 22/3/2019.

Danh sách giảng viên và bài giảng:

- (1) Clément Dupont (Institut Montpellierain Alexander Grothendieck),
"On the monodromy of Milnor fibers of hyperplane arrangements".
- (2) Graham Denham (University of Western Ontario),
"Torsion in the homology of Milnor fibers of hyperplane arrangements"
- (3) Masahiko Yoshinaga (Hokkaido University),
"On free hyperplane arrangements and Terao's conjecture".
- (4) Daniel Cohen (Louisiana State University),
"On the characteristic varieties of hyperplane arrangements".
- (5) Max Wakefield (The United States Naval Academy, Annapolis),
"Matroids, arrangements, and representation theory".
- (6) Christin Bibby (University of Michigan),
"Toric arrangements".

Trang web của trường CIMPA-IMH và hội nghị: math.ac.vn/conference/CIMPA2019

4. "International Conference on Applied Probability and Statistics (CAPS 2019)" sẽ được tổ chức tại Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán.

Địa điểm: Tầng 7, Thư viện Tạ Quang Bửu, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội. Số 1, Đại Cồ Việt, Hà Nội.

Thời gian: 03/04 - 06/04/2019.

Báo cáo mời toàn thể:

- (1) Jiro Akahori (Ritsumeikan, Japan)
- (2) Naomi Altman (PSU, USA)
- (3) Ho Tu Bao (VIASM, Vietnam)
- (4) John Borkowski (MSU, USA)

- (5) Noel Cressie (UOW, Australia)
- (6) Nguyen T. Hung (NMSU, USA & CMU, Thailand)
- (7) Nguyen Ky Nam (VIASM, Vietnam)
- (8) Nabendu Pal (ULL, USA)
- (9) Christine Thomas-Agnan (TSE, France)
- (10) Jean Yves-Dauxois (INSA, France)

Trang web của hội nghị: <http://caps2019.viasm.edu.vn/>

Thông báo

Đại hội Toán học Việt-Mỹ 2019

Đại hội Toán học Việt - Mỹ, dưới sự đồng bảo trợ của Hội Toán học Việt Nam và Hội Toán học Mỹ (American Mathematical Society), sẽ diễn ra từ 10 - 13/6/2019, tại thành phố Quy Nhơn. Đại hội được kỳ vọng sẽ là một diễn đàn để các nhà toán học Mỹ và Việt Nam trao đổi về các nghiên cứu toán học mới, thúc đẩy sự hợp tác giữa cộng đồng toán học hai nước, khích lệ những ý tưởng mới, những quan hệ cộng tác chuyên môn lâu dài.

Chương trình khoa học của Đại hội sẽ bao gồm các phiên toàn thể (gồm 6 báo cáo mời) và các tiểu ban. Theo quy định của đại hội, ban tổ chức của mỗi tiểu ban sẽ bao gồm ít nhất một nhà toán học Mỹ và ít nhất một nhà toán học Việt Nam.

Các nhà toán học được mời trình bày bài giảng ở các phiên toàn thể:

- (1) Henry Cohn (Microsoft Research, USA).
- (2) Robert Guralnick (University of Southern California, USA).
- (3) Lê Tuấn Hoa (Viện Toán Học, Viện HLKHCN Việt Nam).
- (4) Nguyễn Đông Yên (Viện Toán Học, Viện HLKHCN Việt Nam).
- (5) Zhiwei Yun (Massachusetts Institute of Technology, USA).
- (6) Nguyen Tien Zung (Institute de Mathématiques de Toulouse, France).

Trang web của Đại hội: <http://vnus2019.viasm.edu.vn>.

Hạn cuối đăng ký tham dự hội nghị: 10/5/2019.

Thông Tin Toán Học dự định sẽ gửi đến bạn đọc thông tin chi tiết hơn về các tiểu ban của Đại hội trong số tiếp theo.

**Kính mời quý vị và các bạn đồng nghiệp
đăng kí tham gia Hội Toán học Việt Nam**

Hội Toán học Việt Nam được thành lập vào năm 1966. Mục đích của Hội là góp phần đẩy mạnh công tác giảng dạy, nghiên cứu, ứng dụng và phổ biến toán học. Tất cả những ai có tham gia giảng dạy, nghiên cứu, ứng dụng và phổ biến toán học đều có thể gia nhập Hội. Là hội viên, quý vị sẽ được tham gia cùng như được thông báo đầy đủ về các hoạt động của Hội, được đăng ký nhận miễn phí bản tin Thông tin Toán học, được mua một số ấn phẩm toán với giá ưu đãi. Để gia nhập Hội lần đầu tiên hoặc để đăng kí lại hội viên, quý vị cần điền và cắt gửi phiếu đăng ký dưới đây tới BCH Hội theo địa chỉ:

Chị Cao Ngọc Anh, Viện Toán Học, 18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội

Việc đóng hội phí có thể thực hiện theo tập thể hoặc từng cá nhân bằng một trong các hình thức sau:

- 1. Đóng trực tiếp hoặc gửi tiền qua bưu điện đến chị Cao Ngọc Anh theo địa chỉ trên.
- 2. Chuyển khoản tới tài khoản của Hội:

Tên tài khoản: Hội Toán học Việt Nam.

Số tài khoản: 0491000028899.

Ngân hàng TMCP Ngoại thương Việt Nam - Chi nhánh Thăng Long.

(Đề nghị thông báo cho chị Cao Ngọc Anh danh sách những hội viên đóng hội phí).

Thông tin về hội viên Hội Toán học Việt Nam cũng như tình hình đóng hội phí được cập nhật thường xuyên trên trang web của Hội.

BCH Hội Toán học Việt Nam

✂

Hội Toán Học Việt Nam Phiếu đăng kí hội viên 1. Họ và tên: 2. Nam ☐ Nữ ☐ 3. Ngày sinh: 4. Nơi sinh (huyện, tỉnh): 5. Học vị (năm, nơi bảo vệ): Cử nhân: Thạc sỹ: Tiến sỹ: TSKH: 6. Học hàm (nơi được phong): PGS: GS: 7. Chuyên ngành: 8. Nơi công tác: 9. Chức vụ hiện nay: 10. Địa chỉ liên hệ: Email: Điện thoại: Ngày: Kí tên:	Hội phí năm 2019 Hội phí: 200 000 Đ ☐ Acta Math. Vietnamica (*): 120 000 Đ ☐ Vietnam J. Mathematics (*): 112 000 Đ ☐ Tổng cộng: Hình thức đóng: ☐ Đóng tập thể theo cơ quan Tên cơ quan: ☐ Đóng trực tiếp ☐ Chuyển khoản ☐ Gửi bưu điện (Đề nghị gửi kèm bản chụp thư chuyển tiền) (*) Việc mua các tạp chí Acta Mathematica Vietnamica và Vietnam Journal of Mathematics là tự nguyện. Trên đây là giá ưu đãi dành cho hội viên Hội Toán học (gồm 4 số, kể cả bưu phí).
--	--

THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 22 SỐ 4 (2018)

Thông báo gặp mặt đầu xuân	1
Hội Toán Học Việt Nam	
Báo cáo đánh giá kết quả thực hiện chương trình tài trợ nghiên cứu cơ bản trong Toán học giai đoạn 2009-2018	2
Ngô Việt Trung	
Lê Văn Thiêm: con người và sự nghiệp (Phần 1)	7
Hà Huy Khoái	
Thuật toán xác định thông tin giả	12
Martin Koppe	
<i>Nguyễn Hoàng Thạch dịch</i>	
Về các công trình của Peter Scholze	15
Đỗ Việt Cường	
<i>Dành cho các bạn trẻ</i>	
Giải tích và các bài toán cực trị (Phần 2)	22
Trần Nam Dũng	
Tin tức hội viên và hoạt động toán học	26
Tin toán học thế giới	28
Thông tin hội nghị	30
Thông báo về Đại hội Toán học Việt – Mỹ 2019	32