

Hội Toán Học Việt Nam



THÔNG TIN TOÁN HỌC

Tháng 12 Năm 2017

Tập 21 Số 4



Thông Tin Toán Học

(Lưu hành nội bộ)

- Tổng biên tập
Ngô Việt Trung
 - Phó tổng biên tập
Nguyễn Thị Lê Hương
 - Thư ký tòa soạn
Đoàn Trung Cường
 - Ban biên tập
Trần Nguyên An
Đào Phương Bắc
Trần Nam Dũng
Trịnh Thanh Đèo
Đào Thị Thu Hà
Đoàn Thế Hiếu
Nguyễn An Khương
Lê Công Trình
Nguyễn Chu Gia Vượng
 - Địa chỉ liên hệ
- Bản tin **Thông Tin Toán Học** nhằm mục đích phản ánh các sinh hoạt chuyên môn trong cộng đồng toán học Việt Nam và quốc tế. Bản tin ra thường kỳ 4 số trong một năm.
 - Thể lệ gửi bài: Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học. Bài viết xin gửi về tòa soạn theo email hoặc địa chỉ ở trên. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file với phông chữ unicode.

Bản tin: **Thông Tin Toán Học**

Viện Toán Học

18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội

Email: ttth@vms.org.vn

Trang web:

<http://www.vms.org.vn/ttth/ttth.htm>

© Hội Toán Học Việt Nam

Ảnh bìa 1. Giáo sư Hoàng Tụy. Nguồn: *Internet*

Trang web của Hội Toán học:

<http://www.vms.org.vn>

Gặp mặt đầu xuân Mậu Tuất

Nhân dịp năm mới 2018 và Tết Mậu Tuất, Ban Chấp hành Hội Toán học Việt Nam kính chúc quý vị đồng nghiệp một năm mới luôn Mạnh khỏe, Hạnh phúc và Thành công

Ban Chấp hành Hội Toán học Việt Nam trân trọng kính mời tất cả các hội viên của Hội đang có mặt tại Hà Nội và các vùng lân cận tham dự buổi Gặp mặt đầu Xuân 2018.

Thời gian: 10h-12h00 Chủ Nhật, ngày 4/3/2018 (tức ngày 17 tháng Giêng năm Mậu Tuất).

Địa điểm: Hội trường Lê Văn Thiêm, Trường ĐH Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội, số 19 Lê Thánh Tông, Hoàn Kiếm, Hà Nội.

Chương trình:

- 10h00-10h30: Tổng kết các hoạt động của Hội trong năm 2017.
- 10h30-11h00: Lễ kỷ niệm 100 năm ngày sinh Giáo sư Lê Văn Thiêm và trao Giải thưởng Lê Văn Thiêm.
- 11h00-12h00: Liên hoan gặp mặt đầu xuân.

Đăng ký tham dự: Để thuận lợi cho việc tổ chức, kính đề nghị các hội viên có nguyện vọng tham dự gửi email tới: thuky@vms.org.vn.

(Lời mời này thay cho giấy mời riêng)

Cuộc đời và sự nghiệp của GIÁO SƯ HOÀNG TỤY⁽¹⁾

Nguyễn Khoa Sơn

(Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam)

Thật không dễ dàng khi giới thiệu về cuộc đời và đặc biệt là sự nghiệp của nhà khoa học lớn đã trở thành một huyền thoại toán học được nhiều người biết đến như GS Hoàng Tụy trong một bài viết ngắn, mặc dù tôi đã có vinh dự làm việc nhiều năm (trên 40 năm) với giáo sư và có chuyên môn tương đối gần. Trong bài viết này, tôi chỉ có thể giới thiệu một cách khái quát tiểu sử và các đóng góp khoa học tiêu biểu của ông. Do vậy, nếu có gì chưa đầy đủ trong bài viết thì xin GS Hoàng Tụy, các chuyên gia và các độc giả thông cảm.

Giáo sư Hoàng Tụy sinh ngày 07 tháng 12 năm 1927 tại Điện Bàn, Quảng Nam trong một gia đình có truyền thống yêu nước, khoa bảng (Ông nội ông là em ruột tổng đốc thành Hà Nội Hoàng Diệu, người đã anh dũng chiến đấu chống quân Pháp và tự vẫn khi thành thất thủ). Ông nổi tiếng học giỏi khi còn nhỏ.

Năm 1945 ông thi đỗ tú tài tại Huế và quay trở về quê tham gia cách mạng. Thời gian đầu cuộc kháng chiến chống Pháp, ông dạy toán tại trường trung học Lê Khiết ở vùng kháng chiến Liên khu 5 từ năm 1947-1951. Ông đã viết cuốn sách giáo khoa toán học đầu tiên cho Liên Khu

5, được nhiều học sinh sử dụng vào thời kỳ này.



Giáo sư Hoàng Tụy. Nguồn: Internet

Năm 1951, ông được chính phủ kháng chiến cử đi học ở vùng giải phóng Việt Bắc và được Bộ Giáo dục cử đi dạy ở Trường Sư phạm trung cấp. Thời gian này ông tham gia tích cực vào việc nâng cao chất lượng giáo dục trung học trong vùng giải phóng. Kháng chiến thành công, ông được phân công dạy toán tại trường Đại học Khoa học, sau này là Đại học Tổng hợp Hà Nội. Năm 1955 ông được cử làm trưởng Ban Trù bị Cải cách giáo dục phổ thông và tham gia viết những cuốn sách giáo khoa về toán đầu tiên.

Năm 1957 ông là một trong 9 cán bộ giảng dạy đại học Việt Nam đầu tiên được cử sang thực tập nâng cao trình độ tại

⁽¹⁾Báo cáo tại Phiên đặc biệt - Hội thảo quốc tế "CÁC THUẬT TOÁN TỐI ƯU VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN" (Optimization Algorithms and Related Problems), Hà Nội, 14-16/12/2017

Liên Xô. Ông bảo vệ luận án tiến sĩ năm 1959 về lý thuyết hàm thực và là một trong hai tiến sĩ toán-lý đầu tiên của Việt Nam bảo vệ luận án tại Liên Xô.

Từ năm 1961 đến 1968 ông là Chủ nhiệm Khoa Toán của Đại học Tổng hợp Hà Nội. Sau đó ông được cử sang Ủy ban Khoa học và Kỹ thuật Nhà nước làm trưởng ban toán lý, tiền thân của Viện Toán học và Viện Vật lý sau này. Ông đã cùng GS Lê Văn Thiêm đặt nền móng khoa học đầu tiên xây dựng Viện Toán học và đã góp phần to lớn xây dựng Viện thành một trung tâm nghiên cứu toán học lớn nhất cả nước, có uy tín khoa học ngày càng cao trong khu vực và trên thế giới. Ông là Viện trưởng Viện Toán học Việt Nam từ năm 1980 đến 1989, Tổng biên tập các tạp chí toán học hàng đầu của nước ta: Vietnam Journal of Mathematics và Acta Mathematica Vietnamica.



GS Hoàng Tụy và hai nhà toán học nổi tiếng Trung Quốc Hoa La Canh và Ngô Tấn Mưu (1964). Nguồn: Internet

Cũng bắt đầu từ giữa những năm 60, Hoàng Tụy bắt đầu sự nghiệp nghiên cứu toán học trong lĩnh vực mà về sau ông đã gắn bó cả cuộc đời của mình - lĩnh vực lý thuyết tối ưu - bằng việc công bố các công trình đầu tiên về quy hoạch toán học trên các tạp chí khoa học của Liên Xô, Ba Lan và CHDC Đức, trong đó đặc biệt có bài báo nổi tiếng công bố năm

1964 về bài toán quy hoạch lõm, được coi là công trình đặt nền móng cho lĩnh vực tối ưu toàn cục. Ông có mối quan hệ hợp tác nghiên cứu chuyên môn rất sâu rộng với nhiều chuyên gia quốc tế. Với uy tín chuyên môn cao, ông được mời làm việc và đọc bài giảng tại rất nhiều trường đại học ở Châu Âu và Bắc Mỹ, làm thành viên Ban Biên tập của nhiều tạp chí toán học quốc tế và là thành viên sáng lập tạp chí hàng đầu về tối ưu hóa Journal of Global Optimization.

Do những thành tích nghiên cứu xuất sắc, đặc biệt trong lĩnh vực tối ưu hóa, GS Hoàng Tụy đã được ĐH Linköping (Thụy Điển, 1997) và ĐH Rouen (Pháp, 2007) trao bằng tiến sĩ danh dự (Doctor Honoris Causa), được Nhà nước ta tặng Giải thưởng Hồ Chí Minh đợt đầu năm 1996. Năm 2011, ông được Đại hội quốc tế về Tối ưu toàn cục tặng Giải thưởng mang tên Constantin Caratheodory để ghi nhận những đóng góp tiên phong và nền tảng của ông trong lĩnh vực này.

Đằng sau vài nét ngắn gọn trên đây về tiểu sử của GS Hoàng Tụy là cuộc đời của một nhà khoa học đã làm việc, phấn đấu không ngừng nghỉ qua hai cuộc kháng chiến trường kỳ của dân tộc, để từ một học sinh ở một vùng quê nghèo, vượt qua nhiều khó khăn thiếu thốn và cả thăng trầm cuộc đời để trở thành một nhà toán học, nhà khoa học hàng đầu, có uy tín cao trên quốc tế, với những đóng góp to lớn có giá trị sâu rộng đối với sự phát triển của khoa học và giáo dục của đất nước.

Kể từ năm 1959, khi ông công bố các bài báo khoa học đầu tiên về lý thuyết hàm đo được trên Báo cáo của Viện Hàn lâm Khoa học Liên Xô, cho đến năm 2017, ông đã công bố trên 170 công trình khoa học, phần lớn trên các tạp chí toán học uy tín hàng đầu thế giới trong

lĩnh vực lý thuyết tối ưu (như Mathematical Programming, JOGO, Optimization, Math. Operation Research, JOTA, SIAM J. Optim.,...) và 3 cuốn sách chuyên khảo về lĩnh vực tối ưu hóa. Đó là các cuốn sách

- R. Horst & H. Tuy: “Global Optimization - deterministic approaches”, NXB Springer 1990, tái bản các năm 1993 và 1996. Cho đến nay, đây vẫn được coi là sách dẫn chiếu kinh điển về lĩnh vực tối ưu toàn cục tất định;
- H. Konno, P.T. Thanh & H. Tuy: “Optimization on Low Rank Nonconvex Structures”, NXB Kluwer 1997, là chuyên khảo về lý thuyết các bài toán phi tuyến bậc thấp;
- H. Tuy: “Convex Analysis and Global Optimization”, NXB Kluwer 1998, được NXB Springer tái bản năm 2017. Đây là một trong những cuốn giáo trình được trích dẫn nhiều nhất trong lĩnh vực giải tích lồi và tối ưu toàn cục.



Ba quyển sách mà GS. Hoàng Tuy là tác giả hoặc đồng tác giả

Đó là chưa kể đến rất nhiều các bài báo khoa học và giáo trình xuất bản bằng tiếng Việt, trong đó có thể kể đến các sách như “Lý thuyết quy hoạch tuyến tính”, “Giải tích hiện đại”, “Hàm thực và Giải tích hàm” và “Phân tích hệ thống và ứng dụng”. Trong số đó có những cuốn đã được tái bản nhiều lần. Với số lượng và khối lượng công trình đồ sộ như trên, chưa nói đến chất lượng chuyên môn và giá trị khoa học của chúng, thật khó có thể tìm được một nhà khoa học đương

thời nào của Việt Nam có thể sánh được với GS Hoàng Tuy về năng suất và hiệu quả làm việc khoa học.

Lĩnh vực nghiên cứu toán học của giáo sư hết sức đa dạng. Tuy nhiên, nếu không kể đến các công trình đầu tay công bố những năm 1959-1961 về lĩnh vực Hàm thực, thì những đóng góp lớn nhất của ông tập trung trong lĩnh vực tối ưu hóa và có thể chia là 2 mảng lớn: Cơ sở toán học của tối ưu hóa và Các thuật toán tối ưu toàn cục (và các bài toán liên quan).

Như chúng ta đều biết, lý thuyết tối ưu hóa là lĩnh vực nghiên cứu toán học nhằm tìm lời giải cho bài toán cực trị, dưới dạng đơn giản có thể phát biểu như sau: Cho một hàm số f từ không gian X vào không gian (được sắp từng phần) Y và một tập hợp D trong X . Tìm $x^* \in D$ sao cho $f(x^*) \leq f(x)$, với mọi x thuộc D (cực tiểu hóa) hoặc $f(x^*) \geq f(x)$, với mọi x thuộc D (cực đại hóa). Hàm f thường được gọi là hàm mục tiêu (hay là hàm chất lượng), tập D được gọi là tập các phương án chấp nhận được hay là tập ràng buộc (thường được mô tả bởi các phương trình và bất phương trình, ví dụ $D = \{x \in X : g_i(x) \leq 0, h_j(x) \geq 0, i \in I, j \in J\}$), x^* được gọi là phương án tối ưu hay nghiệm tối ưu. Với các giả thiết khác nhau đặt lên các không gian X , Y , hàm f và tập D , bài toán cực trị nêu trên có thể bao hàm nhiều bài toán khác: tối ưu đa mục tiêu, điều khiển tối ưu, trò chơi, tối ưu tổ hợp, tối ưu trên mạng, ... Lý thuyết tối ưu hóa nhằm trả lời các câu hỏi: Tồn tại hay không phương án tối ưu? (các định lý tồn tại); Các đặc trưng của phương án tối ưu là gì? (các nguyên lý cực trị, các điều kiện cần và đủ của tối ưu); Tìm tối ưu như thế nào? (các thuật toán tìm nghiệm tối ưu: xây dựng dãy lặp ‘nghiệm xấp xỉ’ $x(k)$, $k = 1, 2, \dots$ sao cho $x(k)$ dần tới nghiệm tối ưu x^* khi k dần ra vô hạn) và Nghiệm tối ưu hoặc

thuật toán tìm nghiệm tối ưu phụ thuộc như thế nào vào tham số của bài toán? (tính nhạy của bài toán, tính ổn định của tập nghiệm). Lời giải của các bài toán trên phụ thuộc vào tính chất của hàm mục tiêu f , tập ràng buộc D và không gian X, Y , trong đó các tính chất và cấu trúc của hàm f (tính khả vi, lồi, lõm, đơn điệu) và của tập ràng buộc D (tính lồi, compact, rời rạc, ...) được khai thác để đưa ra lời giải, dựa trên các nền tảng lý thuyết của giải tích toán học hiện đại, đặc biệt là giải tích lồi, giải tích không trơn, các nguyên lý cơ bản của giải tích hàm như định lý tách Hahn-Banach, nguyên lý điểm bất động, nguyên lý hội tụ đều, các nguyên lý cực trị và các định lý có liên quan khác (ví dụ, nguyên lý ánh xạ co, ...). Lý thuyết tối ưu có nhiều ứng dụng trong rất nhiều lĩnh vực đời sống: sản xuất, kinh tế, quản lý, kỹ thuật... Đồng thời, lĩnh vực này liên quan chặt chẽ và góp phần thúc đẩy nhiều ngành toán học khác phát triển: giải tích phi tuyến, giải tích không trơn và đa trị, lý thuyết điều khiển toán học, tính toán khoa học, lý thuyết trò chơi, tổ hợp, giải tích biến phân, v.v

Các công trình của GS Hoàng Tụy có chủ đề liên quan đến hầu hết các bài toán tối ưu nói trên, trong đó nhiều công trình chứa đựng các đóng góp khoa học có giá trị học thuật sâu sắc, có vai trò đặt nền móng hoặc định hướng/mở đường cho các nghiên cứu tiếp theo.

Xin được nhấn mạnh một số đóng góp khoa học tiêu biểu:

- Giáo sư đã có một loạt công trình quan trọng, tập trung trong giai đoạn 1970-1978, liên quan đến cơ sở toán học của tối ưu hóa (về giải tích lồi, định lý Hahn-Banach, các điều kiện cần của cực trị, về định lý điểm bất động, về hệ các bất đẳng thức, định lý minimax).

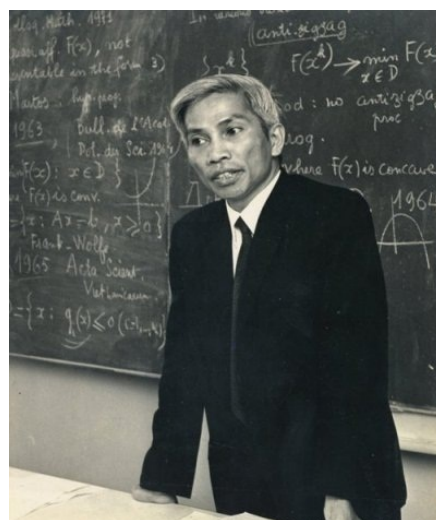
Đặc biệt trong công trình “Convex inequalities and the Hahn-Banach theorem”, *Diss. Math.* XCVII (1972), ông đã chứng minh một định lý bất tương thích cho các bất đẳng thức lồi trừu tượng, về sau được các tác giả quốc tế gọi là “Tuy Inconsistency Theorem” và coi là một nguyên lý rất tổng quát của giải tích lồi, từ đó dễ dàng suy ra hầu hết các biến thể quan trọng khác của định lý Hahn-Banach.

- Trong lĩnh vực thuật toán tối ưu toàn cục, bài báo “Concave programming under linear constraints”, *Dokl. Acad. Nauk. SSSR* 5 (1964), 1437 - 1440, (bài toán tìm cực tiểu một hàm lõm f trên tập đa diện lồi D gọi tắt là bài toán quy hoạch lõm) được giới chuyên môn về tối ưu hóa trên thế giới coi là công trình đánh dấu sự ra đời của lý thuyết tối ưu toàn cục tắt định. Trong bài báo này, GS Hoàng Tụy đã đề xuất một phương pháp cắt để giải bài toán quy hoạch lõm, bản chất là sử dụng một siêu phẳng cắt, cho phép trên mỗi bước lặp loại bỏ dần những phần của tập D không chứa nghiệm tối ưu, cho đến lúc phát hiện ra nghiệm tối ưu. Siêu phẳng này sau đó được gọi là “lát cắt Tụy” (Tuy’s cut) và có một vai trò rất cơ bản trong lý thuyết tối ưu toàn cục. Ý tưởng sử dụng phương pháp cắt, cùng các phép chia không gian độc đáo do GS Hoàng Tụy đề xuất (như chia nón, chia vết kiệt, chia chuẩn tắc) đã được phát triển và sử dụng phối hợp với các kỹ thuật khác như nhánh-cận, xấp xỉ ngoài, xấp xỉ trong, v.v. để xây dựng các thuật toán hữu hiệu giải bài toán quy hoạch lõm và các bài toán tối ưu toàn cục tổng quát khác như tối ưu toàn phương, tối ưu hai cấp, quy hoạch lồi-lõm, bài toán bù... trong hàng trăm

công trình tiếp theo của GS Hoàng Tụy và cộng sự.

- Đặc biệt GS Hoàng Tụy có những công trình được coi là đặt nền móng cho hai hướng phát triển mới của tối ưu hóa toàn cục là lý thuyết tối ưu d.c. (giữa thập niên 80) và tối ưu đơn điệu (từ đầu những năm 2000), trong đó hàm mục tiêu f hoặc/và tập ràng buộc D được biểu diễn bởi các hàm là hiệu của hai hàm lồi hoặc hai hàm đơn điệu. Đây là các lớp bài toán tối ưu rất tổng quát (một trong các lý do xuất phát từ kết quả quen biết của giải tích hàm: mọi hàm liên tục trên một tập compact đều có thể xấp xỉ với độ chính xác tùy ý bởi các hàm d.c.) và có thể ứng dụng vào rất nhiều bài toán tối ưu trong thực tế. Với các kết quả nghiên cứu, đi từ các khái niệm và cấu trúc cơ bản như các định lý biểu diễn, các tính chất cực trị và điều kiện tối ưu tổng quát của các hàm d.c. và đơn điệu, cho đến các kết quả về phương pháp và thuật toán giải cho hai lớp bài toán tối ưu này, và các nghiên cứu đánh giá độ phức tạp tính toán, ... các công trình của GS Hoàng Tụy trong vài chục năm gần đây là những đóng góp có tính chất nền tảng trong việc xây dựng và phát triển một lý thuyết hoàn chỉnh về tối ưu d.c. và tối ưu đơn điệu. Trong số đó, nhiều công trình nhận được sự quan tâm đặc biệt của giới chuyên môn, với hàng trăm lần trích dẫn, đơn cử như các bài “Convergence of branch and bound algorithms for global optimization. Application to concave minimization and d.c. optimization problems”, *Math. Programming* **42** (1988), 161 - 184; “D. C. optimization: theory, methods and algorithms”. In: *Handbook of Global Optimization*, (R. Horst and P. Pardalos eds.), Kluwer Academic

Publishers, (1995), 149 - 216; “Monotonic optimization: problems and solution approaches”, *SIAM J. Optim.* **11** (2000), 464 - 494.



GS Hoàng Tụy tại một hội nghị quốc tế.

Nguồn: Internet

Những năm gần đây, mặc dù tuổi đã cao, GS Hoàng Tụy vẫn khởi xướng một số hướng nghiên cứu mới của tối ưu toàn cục, có ý nghĩa lý thuyết và thực tiễn: phương pháp phân rã để tiếp cận những bài toán cỡ lớn; vấn đề ổn định tính toán (robustness) trong các phương pháp giải tối ưu toàn cục; các thuật toán giải các bài toán quy hoạch toàn phương nửa xác định (SDP); tối ưu đơn điệu rời rạc. Trong năm 2016, khi đã gần 90 tuổi, Giáo sư vẫn dày công chỉnh sửa cuốn sách “Convex Analysis and Global Optimization” của mình cho lần tái bản năm 2017, trong đó bổ sung thêm trên 160 trang với nội dung hoàn toàn mới. Ngay trong những ngày trước Hội thảo quốc tế tháng 12/2017, danh sách công trình của Giáo sư lại được bổ sung thêm một bài mới được nhận đăng trên một tạp chí chuyên ngành nổi tiếng. Tinh thần làm việc khoa học say sưa, miệt mài với hiệu suất rất cao của Giáo sư thật đáng khâm phục!

GS Hoàng Tụy có những đóng góp to lớn cho sự nghiệp đào tạo và phát triển nguồn nhân lực trình khoa học trình độ cao: trong hơn 60 năm hoạt động nghiên cứu toán học, ông đã trực tiếp đào tạo và góp phần đào tạo nhiều thế hệ các nhà toán học Việt Nam, nhiều người trong số đó trở thành các chuyên gia đầu ngành về toán học và ứng dụng toán học. Ông đã cùng với GS Lê Văn Thiêm đặt nền móng khoa học xây dựng Viện Toán học từ những ngày đầu và trong nhiều năm tiếp theo, góp phần làm cho Việt Nam ngày nay trở thành một địa chỉ được quốc tế biết đến như một trung tâm nghiên cứu mạnh về lý thuyết tối ưu.



Các nhà khoa học được trao Giải thưởng Hồ Chí Minh đợt 1 (1996). GS Hoàng Tụy đứng ở hàng đầu, thứ tư từ bên phải. Nguồn: Internet

Bên cạnh các công trình nghiên cứu toán học, GS Hoàng Tụy còn được nhiều người biết đến như một nhà khoa học vô cùng tâm huyết đối với sự phát triển của đất nước, đặc biệt là sự nghiệp chấn hưng giáo dục và ứng dụng toán học phục vụ phát triển kinh tế - xã hội. Ông là người khởi xướng và thúc đẩy ứng dụng vận trù học vào sản xuất ở Việt Nam trong những năm 60-70 của thế kỷ XX, thúc đẩy ứng

dụng toán học và lý thuyết hệ thống vào quản lý kinh tế trong những năm 80. Với tầm hiểu biết uyên bác và kinh nghiệm thực tiễn phong phú ông cũng đã nhiều lần đưa ra các góp ý và kiến nghị có giá trị lý luận và thực tiễn hết sức sâu sắc với Đảng-Nhà nước về kế sách phát triển đất nước, đặc biệt trong lĩnh vực khoa học và giáo dục.

Cuộc đời và sự nghiệp khoa học của GS Hoàng Tụy là một tấm gương sáng cho các thế hệ làm toán của Việt Nam noi theo. Đó là tấm gương về tinh thần làm việc khoa học kiên trì, sáng tạo, suốt đời học tập, tự học để vươn lên; đó là phương pháp tư duy toán học: đi từ các bài toán cụ thể để đến kết quả toán học tổng quát và ngược lại, không tách rời lý thuyết toán học trừu tượng với các bài toán thực tiễn (với tinh thần: không chỉ dừng lại ở chứng minh định lý tồn tại phương án tối ưu mà dứt khoát phải xây dựng cho được thuật toán tìm ra nó!); đó là tác phong sư phạm mẫu mực, phương pháp nghiên cứu tỷ mỉ, chính xác và tinh thần làm việc khoa học trung thực, không bao giờ khoan nhượng với thói khoa trương, giả dối trong khoa học.

Tôi nghĩ sẽ không quá khi nói rằng, GS Hoàng Tụy không những đã để lại cho khoa học các công trình nghiên cứu đồ sộ về tối ưu toàn cục (với các thuật ngữ đã thành kinh điển như “nhát cắt Tụy”, “phép chia nón Tụy” hay “Định lý bất tương thích Tụy”) mà đã để lại cho thế hệ đi sau những bài học quý giá về “phương pháp tư duy toán học Hoàng Tụy” và “tác phong sư phạm và nghiên cứu khoa học Hoàng Tụy”.

THỦ TƯỚNG DỰ LỄ KỶ NIỆM SINH NHẬT LẦN THỨ 90 CỦA GIÁO SƯ HOÀNG TỤY VÀ LÀM VIỆC VỚI VIỆN TOÁN HỌC

Đoàn Trung Cường
(Viện Toán học - Viện Hàn lâm KH&CN Việt Nam)

Ngày 14/12/2017, Thủ tướng chính phủ Nguyễn Xuân Phúc đã dự lễ kỷ niệm sinh nhật lần thứ 90 của Giáo sư Hoàng Tụy tại Viện Toán học, Viện Hàn lâm KHCN Việt Nam. Buổi lễ nằm trong chương trình của Hội thảo quốc tế “Các thuật toán tối ưu và các vấn đề liên quan” do Viện Toán tổ chức với sự tham gia của nhiều chuyên gia quốc tế trong ngành tối ưu để chúc mừng GS. Hoàng Tụy.



Thủ tướng Nguyễn Xuân Phúc và Giáo sư Hoàng Tụy. Nguồn: Viện Toán học

Phát biểu tại buổi lễ, Thủ tướng Nguyễn Xuân Phúc chúc mừng GS. Hoàng Tụy nhân dịp ông tròn 90 tuổi và mong ông có nhiều sức khỏe để tiếp tục đóng góp cho nền khoa học nước nhà. Bày tỏ ấn tượng về các đóng góp của GS. Hoàng Tụy trong sự nghiệp khoa học, việc khởi xướng và thúc đẩy ứng dụng toán học vào đời sống kinh tế xã hội cũng như trên cương vị lãnh đạo Viện Toán học

“góp phần dẫn dắt Viện trở thành trụ cột của nền toán học Việt Nam cũng như đem lại uy tín quốc tế”, Thủ tướng khẳng định GS. Hoàng Tụy là nhà toán học tiêu biểu của Việt Nam, là tấm gương cống hiến lao động sáng tạo.

Thủ tướng Nguyễn Xuân Phúc chia sẻ, dân tộc Việt Nam thời nào cũng có những nhân tài kiệt xuất và tin tưởng rằng với tư chất thông minh, ý chí phấn đấu và lòng tự hào dân tộc, chúng ta sẽ có thêm nhiều nhà khoa học, nhiều nhân tài làm rạng rỡ cho Tổ quốc như GS. Hoàng Tụy. Nhân dịp này, Thủ tướng mong thế hệ trẻ Việt Nam tự tin, dấn thân vào khoa học, dũng cảm, bền bỉ, đương đầu với những thách thức, khó khăn để học tập, nghiên cứu, sáng tạo, phục vụ thiết thực công cuộc phát triển đất nước. Thủ tướng khẳng định Chính phủ sẽ tạo điều kiện thuận lợi cho thế hệ trẻ, cho các nhà khoa học, cho Viện Toán học phát huy khả năng và trí tuệ của mình, vươn tới những đỉnh cao mới trong khoa học, đóng góp ngày càng nhiều cho sự nghiệp xây dựng đất nước.

Trong không khí đầm ấm của buổi lễ, Thủ tướng bật mí cách đây 20 năm, vào dịp GS. Hoàng Tụy tròn 70 tuổi, khi đó với cương vị là lãnh đạo tỉnh Quảng Nam – quê hương của giáo sư, chính ông đã mời GS. Hoàng Tụy cùng gia đình về Quảng Nam và tổ chức buổi chúc mừng sinh nhật giáo sư.

Đáp lời Thủ tướng và những lời chúc mừng nồng nhiệt của các đại biểu tham dự hội nghị, GS. Hoàng Tụy bộc bạch “tấm lòng của tôi với khoa học, với đất nước từ thuở thiếu thời đến bây giờ không lúc nào vơi”. Giáo sư cho rằng, điều khiến ông “tự thấy hài lòng vì đã làm hết sức mình, còn kết quả thì cũng chừng nào thôi nhưng có điều tôi không ân hận, đó là luôn luôn hết sức thiết tha với khoa học và làm khoa học một cách khiêm tốn, trung thực từ lúc bắt đầu đến nay”.

Cũng trong buổi sáng 14/12, Thủ tướng Nguyễn Xuân Phúc đã làm việc với Viện Toán học.

Tham dự buổi làm việc với lãnh đạo và cán bộ chủ chốt của Viện Toán học cùng Thủ tướng có Bộ trưởng Khoa học và Công nghệ Chu Ngọc Anh, Chủ tịch Viện HLKHCN Việt Nam Châu Văn Minh, Phó Chủ nhiệm Văn phòng Chính phủ Nguyễn Xuân Thành, Thứ trưởng Nội vụ Triệu Văn Cường và đại diện Bộ Tài chính.

GS. TSKH. Phùng Hồ Hải, Viện trưởng Viện Toán học, đã báo cáo Thủ tướng về tình hình phát triển của Viện, việc thành lập trung tâm UNESCO dạng 2 về nghiên cứu và đào tạo toán học cũng như một số kiến nghị, đề xuất. GS. Hoàng Tụy bày tỏ cảm ơn Thủ tướng quan tâm đến toán học Việt Nam và nêu góp ý, trong bối cảnh cạnh tranh quốc tế ngày càng quyết liệt, nếu Nhà nước không có chính sách tiếp tục thúc đẩy sự phát triển của các ngành khoa học nói chung, ngành toán nói riêng thì chúng ta sẽ bị tụt hậu.

Ghi nhận ý kiến của các nhà toán học và lãnh đạo một số bộ, ngành, Thủ tướng Nguyễn Xuân Phúc biểu dương và đánh giá cao Viện Toán học là cơ quan nghiên cứu, đào tạo hàng đầu về toán học tại Việt Nam, là một trong số hơn mười trung tâm xuất sắc của Viện Hàn lâm Khoa học các

nước thế giới thứ ba, đây là điều đáng mừng cho đất nước, đồng thời cần được tiếp tục phát huy, phát triển hơn nữa. Thủ tướng khẳng định “Đảng, Nhà nước luôn quan tâm, tạo mọi điều kiện cho các đồng chí và Thủ tướng hôm nay đến đây cũng tạo mọi điều kiện thuận lợi nhất cho Viện Toán học”.

Nhất trí với ý kiến của GS. Hoàng Tụy, Thủ tướng cho rằng: “Khoa học công nghệ phải hội nhập, phải cạnh tranh với các nước trên thế giới và đặc biệt trong khu vực. Nếu chúng ta không đặt vấn đề cạnh tranh, sánh vai thì chúng ta tụt hậu, nhất là một số lĩnh vực quan trọng như toán học. Chúng ta còn nhiều khó khăn, còn có hạn chế trong hoạt động, nhất là cơ chế, kết quả nghiên cứu ứng dụng... thì chúng ta phải khắc phục cho được để vững bước tiến lên. Khắc phục cho được việc thu hút đào tạo lực lượng cán bộ tương xứng cả về số lượng và chất lượng, có khả năng thực hiện các nghiên cứu ứng dụng toán học đáp ứng yêu cầu phát triển kinh tế-xã hội”.

Với một số kiến nghị của Viện Toán học, Thủ tướng Nguyễn Xuân Phúc nhấn mạnh “Phải nhìn vị trí vai trò của Toán học Việt Nam trong phát triển để chúng ta có cơ chế, chính sách thuận lợi nhất cho Viện Toán, không để thể chế, quy định đã cũ, lạc hậu, làm chậm sự phát triển của một cơ quan nghiên cứu, đào tạo quan trọng này”. Thủ tướng đề nghị các bộ, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam quan tâm, tạo điều kiện thuận lợi, hỗ trợ cho Viện Toán học phát triển hơn nữa.

Thủ tướng đồng ý với đề xuất của Viện Toán về cấp học bổng tiệm cận mức học bổng quốc tế cho các học viên trong nước và quốc tế theo học tại Trung tâm quốc tế đào tạo và nghiên cứu toán học (Trung tâm UNESCO dạng 2) với tình

thần khuyến khích, động viên những sinh viên giỏi theo đuổi lĩnh vực này cũng như thu hút các học viên quốc tế tiềm năng.

Về vấn đề bảo đảm biên chế của Viện Toán, Thủ tướng đồng ý về chủ trương. Việc bảo đảm cho Viện có một lực lượng cán bộ tối thiểu để bao phủ được các chuyên ngành nghiên cứu căn bản của toán học hiện đại, bảo đảm Viện giữ vững được vị trí trong khu vực và trên thế giới,

cũng như có nhân lực để vận hành Trung tâm UNESCO về Toán học là hết sức quan trọng và cần thiết. Thủ tướng lưu ý với những người giỏi, tài năng thì không khát khe vấn đề biên chế.

Bên cạnh đó, Thủ tướng Nguyễn Xuân Phúc cũng đồng ý với kiến nghị hỗ trợ kinh phí hoạt động khoa học cho cán bộ có trình độ cao.



Thủ tướng Nguyễn Xuân Phúc làm việc với Viện Toán học, Nguồn: Viện Toán học

Tự cứu lấy mình bằng con đường làm khoa học

Đinh Văn Huỳnh
(Đại học Ohio, Mỹ)

Trong cuộc đời làm toán của tôi, tôi rất may được quen biết với hai nhà toán học lỗi lạc là GS Hoàng Tụy (Viện Toán học, Hà Nội) và GS Carl Faith (Khoa Toán, ĐH Rutgers, New Jersey, Mỹ). Rất trùng hợp

là cả hai ông đều hơn tôi 20 tuổi, tức chúng tôi đều là tuổi "Đinh". Tuy vậy ở Viện Toán học, vì là đồng nghiệp, chúng tôi gọi Giáo sư là "Anh" rất thân thiết và gần gũi. Nói về sự đóng góp cho toán học

thì cả hai người là dạng bậc thầy, viết cả quyển sách cũng không kể hết. Anh Tụy về "Tối ưu hoá" còn ông Faith là về ngành Đại số. Trong bài này tôi chỉ muốn kể về một số đóng góp của anh Tụy vào việc xây dựng một không khí làm việc sôi nổi ở Viện Toán học. Nếu đâu đó trong bài viết thấp thoáng hiện lên lòng biết ơn anh, thì đó hoàn toàn do cảm nhận của cá nhân tôi, chứ tôi không đại diện cho ai cả. Tuy vậy, tôi nghĩ trong giới nghiên cứu của Viện Toán, nhiều người cũng cảm nhận được là sự dẫn dắt và lãnh đạo của anh Tụy đóng vai trò quan trọng trong sự trưởng thành của họ.



GS Hoàng Tụy và nhà toán học, kinh tế học Liên Xô L. V. Kantorovich (Giải Nobel Kinh tế 1975).

Nguồn: Internet

Tự cứu mình

Khi đang làm Viện Trưởng, anh Tụy rất quan tâm lo lắng cho cuộc sống thiếu thốn của các cán bộ nghiên cứu. Anh cho rằng có thể tìm ra con đường "tự cứu mình" rất tích cực. Tại những cuộc họp của Viện Toán, anh Tụy phổ biến các biện pháp "tự cứu mình" rất cụ thể: tìm các học bổng, hay chỗ giảng dạy do các đại học nước ngoài mời để đi ra nước ngoài

làm nghiên cứu hay giảng dạy khoa học, rồi dành dụm chút tiền về để nuôi sống gia đình, vợ con. Ngày đó những nhà khoa học mà tự lo được một chỗ trong diện này là vinh dự lắm. Ở bên Bộ Đại học người ta phân nhau các suất đi dạy học ở châu Phi. Nhưng các suất đi dạy ở châu Phi là do Bộ Lao động quản lý, phân công. GS Hoàng Tụy không quan tâm đến những thứ này, vì theo ông, nó không có giá trị mang lại sự phát triển chuyên môn cho bất cứ ai của Viện Toán. Nó thuần túy là các suất đi lao động nước ngoài mà thôi.

GS Hoàng Tụy là Viện Trưởng Viện Toán trong những năm 1980-1990. Đây là thời gian khó khăn nhất cho cả nước về cuộc sống vật chất, lương tháng không đủ ăn cho 10 ngày, ai cũng phải bươn chải. Anh Tụy rất lo lắng về tình hình này. Có hôm anh bảo rằng "Nhà nước không lo được cho ta thì ta phải tự lo". Thế rồi trong viện anh kêu gọi "tự cứu mình" với cung cách rất rõ ràng và cụ thể. Sau này khi Nhà nước ra khẩu hiệu "tự cứu mình", tôi mới nghĩ, việc này anh Tụy đã làm từ lâu ở Viện Toán rồi!

(1) *Xin học bổng để nghiên cứu.* Anh Tụy khuyên mọi người chú ý đến việc xin các học bổng ở các nước có tiềm lực kinh tế mạnh ở châu Âu, cụ thể nhất là ở Tây Đức. Ở đó có các quỹ tài trợ khoa học lớn như Alexander von Humboldt Foundation, DAAD, Max Planck, v.v. Ngoài ra anh cũng đề cập đến các học bổng ở Nhật nữa. Anh em Viện Toán đầu tiên quan tâm đến việc xin các học bổng ở Tây Đức.

(2) *Xin các vị trí nghiên cứu kết hợp giảng dạy (visiting positions).* Đối với các cán bộ trưởng thành hơn, anh Tụy khuyên nên mạnh dạn trao đổi nghiên cứu để tìm hiểu và có thể nhận được những "chân" giảng dạy tạm thời kết hợp với cộng tác nghiên cứu trong thời gian mấy tháng

đến mấy năm. Viện hoàn toàn ủng hộ và làm thủ tục cho đi dễ dàng.

Cách tiến hành để có được học bổng hay visiting positions

Anh Tụy rất quan tâm lo lắng đến trình độ tiếng Anh của anh em trong Viện. Ở cuộc họp Viện nào anh cũng nhắc nhở. Anh bảo đăng bài nghiên cứu bằng tiếng Anh người ta đọc rồi mới biết mình làm gì chứ, nếu không, ai biết đâu mà mời các anh? Anh còn nhấn mạnh đến cách nói, diễn đạt tiếng Anh nữa, anh khuyến khích anh em theo học tiếng Anh.

Có lần anh triệu tập họp cả viện chỉ với mục đích là nghe anh trình bày cách viết bài báo bằng tiếng Anh. Khi đó tôi đã đăng mấy bài bằng tiếng Anh rồi, nhưng nghe anh nói thật thấm thía, bổ ích. Khi nói về chữa, anh bảo có lúc mình cần chữa vài chữ trong một câu, khi chữa xong, mình cần đọc lại câu đó, thậm chí cả đoạn đó xem có hợp lý, có trôi chảy không. Anh khuyến khích, động viên các anh em giỏi tiếng Anh trong Viện. Anh xem những nghiên cứu của cán bộ trong viện mà được các đại học, các nhà toán học ở các nước tiên tiến quan tâm là các nghiên cứu tốt, rồi động viên anh em cố gắng vươn lên.

Làm thế nào để được xuất ngoại sau khi có học bổng hay visiting positions?

Anh Tụy biết những suất như thế này là “đích danh” mà hệ thống xã hội của ta lúc đó khó cho phép một ai “xuất ngoại”, nhất là đi sang các nước tư bản, có tính riêng tư như vậy. Vì vậy anh Tụy đã thuyết phục ông Viện trưởng Viện Khoa học Việt Nam là trong những trường hợp như vậy Viện Khoa học Việt Nam nên cho quyết định dưới dạng Viện “cử đi nghiên cứu, hay kết hợp giảng dạy và nghiên cứu”. Ông Nguyễn Văn Hiệu, ủy viên TW Đảng, Viện trưởng Viện Khoa học Việt Nam, đã

hoàn toàn ủng hộ đề nghị này của anh Tụy. Về sau, có lần đến nói chuyện với Viện Toán, ông Hiệu đã nhắc đến chuyện này một cách thú vị.

Anh Tụy về tuyên bố với anh chị em Viện Toán là vấn đề bây giờ là làm sao để có tài trợ và giấy mời, còn việc nhà nước cho đi là hiển nhiên. Mỗi khi Viện Khoa học Việt Nam quyết định cử đi thì không ai cản trở được nếu chúng ta không sai phạm luật pháp. Thế là hàng loạt cán bộ của Viện Toán đi nghiên cứu ở các nước Tây Đức, Anh, Pháp, Tây Ban Nha, Úc, New Zealand, Hàn Quốc, Nhật, Thái Lan, Canada, Mỹ, Kuwait . . . mà không có một khó khăn nào.

Phải nói anh Tụy đã vô cùng tận tâm vì sự nghiệp của từng cán bộ nghiên cứu của Viện Toán, mà tôi là một trong số đó. Mỗi lần nhắc đến tên GS Hoàng Tụy, trong tôi dâng lên một sự kính trọng và biết ơn con người vô cùng yêu quý này. Chỉ mong anh khoẻ mạnh để sống mãi bên cạnh các học trò, gia đình, đồng nghiệp vô cùng yêu quý của anh.

Một chuyện cá nhân của tôi

Tài trợ của Quỹ Humboldt chỉ dành cho những nhà khoa học xuất sắc dưới 40 tuổi. Khi ấy tôi đã gần 40, mỗi lần gặp anh cứ nhắc tôi tranh thủ làm đơn đăng ký nếu không sẽ bị muộn. Khi tôi được rồi, anh mừng cho tôi. Năm 1986, hồ sơ xin đi Tây Đức của tôi được Viện Khoa học Việt Nam gửi lên Văn phòng Chính phủ. Sau 3 tháng vẫn không thấy trả lời, tôi mới gặp và báo cáo tình hình để anh Tụy biết. Anh đã rất sốt sắng và đề nghị anh viện phó, GS Trần Mạnh Tuấn, cố gắng tìm ra nguyên nhân. Anh Tuấn đã lên tận nơi hỏi, thì được biết lý do là do tôi trùng tên với một người mà người đó “đang có vấn đề”. Anh Tụy đã gửi công văn giải trình về tôi, nói rằng tôi là cán

bộ nghiên cứu của Viện Toán, hoàn toàn trong sáng. Nếu có vấn đề gì là chắc chắn do nhầm lẫn. Thế là trong một tuần tôi đã nhận được quyết định của Văn phòng Chính phủ cho đi.

Anh Tụy là một nhà khoa học nghiêm túc, nhưng trong cuộc sống đời thường anh rất gần gũi, hiểu biết và chia sẻ. Vì tôi hay đi sang các nước phương Tây nên có lần anh dặn, khi các thủ tục chưa xong không nên nói ra ngoài là sẽ đi đâu vì trong cuộc sống bây giờ nhiều tiêu cực. Một câu nói của kẻ xấu cũng dễ dàng phá hỏng mọi cố gắng của mình. Thế là tôi nghe theo lời khuyên rất bổ ích này. Ngay cả trong gia đình, tôi chỉ nói đi đâu khi tôi đã xong hộ chiếu, visa và vé có ngày đi.

Phương tiện cho Viện Toán

Thời đó Chính phủ Việt Nam nghèo lắm, thiếu ngoại tệ một cách trầm trọng. Vì thế số anh em đi làm nghiên cứu hay giảng dạy ở các nước phương tây phải nộp 25% tiền thu nhập của mình cho Nhà nước. Anh Tụy đã xin Bộ Tài chính khoản

đóng góp này của anh em Viện Toán để dùng nó mua các phương tiện làm việc cho Viện. Đợt đầu tiên mua được một chiếc xe Toyota mới 16 chỗ ngồi, sau đấy là máy tính và máy photocopy cho Viện. Nhờ vậy Viện Toán đã được trang bị khá hiện đại rất sớm.

Kết luận

Tôi vừa viết về việc anh Hoàng Tụy phát động phong trào “tự cứu mình” ở Viện Toán. Cái “phong trào” này cũng đã lan truyền rất nhanh ra ngoài. Ngày nay, khi đất nước hoà nhập vào thế giới hiện đại, việc người trẻ xin học bổng để ra học hay nghiên cứu ở nước ngoài đã trở nên rất phổ biến, nhất là sang học ở Mỹ. Mỗi khi nhìn vào đội ngũ này, trong tâm tôi lại nhớ đến GS Hoàng Tụy. Chắc anh vui lắm khi nhìn các sinh viên ưu tú của ta đang thành danh ở các đại học hiện đại của các nước tiên tiến.

Cám ơn GS Hoàng Tụy, đã khởi xướng phong trào “tự cứu mình” đúng nơi, đúng lúc. Anh là một trí thức vô cùng ưu tú của dân tộc Việt Nam.

Khám phá ẩn số: Các công trình của Louis Nirenberg trong phương trình đạo hàm riêng

Tristan Rivière

(Đại học Tổng hợp Zuerich, Thụy Sĩ)

Giới thiệu (Notices AMS): Vào ngày 19 tháng 5 năm 2015, Louis Nirenberg và John F. Nash Jr. nhận được 6 triệu Krone

Na Uy (tức là vào khoảng 750.000 Đô la Mỹ) của Giải thưởng Abel trong toán học của chính phủ Na Uy tương ứng với

Giải thưởng Nobel cho vật lý của Thụy Điển. Ban đầu giải thưởng được đề xuất bởi nhà toán học Na Uy Sophus Lie nhân dịp kỷ niệm một trăm năm ngày sinh của nhà toán học Na Uy Niels Henrik Abel vào năm 1902, giải thưởng chỉ mới chính thức được lập trong lễ kỷ niệm hai trăm năm ngày sinh của Abel trong năm 2002. Trong tuyên bố lý do trao giải, John Rognes, Chủ tịch Ủy ban Giải thưởng Abel, bắt đầu bài phát biểu bằng câu chuyện kể về Newton và phương trình vi phân thường. Nghịch lý là chứng minh các nghiệm tồn tại thì tương đối dễ nếu chúng ta cho phép chúng không nhất thiết có đạo hàm (bằng cách này ta hiểu đây là nghiệm yếu), chẳng hạn các hàm suy rộng, các phân phối de Rham được xác định bởi các tích phân hơn là được xác định như là các hàm trơn. Sau đó, chúng ta có thể hy vọng vào việc chứng minh các nghiệm này là có đạo hàm sau khi đã tìm thấy chúng. Rognes phát biểu rằng:

"Lúc đầu, một nghiệm yếu chỉ tồn tại trong một thế giới ảo mà ta nhận thấy qua sự tương tác của nó với các đối tượng khác. Để thành công cụ hữu ích trong ứng dụng và có thể dễ dàng tính toán với máy tính, ta cần biết nghiệm yếu là tồn tại và các tỷ lệ thay đổi tương ứng với nghiệm yếu cũng là tỷ lệ thay đổi thực tế."

"Các kết quả về tính chính quy của Nirenberg và Nash cung cấp cho chúng ta sự hiểu biết về vấn đề này với sự chặt chẽ toán học."

Tiếp nối sau lễ trao thưởng do Nhà vua Harald V tiến hành là các bài phát biểu nhận giải của những người đoạt giải thưởng. Nirenberg mê hoặc tất cả mọi người trong khán phòng bằng cách bắt đầu thừa nhận rằng ông đã rất lo lắng, nhưng sau đó ông đã đưa mọi người vào trạng thái thư giãn bằng các câu chuyện của mình. Ông thể hiện niềm vui mỗi khi hợp

tác nghiên cứu khoa học và thể hiện tình yêu của mình với các bất đẳng thức.

Trong loạt bài giảng Abel vào ngày hôm sau, Nirenberg không chỉ nói chuyện về công việc của mình mà còn đề cập về các cột mốc đối với giả thuyết về các số nguyên tố song sinh mới được công bố bởi Yitang Zhang. Trong bài giảng giới thiệu các công trình của Nirenberg, Tristan Rivière nói rằng, "nỗ lực trong khoa học của Nirenberg là một lời nhắc nhở cho tất cả chúng ta rằng trong nghiên cứu khoa học vấn đề đầu tiên và quan trọng nhất chính là sự tự do học thuật mà ở đó tranh luận, thảo luận, và trao đổi ý kiến đóng một vai trò quyết định." Trong bài giảng khoa học về "Các bong bóng xà phòng và toán học" Frank Morgan nhận định rằng chính Nirenberg, với sự cộng tác của David Kinderlehrer và Joel Spruck, đã chứng minh rằng các đường cong kì dị trong các cụm bong bóng xà phòng là giải tích thực.



Louis Nirenberg. Nguồn: Internet

Các phương trình đạo hàm riêng là những đối tượng trung tâm trong mô hình hóa toán học của khoa học tự nhiên

và xã hội, chẳng hạn trong sự truyền âm thanh, sự truyền dẫn nhiệt, nhiệt động lực học, điện từ, độ đàn hồi, động lực học chất lỏng, cơ học lượng tử, tăng trưởng dân số và tài chính. Lý thuyết phương trình đạo hàm riêng bước vào thời hoàng kim của nó trong nửa cuối của thế kỷ XX.

Kể từ đầu những năm 1950 các công trình toán học của Louis Nirenberg đã có những đóng góp lớn cho lĩnh vực tri thức nền tảng này của nhân loại. Cái tên Nirenberg được gắn liền với nhiều dấu mốc quan trọng đối với việc nghiên cứu các phương trình đạo hàm riêng. Việc trao giải thưởng Abel cho Nirenberg đánh dấu một dịp đặc biệt để chúng ta nhìn lại sự phát triển của lĩnh vực phương trình đạo hàm riêng và gia tài của một trong những diễn viên chính trong hành trình phát triển của nó.

Louis Nirenberg tiếp cận lĩnh vực phương trình đạo hàm riêng khi nó đang ở trong tình trạng “lộn xộn” và ông vẫn thường thừa nhận cái cảm giác đặc biệt của mình đối với sự hỗn độn ấy. Chúng ta sẽ bắt đầu bằng cách trình bày những nỗ lực ban đầu, chủ yếu trong thế kỷ XIX, để thấy bức tranh tổng thể của phương trình đạo hàm riêng cũng như các hạn chế và bất cập của nó.

SỰ TỒN TẠI VÀ DUY NHẤT NGHIỆM VỚI DỮ LIỆU GIẢI TÍCH: ĐỊNH LÝ CAUCHY-KOVALEVSKAYA

Có lẽ nghiên cứu có hệ thống đầu tiên về phương trình đạo hàm riêng thuộc về các công trình của Augustin-Louis Cauchy và định lý của ông về sự tồn tại và duy

nhất nghiệm cho các phương trình đạo hàm riêng tựa tuyến tính bậc một với dữ liệu giải tích thực. Trong năm 1874, Sofia Kovalevskaya, rõ ràng đã không biết công trình của Cauchy nhiều năm trước đó, đã chứng minh trong luận án của mình một phiên bản phi tuyến tổng quát của kết quả trên⁽¹⁾.



Sofia Vasilyevna Kovalevskaya (1850-1891).

Nguồn: Internet

Một số hạn chế của lý thuyết Cauchy-Kovalevskaya

Định lý Cauchy-Kovalevskaya đòi hỏi một bối cảnh giải tích mà ở đó tất cả các dữ liệu đầu vào đều là các hàm giải tích. Một chứng minh cổ điển của định lý trên dựa vào sự hội tụ của các chuỗi lũy thừa. Câu hỏi liệu có tìm được một phiên bản không đòi hỏi tính giải tích hay không là đề tài đã thu hút nhiều nghiên cứu và mặc dù đã có những kết quả về tính duy nhất nghiệm cho một số lớp các phương trình đạo hàm riêng tuyến tính, cũng có nhiều phản ví dụ mà ở đó tính duy nhất nghiệm không còn đúng. Và vì vậy câu hỏi ở dạng tổng quát vẫn cần được giải quyết.

⁽¹⁾ND: Định lý Cauchy-Kovalevskaya phát biểu rằng bài toán Cauchy tựa tuyến tính

$$\partial_{x_n} f = A_1(x, f) \partial_{x_1} f + \cdots + A_{n-1}(x, f) \partial_{x_{n-1}} f + b(x, f)$$

với điều kiện ban đầu $f(x) = 0$ trên siêu mặt $x_n = 0$ có nghiệm (và) duy nhất $f : \mathbb{K}^m \rightarrow \mathbb{K}^n$ trong một lân cận của 0, với $K = \mathbb{R}, \mathbb{C}$. Ở đây A_i và b là các hàm giải tích. Cauchy chứng minh một dạng đặc biệt của định lý trên năm 1842 và Kovalevskaya chứng minh định lý năm 1874.

Thực tế nếu ta mong muốn đi tìm các nghiệm toàn cục, lẽ thường tình sẽ tồn tại trong các bài toán có yếu tố vật lý, thì ta cần phải bỏ yếu tố giải tích do các kỳ dị có thể xuất hiện trong thời gian hữu hạn.

TÍNH GIẢI ĐƯỢC ĐỊA PHƯƠNG

Ý niệm về tính giải được địa phương và một phản ví dụ của Lewy

Nỗ lực đầu tiên để vượt qua lý thuyết Cauchy–Kovalevskaya cổ điển là hy sinh yêu cầu về tính duy nhất nghiệm và cần phải quan sát "mầm" của các phương trình đạo hàm riêng tại một điểm. Chúng ta xét các phương trình trong phạm vi tuyến tính và đặt câu hỏi liệu có thể mở rộng lớp các nghiệm từ yếu tố giải tích sang lớp các nghiệm với yếu tố trơn C^∞ hoặc thậm chí là lớp rộng hơn gồm các hàm suy rộng - còn gọi là các phân phối. Hơn thế nữa, bên ngoài khuôn khổ của yếu tố giải tích, phải chăng một phương trình đạo hàm riêng tuyến tính luôn giải được địa phương?

Khoảng năm 1955, Leon Ehrenpreis và Bernard Malgrange độc lập chứng minh kết quả về tính giải được địa phương của bất kỳ phương trình đạo hàm riêng tuyến tính với hệ số hằng. Bằng cách sử dụng lý thuyết các hàm phân phối của Laurent Schwartz, một phương trình đạo hàm riêng tuyến tính hệ số hằng có thể được chuyển thành một phương trình tích chập và bài toán về tính giải được địa phương được quy về bài toán phân chia trong đại

số hàm. Được khích lệ bởi kết quả này, phỏng đoán khẳng định rằng bất kỳ toán tử tuyến tính với hệ số tổng quát đều có thể giải được địa phương trở nên nổi tiếng trong cộng đồng phương trình đạo hàm riêng. Năm 1957, Hans Lewy đã đưa ra một phản ví dụ tuyệt đẹp để chỉ ra rằng một phương trình đạo hàm riêng tuyến tính với hệ số thuộc C^∞ trong không gian ba chiều không có nghiệm thuộc lớp C^1 trong một lân cận của điểm gốc. Phản ví dụ này mở đường cho sự xuất hiện của một loạt các nghiên cứu rất có giá trị của rất nhiều nhà giải tích tên tuổi ở thời điểm đó, chẳng hạn như Lars Hörmander, Louis Nirenberg, François Trèves, và Yuri Vladimirovich Egorov. Và họ đã đang tìm kiếm các điều kiện cần và đủ cho tính giải được địa phương.

Điều kiện Nirenberg–Trèves về tính giải được địa phương

Trong ba bài báo nền tảng, Louis Nirenberg và François Trèves đề xuất điều kiện cần và đủ về tính giải được địa phương, còn gọi là điều kiện (P)⁽²⁾, cho một số lớp phương trình chẳng hạn trong các công trình của chính Nirenberg và Trèves và về sau của Beals và Fefferman, và của Hörmander, và cho đến tận năm 2006 khi Nils Dencker kiểm tra được tính đủ của dạng tổng quát của điều kiện Nirenberg–Trèves (Ψ)⁽³⁾ cho lớp các toán tử giả vi phân. Các toán tử giả vi phân đã được giới thiệu lần đầu bởi Nirenberg cộng tác cùng với Joseph J. Kohn vào năm 1965 và bởi Lars Hörmander.

⁽²⁾ND: Kết quả của Nirenberg và Trèves được công bố trong hai công trình in tại *Comm. Pure Appl. Math.* trong năm 1970. Điều kiện (P) được nhắc tới ở đây là điều kiện đặt trên biểu trưng của toán tử vi phân tương ứng với bài toán đang xét. Kết quả công bố trong năm 1970 này là kết quả mở rộng và tổng quát của các kết quả đã biết từ trước, chẳng hạn của Hörmander năm 1960, của chính Nirenberg và Trèves năm 1963.

⁽³⁾ND: Thực tế điều kiện (Ψ) đã xuất hiện trong các công trình của Nirenberg và Trèves như là một giả thuyết. Trong khi điều kiện (P) áp dụng cho các toán tử vi phân thì điều kiện (Ψ) áp dụng cho các toán tử giả vi phân. Kết quả của Dencker đã được in trên tạp chí danh tiếng bậc nhất *Ann. of Math.* trong năm 2006.

BÀI TOÁN CAUCHY VÀ TÍNH GIẢI ĐƯỢC
TOÀN CỤC CỦA CÁC PHƯƠNG TRÌNH ĐẠO
HÀM RIÊNG TUYẾN TÍNH

Ý niệm về một bài toán Cauchy

Nhận thức được vấn đề về tính giải được địa phương của một phương trình đạo hàm riêng là một câu hỏi quan trọng, nhưng người ta có thể cho rằng vấn đề này không có tính thực tế bởi vì trong các ứng dụng vật lý, nếu tồn tại thì nghiệm là toàn cục. Câu hỏi về tính giải được toàn cục kết hợp cùng với tính duy nhất nghiệm hình thành nên bài toán mà ta gọi là bài toán Cauchy. Một bài toán Cauchy, hoặc một bài toán đặt chỉnh, bao gồm một phương trình đạo hàm riêng tuyến tính, một không gian hàm E trong đó dữ liệu (đầu vào) có ý nghĩa, và một không gian hàm F mà nghiệm (đầu ra, cũng gọi là ẩn) nên tìm, cùng với các yêu cầu:

- i) Tồn tại đúng một nghiệm trong F với bất kỳ dữ liệu cho trước trong không gian hàm E ;
- ii) Sự phụ thuộc của nghiệm vào dữ liệu là liên tục từ E vào F .

Việc đi tìm các không gian hàm thích hợp E và F cho các phương trình đạo hàm riêng tuyến tính khác nhau đã hình thành một số lượng lớn các hoạt động toán học trong suốt thế kỷ qua. Tất cả các nghiên cứu xuất hiện trong quá trình trên đã cung cấp các thành phần cần thiết như "dáng điệu tiệm cận" hoặc các "ràng buộc ở đường chân trời" nhằm mục đích để giải càng nhiều phương trình phi tuyến càng tốt. Ta có thể minh họa cho khái niệm về một bài toán Cauchy bằng cách nhìn vào các ví dụ các bài toán đặt không chỉnh. Chẳng hạn ta quan tâm đến việc tìm thác triển chỉnh hình trong đĩa $\mathbb{D}^2$ với điều kiện biên thuộc lớp C^1 cho trước. Đây là một bài toán đặt không chỉnh bởi vì

không phải tất cả các dữ liệu cho trước trên biên đều có thể cho ta một thác triển chỉnh hình thuộc lớp C^1 trong đĩa $\mathbb{D}^2$ (lấy ví dụ hàm $1/z$). Tuy nhiên, tính không đặt chỉnh ở đây có thể bị phá vỡ bằng cách thay thế lớp hàm thuộc lớp C^1 trên biên bằng không gian con của không gian các hàm thuộc lớp C^1 mà L^2 -trực giao với các hàm $1/z^k$ với tất cả các số nguyên k .

Sự phân chia trong giải tích các phương trình đạo hàm riêng

Việc nghiên cứu các bài toán Cauchy một cách vô hình đã thiết lập một sự phân chia trong lĩnh vực phương trình đạo hàm riêng thành nhiều lĩnh vực riêng rẽ của giải tích. Giải tích của phương trình đạo hàm riêng không thể được gói gọn thành một lý thuyết duy nhất. Thực tế, đó là một lĩnh vực mà trông có vẻ "mất trật tự" nếu chỉ nhìn từ bên ngoài. Nhưng "sự hỗn độn" này, đôi khi không được các nhà giải tích khuyến khích, lại là tính tự nhiên của thế giới phương trình đạo hàm riêng, và nó là nguồn gốc của sự đa dạng đến không có giới hạn của các hiện tượng, của các lập luận, và của cả các kết quả. Chúng ta vẫn có thể đưa một số thứ tự nhất định trong sự đa dạng của lĩnh vực này bằng cách sử dụng ba lớp toán tử chính sau đây: elliptic, chẳng hạn như phương trình Laplace; parabolic, chẳng hạn như phương trình truyền nhiệt; và hyperbolic, chẳng hạn như phương trình truyền sóng. Tuy nhiên việc phân loại đơn giản như trên đã loại ra ngoài rất nhiều phương trình bao gồm cả những phương trình có bản chất vật lý, chẳng hạn như phương trình Schrödinger hay phương trình sóng nước Korteweg–de Vries. Tuy nhiên, các hiểu biết nhất định về việc phân loại các phương trình thành một trong ba lớp trên về cơ bản đã là bước đi đầu tiên trong việc nghiên cứu các phương trình đạo hàm riêng lai và phức tạp hơn về sau. Phương

trình parabolic có thể được hiểu như là phương trình elliptic chuyển động cùng với thời gian và do đó hai loại phương trình này chia sẻ cho nhau rất nhiều tính chất chẳng hạn như sự trơn hoá và tốc độ lan truyền không giới hạn. Ở một khía cạnh khác, các phương trình hyperbolic lại rất khác biệt và chúng liên quan đến tốc độ lan truyền hữu hạn và yếu tố vận chuyển các kì dị.

Các đóng góp của Nirenberg có tầm ảnh hưởng gần gũi hơn với hai loại phương trình đầu tiên và vì vậy chúng ta sẽ tập trung vào các phương trình đạo hàm riêng elliptic và parabolic.

Bài toán Cauchy trong không gian Banach L^p cho các phương trình elliptic theo nghĩa của Agmon–Douglis–Nirenberg

Trong hai bài báo nền tảng được công bố vào năm 1959 và vào năm 1964, Schmul Agmon, Avron Douglis và Nirenberg đã giải một số bài toán Cauchy cho các phương trình elliptic và thiết lập tính khả nghịch của một số toán tử elliptic với cấp tùy ý. Các kết quả này được xây dựng trong bối cảnh của không gian Banach L^p . Kết quả mà các tác giả nhận được là tối ưu và nó đã mở đường để nghiên cứu không chỉ phương trình đạo hàm riêng tuyến tính mà còn cho các phương trình phi tuyến, mà trước đây hoàn toàn nằm ngoài tầm với.

BẤT ĐẲNG THỨC VÀ CÁC ƯỚC LƯỢNG TIỀN NGHIỆM

Bất đẳng thức nội suy Gagliardo–Nirenberg

Có thể nói lĩnh vực phương trình đạo hàm riêng được xây dựng bởi các bất đẳng thức. Và chính các bất đẳng thức là những con ngựa thồ chính của lĩnh vực này. Vào những năm giữa thập

niên 1950, đã có rất nhiều bất đẳng thức xuất hiện trong giải tích hàm, chẳng hạn: Hölder, Minkowski, Poincaré, Poincaré–Wirtinger, Young, Hausdorff–Young, Hardy, Hardy–Littlewood, v.v. , ở đây ta chưa đề cập đến bất đẳng thức Sobolev ra đời gần thời điểm đó. Bằng cách xem xét mở rộng các bất đẳng thức một cách triệt để (một đặc điểm chung trong các công bố của Nirenberg) trong những năm xung quanh 1959 và độc lập với Emilio Gagliardo, Nirenberg đã tìm ra một họ các bất đẳng thức cho chuẩn Sobolev. Ví dụ, đối với một hàm u có giá trị thực trong $\mathbb{R}^n$, khi t thay đổi từ 0 đến 1, ta thu được một họ các bất đẳng thức sau:

$$\|u\|_{L^q} \leq C \|u\|_{L^p}^t \left(\int (|u|^n + |Du|^n) \right)^{(1-t)/n},$$

trong đó $1 \leq p \leq q < +\infty$, $t = p/q$.

Sử dụng các bất đẳng thức Gagliardo–Nirenberg để chứng minh các ước lượng tiên nghiệm

Ý niệm về các ước lượng tiên nghiệm đóng vai trò thiết yếu trong phương trình đạo hàm riêng. Nói một cách nôm na, các ước lượng tiên nghiệm đề cập đến việc đánh giá chuẩn của nghiệm giả định trong một không gian Banach E trước khi chúng ta biết rằng một nghiệm như vậy có thực sự tồn tại hay không. Trong những tình huống cụ thể, khi nhìn vào một phương trình đạo hàm riêng phi tuyến nhất định, chúng ta cần thiết lập các ước lượng tiên nghiệm để sau này có thể áp dụng các phương pháp khác nhau để cuối cùng chứng minh sự tồn tại của nghiệm thỏa mãn ràng buộc mà ta vừa chỉ ra, chẳng hạn: phương pháp điểm bất động bằng cách tiếp cận nhiều, phương pháp liên tục, các kỹ thuật tô pô như lý thuyết Leray–Schauder, các tiếp cận

giải tích hàm như lý thuyết toán tử đơn điệu, lý thuyết xấp xỉ, các tiếp cận hàm phạt như elliptic hoá hoặc phương pháp độ nhót, và các phương pháp biến phân (như cực tiểu hoá, phương pháp min-max, hoặc lý thuyết Morse). Bất đẳng thức Gagliardo–Nirenberg chủ yếu được sử dụng để đánh giá các thành phần phi tuyến và thiết lập các ước lượng tiên nghiệm. Có vô số ứng dụng của những bất đẳng thức này.

Không gian BMO của John và Nirenberg: Cuộc gặp gỡ giữa tính chất đàn hồi và giải tích điều hoà

Giải tích của phương trình đạo hàm riêng đã phát triển và tiếp tục phát triển trong mối liên hệ chặt chẽ với sự phát triển của giải tích hàm và lý thuyết không gian hàm. Rất nhiều các bài toán phương trình đạo hàm riêng tuyến tính và phi tuyến đã đặt ra việc xây dựng các không gian hàm mới, chẳng hạn như các không gian Sobolev dùng để giải các bài toán biên Dirichlet. Ở chiều hướng ngược lại ta vẫn thấy điều này là đúng: các kiến thức và tính chất của các không gian hàm có thể nâng tầm hiểu biết của chúng ta đối với các phương trình đạo hàm riêng.

Năm 1961, nhà toán học Fritz John nghiên cứu bài toán độ cứng từ lý thuyết đàn hồi. Biến dạng được sinh ra trong một vật thể rắn đàn hồi có thể được đo bởi “khoảng cách” của gradient của chuyển dịch từ nhóm trực giao⁽⁴⁾. Ông đã đặt câu hỏi sau:

Nếu gradient của một phép biến đổi từ không gian Euclid vào chính nó là "gần

với" nhóm các phép quay tại mọi điểm, liệu nó sẽ gần với một phép quay nào đó trong nhóm tại mọi điểm?

John sau đó đã đưa ra một phản ví dụ cho câu hỏi trên nhưng ông cũng đã hình dung được cách kiểm soát sai số trong khẳng định đó. Về sau khi cộng tác với Nirenberg, mà từ đó kết quả thu được trở thành một mốc quan trọng trong ngành giải tích, John và Nirenberg đã nghiên cứu một cách hệ thống không gian con bao gồm các hàm khả tích địa phương mà các phần tử của chúng thoả mãn các ước lượng nào đó, còn gọi là không gian của các hàm với dao động trung bình bị chặn (**BMO**). Các tác giả đã chứng minh rằng không gian hàm này thực sự lớn hơn L^∞ nhưng lại nhỏ hơn L^p_{loc} với bất kỳ $p < +\infty$ nào. Không gian **BMO**, phát sinh một cách tự nhiên trong bối cảnh nghiên cứu tính đàn hồi vào năm 1960, dường như còn mới và chưa hề được các nhà giải tích hàm biết đến. Do đó, có thể nói việc phát hiện ra nó là một bất ngờ lớn, đặc biệt tầm quan trọng của phát hiện này lại càng lớn hơn sau một kết quả rất gây chú ý của Elias Stein và Charles Fefferman vào năm 1972, kết quả đó nói rằng không gian **BMO** là không gian đối ngẫu (Banach) của một không gian rất nổi tiếng khác trong lý thuyết hàm phức do Friedrich Riesz đưa ra hơn bốn mươi năm trước gọi là “không gian Hardy” H^1 để vinh danh một tác phẩm kinh điển của Godfrey Hardy từ năm 1915.

Các không gian đối ngẫu H^1 và **BMO** đóng vai trò quan trọng trong phương trình đạo hàm riêng. Nói theo lối kinh

⁽⁴⁾ND: Trong cơ học chất rắn, khái niệm về biến dạng để chỉ các thay đổi về hình dạng và kích thước của một vật dưới một tác động nào đó trong hệ quy chiếu đang xét. Biến dạng về cơ bản là một ten-xơ bậc hai, là gradient của vectơ chuyển dịch. Gradient này được tách thành tích của hai ten-xơ, một là phép quay trực giao (chính là độ quay cứng toàn thể của vật rắn) và một là ten-xơ đối xứng (là biến dạng thực của vật rắn). Giả sử $\varphi : \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ là một biến dạng, khi đó biến dạng của gradient biến dạng $\nabla\varphi \in GL(n)$ xác định thành phần không xoay của $\nabla\varphi$. Do đó biến dạng sẽ bị triệt tiêu nếu $\nabla\varphi$ là một phép quay, tức là $\nabla\varphi \in SO(n)$. Điều này gợi ý cho ta thấy độ lệch của $\nabla\varphi$ ra khỏi $SO(n)$ thể hiện mức độ biến dạng.

nghiệm thì người ta có thể xem chúng là các “vật thay thế tự nhiên” cho L^1 và L^∞ vì các không gian hàm này không tương thích với lý thuyết Calderón–Zygmund;

và thực tế, các kết quả của Agmon–Douglis–Nirenberg không còn đúng cho L^1 hoặc L^∞ . Nhưng ngược lại, các không gian H^1 và **BMO** lại “ứng xử” rất đẹp trong các lý thuyết trên.

(Còn nữa)

Người dịch: **Ngô Quốc Anh**

(Trường Đại học Khoa học Tự nhiên - ĐH Quốc gia Hà Nội)

BOURBAKI VÀ NỀN TẢNG CỦA TOÁN HỌC HIỆN ĐẠI⁽¹⁾

Sylvain Guilbaud

Một nhóm các nhà toán học người Pháp đã giới thiệu một cách nhìn hoàn toàn mới về lĩnh vực của họ. Mặc dù có hàng thập niên được quốc tế công nhận, nhưng Bourbaki vẫn còn đó được che giấu trong sự bí ẩn.

Tám mươi năm hoạt động khoa học liên tục: đối với bất kỳ nhà nghiên cứu nào khác, tuổi thọ đó là phi thường. Nhưng không đúng trong trường hợp của Nicolas Bourbaki, một trong những “**nhân vật chính**” của toán học thế kỷ 20. Mặc dù vẫn còn khá bí mật, tuổi trẻ vĩnh cửu của ông không phải là bí ẩn: cái tên Bourbaki là bút danh được dùng chung để chỉ một cộng đồng các nhà toán học, mà các thành viên của cộng đồng đó - đổi mới theo thời gian - nỗ lực đưa ra một cách trình bày các lĩnh vực toán học được cấu trúc dưới dạng một chuyên khảo đặc biệt.



Ảnh chụp tại đại hội sáng lập Bourbaki tại Besse-en-Chandesse, tháng 7 năm 1935. Đứng từ trái sang phải: Henri Cartan, René de Possel, Jean Dieudonné, André Weil và Luc Olivier (một nhà sinh vật học). Ngồi từ trái sang phải: Mirles, Claude Chevalley và Szolem Mandelbrojt.

Nguồn: Internet

CẬP NHẬT CÁC TIỀN ĐỀ

Nhóm các nhà toán học đã bắt đầu với những tham vọng khiêm tốn. Vào tháng 7 năm 1935, chín nhà toán học đã

⁽¹⁾<https://news.cnr.fr/articles/bourbaki-and-the-foundations-of-modern-mathematics>

gặp nhau tại thị trấn Besse-en-Chandesse, gần Clermont-Ferrand ở miền trung nước Pháp, và đặt tên nhóm là Bourbaki. Tất cả khoảng 30 tuổi và đều là cựu sinh viên nghiên cứu sinh tại trường Sư phạm Paris (École Normale Supérieure-ENS)- ngoại trừ Szolem Mandelbrojt - những giáo sư trẻ này ở các trường đại học của tỉnh biết nhau từ những ngày cùng học tại khu phố cổ Latin. Chính trong một quán cà phê trên đại lộ Saint Michel, họ đặt ra vấn đề cần phải cập nhật các sách giải tích toán học, những thứ mà họ cảm thấy đã không còn được điều chỉnh cho phù hợp nữa.



Ảnh từ đại hội năm 1951. Từ trái sang phải: Jacques Dixmier, Jean Dieudonné, Pierre Samuel, André Weil và Jean Delsarte. Người đàn ông ngồi dưới cây dù được cho là Laurent Schwartz.

Nguồn: Internet

Nhóm bao gồm André Weil và Henri Cartan, cũng như Claude Chevalley, Jean Delsarte và Jean Dieudonné, đã quyết định áp dụng cách trình bày tiên đề cho chuyên khảo của họ, công thức hóa một cách rõ ràng các quy tắc cơ bản (các tiên đề) và suy ra các định lý liên quan bằng các suy luận lôgic, được thể hiện bằng thuật ngữ đơn giản. Mục tiêu của họ là đưa ra một "xương sống" cho toán học, với một hệ thống thứ bậc của các cấu trúc trừu tượng. Antoine Chambert-Loir, một nhà toán học làm việc tại Đại học Nam

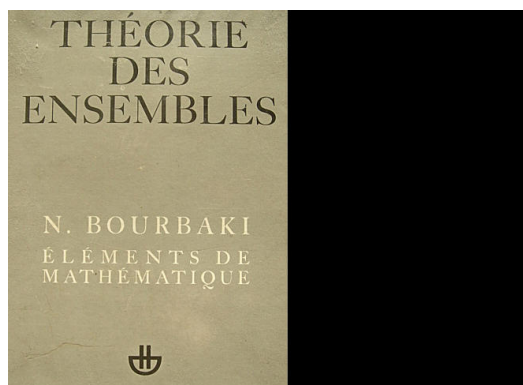
Paris (Paris Sud)⁽²⁾ giải thích: "Để đưa ra một định nghĩa chặt chẽ về các nguyên tắc cơ bản của giải tích, bạn phải bắt đầu với một ít đại số, tô pô, lý thuyết hàm, vv." Đề tài đã được phát triển từng bước và được xuất bản dưới tiêu đề *Cơ sở Toán học* (Éléments de Mathématique, cũng được gọi là Đại cương Toán học). Việc sử dụng từ "cơ sở" là một sự liên hệ có chủ đích tới tác phẩm và phương pháp tiếp cận mang tính tiên đề của nhà toán học cổ đại Euclid, trong khi việc lựa chọn "toán học - mathematic" dưới dạng số ít (mặc dù tựa đề tiếng Anh là Elements of Mathematics) phản ánh nhận thức của Bourbaki về sự thống nhất sâu xa của toán học. Tập đầu tiên, phát hành năm 1939, đã được dành cho lý thuyết tập hợp.

SỰ HỒM HÌNH CỦA CÁC CHÀNG TRAI VÀ TÍNH CHÍNH XÁC CỦA TRI THỨC

Cơ sở Toán học đã đạt được thành công nhanh chóng, cả trong và ngoài nước Pháp, và hiện diện trong tất cả các thư viện chuyên ngành. Trong các tập của nó, Bourbaki đặt ra trước một cách nhìn hoàn toàn mới của toán học, một cách hoàn chỉnh với thuật ngữ mới. Nhiều thuật ngữ và ký hiệu được giới thiệu bởi nhóm hiện nay là một phần của từ vựng toán học chung, ví dụ như việc sử dụng " $\emptyset$ " để biểu diễn tập rỗng. Phong cách viết chặt chẽ, chất lọc của văn bản trái ngược với tương tác cá nhân của các thành viên - ít nhất là theo như chúng ta biết: đi cùng với sự thành công của Bourbaki là một bầu không khí bí mật. Giữa họ, những nhà toán học trẻ luôn thích thú với việc tự giấu cột và những truyện cười của các chàng trai trẻ, theo truyền thống lớn của École Normale. Ngay cả việc chọn tên Bourbaki cũng dựa trên một trò đùa

⁽²⁾Hiện nay A. Chambert-Loir là giáo sư tại ĐH Paris-Diderot (Paris 7)

của sinh viên: theo một phiên bản của câu chuyện, nó đề cập đến một bài giảng nhại vào năm 1923 bởi một sinh viên ENS cho bạn học của mình, bài giảng nhại ấy đã dẫn đến một chứng minh không thể hiểu nổi của một điều vô lý mà họ gọi là "định lý Bourbaki". Tuy nhiên, nhóm đã làm việc không biết mệt mỏi tại các cuộc gặp gỡ, được tổ chức một vài lần trong năm. Mỗi chương chuẩn bị xuất bản được đọc lớn, từng điểm một, cho tất cả các thành viên để được phản biện một cách chi tiết, đôi khi gay gắt, và dựa vào đó một thành viên khác soạn thảo bản sửa đổi. Quá trình này được lặp đi lặp lại cho đến khi đạt được một sự đồng ý chung về nội dung.



Việc xuất bản của *Éléments de Mathématique* bắt đầu vào năm 1939 với một tập về các nguyên tắc cơ sở của lý thuyết tập hợp (Trong ảnh là ấn bản năm 1970 của NXB Hermann).

Nguồn: Internet

Cùng với việc công bố sách *Cơ sở Toán học*, nhóm đã tổ chức hội thảo Bourbaki, hội thảo cũng góp phần làm nên danh tiếng của nhóm. Vài lần trong một năm, những nhà toán học từ khắp nơi trên thế giới được mời đến trình bày về các chủ đề nghiên cứu đương đại được lựa chọn bởi hội đồng. Theo thời gian, Bourbaki đã làm mới hàng ngũ của mình (các thành viên phải rút lui ở tuổi 50), luôn luôn được thực hiện trong bí mật. Mặc dù vậy, nhiều nhà toán học nổi

tiếng đã có sự liên hệ với tổ chức, bao gồm Jean-Pierre Serre, Laurent Schwartz và Alexandre Grothendieck. Những năm 1950-1970 đánh dấu "thời đại hoàng kim" của nhóm. Đó là một giai đoạn rất năng động và sôi nổi của toán học Pháp, đặc biệt với sự phát triển của hình học đại số. Bourbaki trở nên có ảnh hưởng lớn, cách nhìn của nó ảnh hưởng lên thế giới hàn lâm.

ĐÓN NHẬN NHỮNG CHỈ TRÍCH

Tuy nhiên, các ý kiến rẽ ra nhiều ngã. Nhóm bắt đầu nhận về những chỉ trích vì ảnh hưởng của nhóm, cũng như phong cách của nhóm - được coi là quá khô khan - với quá ít ví dụ và sơ đồ minh họa. Thật vậy, các chuyên khảo bị đánh giá là có một số thiên vị nhất định, ví dụ như việc trình bày lý thuyết độ đo, và sự vắng mặt của lý thuyết phạm trù. Bourbaki cũng đã bị chỉ trích vì vai trò của nhóm trong phong trào "toán học mới". Được giới thiệu ở cấp trung học cơ sở trong những năm 1970, điều này thực sự tham vọng về mặt nguyên lý, nhưng quá trừu tượng đến mức vô lý trong ứng dụng, và nỗ lực này cuối cùng đã thất bại. Trên thực tế, Bourbaki có thể đã không có ảnh hưởng thực sự trong việc khuyến khích phong trào này. Trong khi đó, Jean Dieudonné đúng là một thành viên của hội đồng vạch ra quá trình cải cách, và ông ấy đã từ chức vào năm 1970.

Tôi thuộc về một thế hệ mà thuật ngữ "Bourbakist" có ý chê bai, nhưng tôi là một trong những người nghĩ rằng di sản của nhóm có tầm quan trọng cơ bản.

Từ những năm 1980, sự hiện diện của tổ chức đã giảm đáng kể. Luồng ấn phẩm trong loạt *Éléments* đã chậm lại nhỏ giọt. Tập gần đây nhất xuất bản năm 2012, và tập trước đó đã được ra mắt 14 năm

trước, vào năm 1998. Mục tiêu ban đầu của việc đưa ra một cách nhìn tổng quát về toán học đã trở nên phức tạp hơn rất nhiều khi toán học mở rộng và đa dạng hóa. Tuy nhiên, các nhà toán học trẻ vẫn còn nhớ Bourbaki. Cédric Villani, giám đốc Viện Henri-Poincaré giải thích: "Tôi thuộc một thế hệ mà thuật ngữ 'Bourbakist' là có ý chê bai, nhưng tôi là một trong những người nghĩ rằng di sản của nhóm có tầm quan trọng mang tính nền tảng".

Viện Henri-Poincaré là địa điểm cho hội thảo Bourbaki ngày nay. Chambert-Loir, người thừa nhận gần bó gần gũi với tổ chức, nói: "Cuộc tập hợp chung này là một di tích của sự không tưởng ban đầu". Tuy nhiên, khi được hỏi liệu ông có phải là một thành viên của Bourbaki hay không, ông ấy lảng tránh câu hỏi với một nụ cười. Bí mật vẫn là qui tắc. Có tin đồn rằng một tập mới của *Éléments de Mathématique* có thể được phát hành sớm. Sau tám mươi năm, Bourbaki vẫn ở đó.

Người dịch: **Nguyễn Thị Kim Ngân**
(Đại học Thủ Dầu Một)

Hội nghị Toán học Miền Trung - Tây Nguyên lần thứ hai

Đặng Tuấn Hiệp
(Đại học Đà Lạt và Đại học Quốc gia Đà Lạt)

Hội nghị Toán học Miền Trung - Tây Nguyên là sự kiện được tổ chức hai năm một lần với mục đích giao lưu, trao đổi các vấn đề học thuật cũng như các kết quả nghiên cứu trong lĩnh vực toán học. Hội nghị là diễn đàn để các nhà nghiên cứu toán học trình bày những kết quả nghiên cứu mới thuộc các lĩnh vực khác nhau của toán học. Hội nghị Toán học Miền Trung - Tây Nguyên lần thứ nhất do Trường Đại học Quy Nhơn đăng cai tổ chức được diễn ra từ ngày 12-14/8/2015.

Trường Đại học Đà Lạt đăng cai tổ chức Hội nghị Toán học Miền Trung - Tây Nguyên lần thứ hai từ ngày 9-11/12/2017 (<http://htth.ddns.net/>). Hội

nhị có 6 báo cáo mời toàn thể: GS. TSKH. Nguyễn Hữu Việt Hưng (Trường Đại học Khoa Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội), TS. Lương Đăng Kỳ (Đại học Quy Nhơn), GS. TS. Nguyễn Văn Quảng (Đại học Vinh), GS. TSKH. Alexander Soldatov (Viện Hàn lâm Khoa học Nga), PGS. TS. Phạm Tiến Sơn (Đại học Đà Lạt), PGS. TSKH. Hà Huy Vui (Viện Toán học và Khoa học Ứng dụng Thăng Long), và 108 báo cáo khác tại 5 tiểu ban: Đại số - Hình học - Tô pô, Giải tích toán học, Tối ưu và Tính toán khoa học, Xác suất - Thống kê và Toán tài chính, Giảng dạy và Lịch sử toán học. Mặc dù tên gọi của Hội nghị là Miền Trung - Tây Nguyên nhưng có nhiều

nhà nghiên cứu toán học đến từ những khu vực khác trong nước, đặc biệt là từ Thành phố Hồ Chí Minh mà nổi bật là nhóm nghiên cứu của TS. Nguyễn Thành Long (Trường Đại học Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh) với 13 báo cáo tại tiểu ban Giải tích toán học. Ngoài ra còn nhiều đại biểu khác đến từ Hà Nội, Thái Nguyên, Cần Thơ, An Giang...

Theo PGS. TS. Tạ Lê Lợi, Trưởng ban Chương trình Hội nghị đồng thời cũng là một trong những thành viên trong ban

biên tập của Tạp chí Khoa học của Đại học Đà Lạt, Tạp chí đã quyết định sẽ nhận đăng một số bài báo toàn văn trong một số đặc biệt.

Hội nghị Toán học Miền Trung - Tây Nguyên lần thứ hai đã kết thúc thành công tốt đẹp và để lại nhiều ấn tượng tốt cho các đại biểu. Hội nghị Toán học Miền Trung - Tây Nguyên lần thứ ba sẽ được tổ chức tại Trường Đại học Tây Nguyên năm 2019.

GIẢI THƯỞNG VIỆN TOÁN HỌC 2017

Nguyễn Quốc Thắng

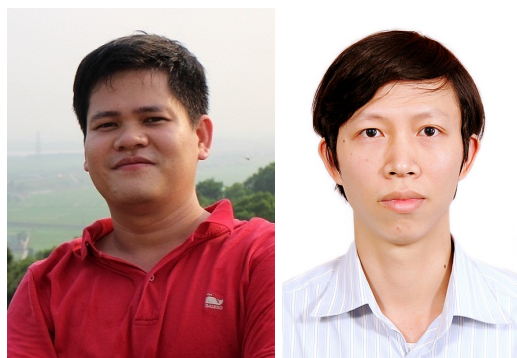
(Viện Toán học - Viện Hàn lâm KH&CN Việt Nam)

Giải thưởng Viện Toán học là giải thưởng dành cho những nhà toán học trẻ làm việc tại Việt Nam và có thành tích đặc biệt xuất sắc trong nghiên cứu Toán học. Năm 1982, để khuyến khích các nhà toán học trẻ tích cực nghiên cứu, Viện Toán học thành lập Giải thưởng "Công trình nghiên cứu khoa học của cán bộ trẻ" để trao cho ứng viên là cán bộ của Viện có tuổi đời không quá 35 tuổi. Từ năm 1995, Viện Toán đổi tên là "Giải thưởng khoa học cho cán bộ trẻ" để trao cho ứng viên là cán bộ của Viện có tuổi đời không quá 40 tuổi. Từ năm 1997, giải thưởng được đổi tên thành "Giải thưởng Viện Toán học" và được trao cho ứng viên trong cả nước có tuổi đời không quá 40 tuổi. Ứng viên không nhất thiết là người Việt Nam nhưng phải đang làm việc (hoặc có vị trí làm việc) tại Việt Nam trong năm xét và

có tuổi đời không quá 40 tuổi (tính đến ngày 1 tháng 1 năm xét Giải thưởng). Giải thưởng Viện Toán học được xét và trao tặng hai năm một lần, vào các năm lẻ. Người nhận Giải thưởng sẽ được trao Giấy chứng nhận và một số tiền thưởng.

Năm nay Hội đồng Khoa học Viện Toán học đã nhận được nhiều hồ sơ rất xuất sắc của các ứng viên. Sau một quá trình lấy ý kiến phản biện từ các chuyên gia đầu ngành ở trong và ngoài nước cho tất cả các hồ sơ, bằng cách bỏ phiếu kín và với đa số phiếu tập trung, Hội đồng Khoa học đã chọn ra hai nhà toán học trẻ được tặng Giải thưởng Viện Toán học năm 2017 là TS. Ngô Quốc Anh (Khoa Toán-Cơ-Tin, Đại học KHTN, Đại học Quốc gia Hà Nội) và TS. Nguyễn Duy Tân (Viện Toán học, Viện HL Khoa học và Công nghệ Việt Nam).

Sau đây là sơ lược lý lịch khoa học và thành tích của hai nhà toán học trẻ này.



TS. Ngô Quốc Anh và TS. Nguyễn Duy Tân

TS. Ngô Quốc Anh sinh năm 1983, tốt nghiệp Đại học KHTN, ĐHQG Hà Nội, năm 2005, tốt nghiệp Thạc sỹ tại cùng trường năm 2007 và Tiến sĩ (ĐH Quốc gia Singapore) năm 2013.

Lĩnh vực nghiên cứu của TS. Ngô Quốc Anh là giải tích hình học và phương trình đạo hàm riêng. Anh được trao Giải thưởng Viện Toán học năm 2017 vì những đóng góp xuất sắc của mình trong việc nghiên cứu phương trình Einstein với ràng buộc, bằng việc khảo sát các trường hợp độ cong trung bình là hằng, gần hằng và xa hằng, và được thể hiện trong cụm công trình sau

1. Q.A. Ngo, X. Xu, Existence results for the Einstein-scalar field Lichnerowicz equations on compact Riemannian manifolds, *Adv. Math.* **230** (2012) 2378-2415.
2. Q.A. Ngo, X. Xu, Existence results for the Einstein-scalar field Lichnerowicz equations on compact Riemannian manifolds in the positive case, *Bull. Inst. Math. Acad. Sin. (N.S.)* **9** (2014) 451-485.
3. Q.A. Ngo, X. Xu, Existence results for the Einstein-scalar field Lichnerowicz equations on compact Riemannian manifolds in the null case, *Comm. Math. Phys.* **334** (2015) 193-222.

4. R. Gicquaud, Q.A. Ngo, A new point of view on the solutions to the Einstein constraint equations with arbitrary mean curvature and small TT-tensor, *Classical Quantum Gravity* **31** (2014) 95014 (20pp).

5. Q.A. Ngo, H. Zhang, Prescribed Webster scalar curvature on compact CR manifolds with negative conformal invariants, *J. Differential Equations* **258** (2015) 4443-4490.

TS. Nguyễn Duy Tân sinh năm 1981, tốt nghiệp đại học năm 2003 và bảo vệ tiến sĩ năm 2008 cùng tại Trường Đại học KHTN, ĐHQG Hà Nội.

Lĩnh vực nghiên cứu của TS. Nguyễn Duy Tân là Lý thuyết Galoa, nhóm đại số và đối đồng điều Galoa của chúng. Anh được trao Giải thưởng Viện Toán học năm 2017 vì những đóng góp xuất sắc của mình trong việc nghiên cứu lý thuyết tích Massey trong lý thuyết đối đồng điều Galoa của trường và ứng dụng của chúng trong việc nghiên cứu nhóm Galoa tuyệt đối của trường, một trong những bài toán trung tâm của Lý thuyết Số hiện đại, và được thể hiện trong cụm công trình sau

1. J. Mináč and N. D. Tân, Triple Massey products and Galois theory, *J. Eur. Math. Soc.* **19** (2017), 255-284.
2. J. Mináč and N. D. Tân, The Kernel Unipotent Conjecture and Massey products on an odd rigid field, (with an Appendix written by I. Efrat, J. Mináč and N. D. Tân), *Adv. Math.* **273** (2015), 242-270.
3. J. Mináč and N. D. Tân, Triple Massey products vanish over all fields, *J. London Math. Soc.* **94** (2016), 909-932.
4. J. Mináč and N. D. Tân, Construction of unipotent Galois extensions and Massey products, *Adv. Math.* **304** (2017), 1021-1054.

Tin tức hội viên và hoạt động toán học

LTS: Để tăng cường sự hiểu biết lẫn nhau trong cộng đồng các nhà toán học Việt Nam, Tòa soạn mong nhận được nhiều thông tin từ các hội viên Hội Toán học Việt Nam về chính bản thân, cơ quan hoặc đồng nghiệp của mình.

Nhằm huy động sự ủng hộ và đóng góp của các cá nhân, tập thể để xây dựng trụ sở Hội Toán học Việt Nam, từ cuối tháng 10/2016, Ban Chấp hành Hội Toán học đã gửi thư ngỏ đến các hội viên, các cơ quan, tập thể quan tâm đến Toán học Việt Nam. Lời kêu gọi ủng hộ đã nhận được sự hưởng ứng của các hội viên Hội Toán học và nhiều tổ chức, cá nhân. Tính đến 31/12/2017, đã có 210 cá nhân, tập thể ủng hộ tổng số tiền bao gồm 765.813.633 đồng, 700 đô la Mỹ và 200 Euro.

Đồng thời, Ban Chấp hành Hội Toán học cũng tiến hành nhận đóng hội phí dài hạn với hai khoảng là 10 năm và 20 năm, mức 100.000 đồng/năm. Những hội viên đóng 20 năm sẽ được miễn hội phí vĩnh viễn. Tính đến ngày 31/12/2017, đã có 336 hội viên đóng hội phí dài hạn với tổng số tiền là 480.300.000 đồng.

Danh sách đóng góp cụ thể và đóng hội phí dài hạn được cập nhật liên tục trên trang web của Hội tại địa chỉ www.vms.org.vn. Hiện nay, việc nhận ủng hộ và đóng hội phí dài hạn vẫn được tiếp tục thực hiện. Thông tin thêm có thể xem trên trang web của Hội Toán học hoặc liên hệ: thuky@vms.org.vn hoặc qua email và điện thoại của các thành viên BCH Hội Toán học.

Hội Toán học đã thu thập thông tin của hội viên để làm thẻ hội viên. Các thông tin được thu thập để phục vụ cho việc làm

thẻ cho các hội viên của Hội gồm họ tên, đơn vị công tác, năm sinh, số điện thoại, địa chỉ email.

Chủ tịch Liên đoàn Toán học Quốc tế (IMU), Giáo sư Shigefumi Mori đã thăm và làm việc với Ban Biên tập Tạp chí Vietnam Journal of Mathematics trong các ngày 15-16/11/2017. Nhân dịp này ông đã đọc một bài giảng về Phân loại các đa tạp đại số theo quan điểm của Chương trình mô hình cực tiểu, thuộc lĩnh vực Hình học song hữu tỷ, lĩnh vực mà nhờ đó ông được trao Huy chương Fields năm 1990 tại Đại hội Toán học Quốc tế ở Kyoto, Nhật Bản.



GS. S. Mori trình bày bài giảng “Phân loại các đa tạp đại số”. Nguồn: Viện Toán học

Giáo sư Helge Holden (ĐH Khoa học và Công nghệ Na Uy) nhận bằng Tiến sỹ danh dự của Viện Hàn lâm KH&CN Việt Nam. Buổi lễ đã được tổ chức tại Viện Toán học vào ngày 1/12/2017. GS. Holden hiện nay đang giữ chức Tổng thư

ký Liên đoàn Toán học Quốc tế. Lĩnh vực nghiên cứu chính của ông là Phương trình vi phân và Vật lý toán. Nhân dịp này, GS. Holden đã đọc một bài giảng về toán ứng dụng nhan đề “Một số mô hình cho giao thông và nghịch lý Braess” tại Viện Toán.

Viện Hàn lâm KH&CN Việt Nam ban hành quy định hỗ trợ nghiên cứu cho các nghiên cứu viên cao cấp. Quyết định ký ngày 25/12/2017 là một bước triển khai Nghị định 40/2014/ND-CP ngày 12/5/2014 của Thủ tướng Chính phủ về việc sử dụng và trọng dụng cá nhân hoạt động trong lĩnh vực khoa học công nghệ. Theo quy định trên của Viện HLKHCNVN, mỗi cán bộ công tác tại Viện có chức danh nghiên cứu viên cao cấp được hỗ trợ kinh phí hàng năm để thực hiện các hoạt động nghiên cứu, xây dựng nhóm nghiên cứu, tham dự hoặc tổ chức hội nghị trong nước hoặc quốc tế, mời

khách quốc tế, hoạt động đào tạo nhân lực chuyên sâu, mua sách báo-tài liệu chuyên ngành, công bố-xuất bản... Năm 2018 mỗi nghiên cứu viên cao cấp được cấp 130 triệu đồng để chi các hoạt động trên.

Trước đó, kể từ năm 2011, Viện HLKHCNVN đã triển khai “Chương trình cán bộ trẻ” nhằm tạo lập cơ chế ưu tiên, hỗ trợ cán bộ trẻ đang công tác tại Viện và thực hiện chính sách thu hút nhân tài mới về Viện. Chương trình chia thành ba hình thức: Hỗ trợ cán bộ trẻ mới bảo vệ; Hỗ trợ cán bộ trẻ thực hiện các đề xuất nghiên cứu đột xuất; Hỗ trợ nhằm thu hút các nhà khoa học trẻ xuất sắc về công tác tại Viện KHCNVN. Kinh phí hỗ trợ có thể lên tới 500 triệu/2 năm đối với mức thứ 2 và 800 triệu/2 năm đối với nhà khoa học xuất sắc về làm việc tại Viện.

Tin toán học thế giới

Ban tổ chức Đại hội Toán học Quốc tế (ICM) 2018 đã công bố danh sách các nhà toán học được tài trợ đến tham dự đại hội. Việt Nam có 16 nhà toán học được Ban Tổ chức tài trợ. Theo thông lệ các đại hội trước đây, ban tổ chức đều tìm các nguồn kinh phí để tài trợ cho một số nhà toán học từ các nước có điều kiện tài chính khó khăn để tham dự đại hội. Chương trình tài trợ của ICM 2018 có tên là Open Arms travel grants và dành cho một số nước thuộc bốn khu vực là Mỹ La tinh, Đông Âu, Châu Phi và Châu Á-Thái Bình Dương.

Chủ tịch Hội Toán học Mỹ trong nhiệm kỳ tới sẽ là nhà nữ toán học Jill C. Pipher, giáo sư tại Đại học Brown và giám đốc Viện ICERM (the Institute for Computational and Experimental Research in Mathematics). Nhiệm kỳ chủ tịch sẽ bắt đầu chính thức từ 1/2/2019 đến 31/1/2021, trước đó từ 1/2/2018-31/1/2019 Jill C. Pipher sẽ là President Elect (được bầu nhưng chưa nhậm chức). Tân phó chủ tịch Hội Toán học Mỹ là Ken Ono (Đại học Emory). Chủ tịch hiện nay của Hội Toán học Mỹ là nhà lý thuyết số Ken Ribet (Đại học California, Berkeley).

Số nguyên tố lớn nhất cho đến nay vừa được tìm ra là số $2^{77.232.917} - 1$, số nguyên tố Mersenne thứ 50 với hơn 23 triệu chữ số. Số nguyên tố này được phát hiện từ chương trình tìm kiếm số Mersenne (The Great Internet Mersenne Prime Search) - một dự án tính toán gồm nhiều tình nguyện viên sử dụng máy tính cá nhân và phần mềm tự do sẵn có. Phát hiện trên được thực hiện trên một máy tính tình nguyện của Jonathan Pace, một kỹ sư điện, người sẽ nhận được giải thưởng 3,000 đô la Mỹ cho khám phá này.

IMAGINARY kỷ niệm 10 năm thành lập. IMAGINARY (<https://imaginary.org>) là một nền tảng cho toán học mở và tương tác, chứa đựng nhiều nội dung như đồ họa, phim, ... có thể được sử dụng trong trường học, tại nhà, tại các bảo tàng, tại các triển lãm hoặc cho các sự kiện và các hoạt động truyền thông. Nội dung chính của IMAGINARY là các chương trình tương tác và các phòng trưng bày hình ảnh. Trong 10 năm qua, các triển lãm của IMAGINARY đã được mở tại hàng trăm nước trên thế giới.

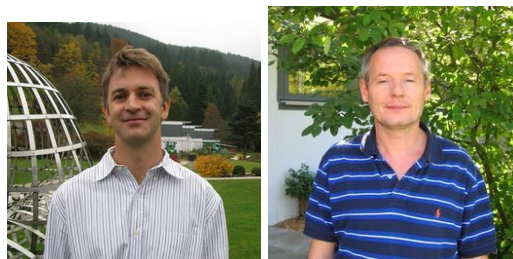


Mặt bậc bốn Kummer - mặt bậc bốn có số điểm kỳ dị cực đại (= 16). Tác giả: Oliver Labs.

Nguồn: <https://imaginary.org/gallery/oliver-labs>

Giải thưởng Đột phá (Breakthrough Prize) 2018 mục Toán học được trao cho hai nhà toán học người Mỹ là Christopher Hacon (Đại học Utah, 47 tuổi) và James McKernan (Đại học California, San Diego, 53 tuổi). Hai nhà toán học chia sẻ giải thưởng 3 triệu đô la Mỹ do những đóng góp liên tục của họ cho hình học đại số song hữu tỷ, đặc biệt là chương trình mô hình cực tiểu (minimal model program) ở chiều bất kỳ.

Hacon và McKernan từng chia sẻ Giải thưởng Nghiên cứu Clay (2007) và Giải thưởng Cole (2009). Năm 2010 cả hai ông đều được mời báo cáo tại Đại hội Toán học Thế giới ở Hyderabad, Ấn Độ.



Christopher Hacon và James McKernan.

Nguồn: Internet

Giải thưởng Chân trời mới (New Horizons Prize) 2018 cho Toán học được trao cho Aaron Naber (ĐH Northwestern, Mỹ), Maryna Viazovska (ĐH Bách khoa Lausanne - École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Thụy Sĩ), Zhiwei Yun (ĐH Yale, Mỹ) và Wei Zhang (Viện Công nghệ Massachusetts - MIT & ĐH Columbia, Mỹ). Giải thưởng này được trao cùng bởi quỹ trao giải thưởng Đột phá ở trên.

Giải thưởng Chân trời mới được trao cho các nhà nghiên cứu xuất sắc đang ở bước đầu sự nghiệp nghiên cứu của mình. Mỗi người nhận giải sẽ được trao 100.000 đô la Mỹ.

Một số giải thưởng quan trọng vừa được công bố của Hội Toán học Mỹ:

- Jean Bourgain (Viện Nghiên cứu cao cấp IAS Princeton) nhận Giải thưởng Steele cho thành tựu trọn đời.
- Giải thưởng Steele cho những đóng góp có ảnh hưởng sâu sắc trong lĩnh vực Toán rời rạc/Logic được trao cho Sergey Fomin và Andrei Zelevinsky.
- Giải thưởng Steele mục Thuyết minh toán học được trao cho Martin Aigner và Günter M. Ziegler của ĐH Tự do (Freie Universität) ở Berlin, CHLB Đức, do quyển sách Proofs from the Book.
- Bernd Sturmfels (ĐH California, Berkeley) đã nhận Giải thưởng George David Birkhoff Prize trong Toán ứng dụng;
- Robert Guralnick (ĐH Nam California) nhận Giải thưởng Cole, lĩnh vực Đại số.
- Dennis Gaitsgory (ĐH Harvard) sẽ là chủ nhân mới của Giải thưởng Chevalley trong lĩnh vực Lý thuyết Lie.
- Lĩnh vực Lý thuyết Ngẫu nhiên và Mô hình hóa, Judea Pearl nhận giải thưởng Ulf Grenander.
- Nhà nữ toán học Karen Hunger Parshall (ĐH Virginia) đã được trao Giải thưởng Whiteman cho lĩnh vực lịch sử toán học.
- Henry Cohn nhận Giải thưởng Conant 2018 nhờ bài báo "A Conceptual Breakthrough in Sphere Packing," xuất bản tháng 2/2017 trên "Notices of the AMS".
- Sylvain Cappell (ĐH New York - NYU) nhận giải thưởng của Hội Toán học Mỹ cho những đóng góp cho cộng đồng toán học.
- Giải thưởng Bertrand Russell của Hội Toán học Mỹ được trao cho Christiane Rousseau (ĐH Montréal, Canada) do những đóng góp của bà cho những giá trị nhân văn và công ích thông qua Toán học.

Thông tin hội nghị

International conference "Nevanlinna theory and Complex Geometry in Honor of Lê Văn Thiêm's Centenary"

Time/Place: Institute of Mathematics (VAST) (26/2/2018) and VIASM (27/2-2/3/2018).

The conference brings together experts in Complex Analysis, Complex Geometry, Nevanlinna theory, Number theory and other topics, related to the current development of mathematics in Vietnam. Volumes in memory of Prof. Le Van Thiem will be published in the international journal Acta Mathematica Vietnamica. Registration deadline: 31/1/2018

Contact: ComplexAnalysis2018@math.ac.vn

Hội nghị Quốc tế "Số học và Hình học của Trường Địa phương và Trường Toàn cục"

Thời gian/Địa điểm: Tuần Châu - Quảng Ninh, từ 25-29/6/2018.

Mục đích: Hội nghị sẽ đề cập đến nhiều hướng nghiên cứu chính của lý thuyết số và hình học đại số đang được phát triển mạnh tại châu Á. Các báo cáo chủ yếu xoay quanh ba chủ đề chính là đa tạp Shimura, đối đồng điều p-adic và lý thuyết số trên trường hàm.

Website: viasm.edu.vn/hdkh/lgf2018

Dành cho các bạn trẻ

LTS: "Dành cho các bạn trẻ" là mục dành cho Sinh viên, Học sinh và tất cả các bạn trẻ yêu Toán. Tòa soạn mong nhận được các bài viết hoặc bài dịch có giá trị cho chuyên mục.

Câu chuyện hai tích phân (tiếp theo)

Vilmos Totik

(Viện Bolyai, Hungary, và Đại học Nam Florida, Mỹ)

4. ĐỊNH LÝ DÂY CUNG

Định lý Dây cung (Chord Theorem) [3, Trang 21 và 198-199] phát biểu rằng nếu γ là một đường cong liên tục trên mặt phẳng với các điểm đầu mút A và B , thì với mọi số nguyên dương k có một dây cung $\overline{CD}$ của γ (đoạn thẳng với đầu mút C, D nằm trên γ) song song với đoạn thẳng $\overline{AB}$ và có độ dài bằng $1/k$ lần độ dài của $\overline{AB}$.

Áp dụng trường hợp $k = 2$ của Định lý Dây cung cho đường cong $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$,

$$\gamma(t) = \left(\int_0^t f(u)du, \int_0^t g(u)du \right).$$

Do γ có các điểm mút $(0, 0)$ và $(1, 1)$, nó có một dây cung dạng $(X, Y)(X + \frac{1}{2}, Y + \frac{1}{2})$, nghĩa là, nếu ta chọn các tham số $t_1, t_2 \in [0, 1]$ sao cho $\gamma(t_1) = (X, Y)$ và $\gamma(t_2) = (X + \frac{1}{2}, Y + \frac{1}{2})$, thì

$$(9) \quad \int_{t_1}^{t_2} f(u)du = \int_{t_1}^{t_2} g(u)du = \frac{1}{2},$$

và có vẻ ta đã giải xong bài toán. Tuy nhiên, I. Z. Ruzsa nhận xét rằng có thể $t_2 < t_1$, nghĩa là, nếu I là đoạn xác định

bởi các tham số t_1 và t_2 ($I = [t_2, t_1]$ nếu $t_2 < t_1$), thì (9) có nghĩa là trên I cả hai hàm có tích phân $-\frac{1}{2}$ thay cho $\frac{1}{2}$, do vậy Định lý Dây cung không cho điều ta mong muốn.

Tiếp cận qua Định lý Dây cung có thể cứu vãn bằng cách sau đây. Giả sử, như thường làm, f và g là các hàm hằng từng đoạn không triệt tiêu trên khoảng con nào. Chọn một khoảng con cực đại $J_1 \subset [0, 1]$ sao cho tích phân của f và g trên J_1 bằng nhau, và giá trị của các tích phân đó hoặc bằng 0 hoặc bằng một bội nguyên dương lần $-\frac{1}{2}$. Sau đó chọn khoảng con cực đại $J_2 \subset [0, 1]$ không giao với J_1 sao cho tích phân của f và g trên J_2 bằng nhau và hoặc bằng 0 hoặc bằng một bội nguyên dương lần $-\frac{1}{2}$. Tiếp tục quá trình này bằng cách chọn liên tiếp các khoảng cực đại không giao với tất cả các khoảng đã chọn trước đó. Quá trình sẽ dừng sau một số hữu hạn bước. Nếu không, phải có một họ vô hạn các khoảng rời nhau trên đó tích phân của f hoặc bằng 0 hoặc bằng một bội nguyên dương lần $-\frac{1}{2}$. Hiển nhiên tích phân đó không

thể là bội nguyên dương lần $-\frac{1}{2}$ với vô hạn khoảng rời nhau. Do đó có vô hạn khoảng rời nhau mà trên đó f có tích phân bằng không. Tuy nhiên, điều này cũng lại không thể xảy ra, vì mỗi khoảng như vậy phải chứa (hoặc có đầu mút là) một điểm gián đoạn của f , nhưng f là một hàm hằng từng đoạn không triệt tiêu tại điểm nào.

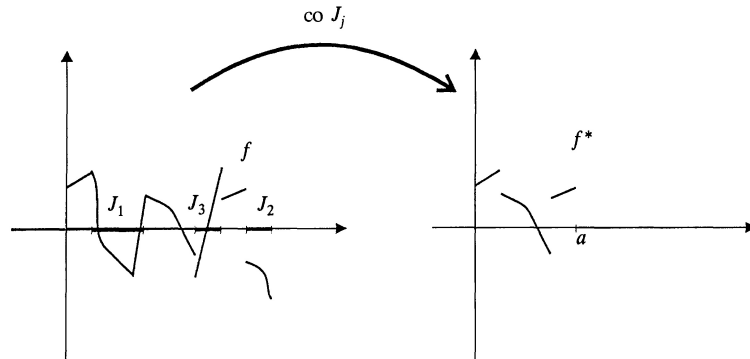
Giả sử các khoảng cực đại chọn được là $J_1, \dots, J_m$. Co mỗi khoảng J_i về một điểm (xem Hình 6). Ta thu được đoạn $[0, a]$, một số nguyên $k \geq 2$, và hai hàm f^* và g^* sao cho

$$\int_0^a f^* = \int_0^a g^* = \frac{k}{2}.$$

Chú ý rằng ta đã bỏ đi các khoảng con của $[0, 1]$ trên đó tích phân là một bội không âm của $-\frac{1}{2}$. Bây giờ áp dụng phiên bản $1/k$ của Định lý Dây cung cho cặp hàm này. Như phần trước, ta được một khoảng con I^* của $[a, b]$ sao cho trên đó f^* và

g^* có tích phân cùng bằng $\pm\frac{1}{2}$. Gọi I là khoảng con của $[0, 1]$ tương ứng với I^* qua phép co ở trên. Nếu tích phân trên I^* của f^* và g^* là $-\frac{1}{2}$ thì I không chứa J_1 do ta chọn J_1 là cực đại, vì vậy I và J_1 không giao nhau. Cùng lý do như vậy, I không chứa J_2 , hoặc J_3 , vân vân. Dẫn đến, I là một khoảng con không giao với tất cả các khoảng J_k trên đó cả f và g đều có tích phân $-\frac{1}{2}$, điều này không thể xảy ra do các đoạn $J_1, \dots, J_m$ là cực đại.

Vì vậy tích phân của f^* và g^* trên I^* bằng $\frac{1}{2}$. Nhưng khi đó I có thể chỉ chứa các đoạn J_k trên đó tích phân của f và g bằng 0, nếu không tích phân trên I sẽ bằng 0 hoặc một bội dương của $-\frac{1}{2}$, mâu thuẫn với tính cực đại của đoạn J_k được chọn đầu tiên. Vì thế I chỉ chứa các đoạn J_k mà trên đó cả hai hàm f, g có tích phân bằng 0, vậy tích phân của f và g trên I bằng tích phân của f^* và g^* trên I^* và bằng $\frac{1}{2}$. Đoạn I là đoạn cần tìm.



Hình 6. Co các đoạn J_k

5. ĐỊNH LÝ DI CHUYỂN QUÂN (CỜ) VUA

Người ta tô đen và trắng các ô của một bàn cờ vua $n \times n$ một cách tùy ý. Định lý Di chuyển quân Vua (Chess King Moving Theorem) khẳng định rằng *một quân Vua có thể di chuyển hoặc từ hàng đầu đến hàng cuối theo các ô đen, hoặc nó có thể di*

chuyển từ cột ngoài cùng bên trái sang cột ngoài cùng bên phải trên các ô trắng.

Mệnh đề này đủ mạnh để dùng chứng minh Định lý Điểm bất động Brouwer hai chiều [5]. Nó cũng chứng tỏ rằng trong trò chơi giải trí sau luôn có người thắng: Hai người chơi Đ và T thay nhau đặt những đĩa đen và trắng trên một bảng

$n \times n$. Mục tiêu của Đ là nối các cạnh trên và dưới của bảng bằng các đĩa đen, trong khi mục tiêu của T là nối các cạnh trái và phải của bảng bằng các đĩa trắng.

Bây giờ hãy xem làm thế nào Định lý Di chuyển quân Vua giúp giải bài toán của ta. Ta lại mở rộng hàm f và g thành các hàm tuần hoàn chu kỳ 1 trên toàn bộ $\mathbb{R}$ và như ta thấy, chỉ cần tìm một đoạn I có độ dài không quá 1 trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện

$$\int_I f = \int_I g = \frac{1}{2}.$$

Hàm số

$$\int_0^x f - \int_0^x g,$$

nhận giá trị cực tiểu tại một điểm a nào đó. Do đó

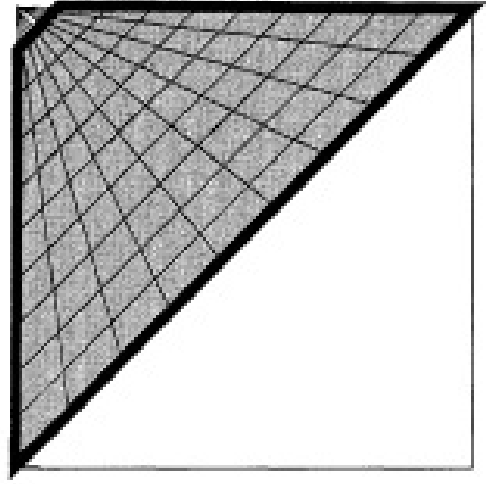
$$\int_a^x f - \int_a^x g \geq 0,$$

với mọi $x \geq a$. Đổi f, g bằng $f^*(y) = f(a + y)$ và $g^*(y) = g(a + y)$, ta giả sử rằng

$$(10) \quad \int_0^y f - \int_0^y g \geq 0,$$

với mọi $y \geq 0$. Vì tích phân của cả hai hàm trên một đoạn có độ dài 1 bằng 1 nên với mọi $y \in [0, 1]$,

$$(11) \quad \int_y^1 f - \int_y^1 g \leq 0.$$



Hình 7. Bàn cờ bị nén

Cổ định $\epsilon > 0$. Trong hình vuông đơn vị, ta phân hoạch tam giác nằm trên đường chéo bằng $n - 1$ tia từ điểm $(0, 1)$ và bằng n đường thẳng song song với đường chéo như trong Hình 7. Cắt bỏ tam giác nhỏ ở góc chứa điểm $(0, 1)$. Hình còn lại, chia thành các mảnh nhỏ (đóng) $J_1, \dots, J_{n^2}$, sẽ là bàn cờ của ta; Đây là bàn cờ bị nén nhưng Định lý Di chuyển quân Vua vẫn áp dụng với bàn cờ này. Nếu n đủ lớn thì với các điểm (x_i, y_i) và (x_j, y_j) nằm trong các ô cạnh nhau J_i, J_j ta có

$$(12) \quad \left| \int_{x_i}^{y_i} f - \int_{x_j}^{y_j} f \right| \leq \epsilon,$$

$$\left| \int_{x_i}^{y_i} g - \int_{x_j}^{y_j} g \right| \leq \epsilon$$

Ta tô đen một ô J nếu có một điểm $(x, y) \in J$ với

$$(13) \quad \left| \int_x^y f - \int_x^y g \right| \leq \epsilon;$$

Tất cả những ô còn lại tô trắng. Nếu có một ô J trắng và ở cạnh (ngoài cùng) bên trái thì từ (10) ta phải có

$$\int_x^y f - \int_x^y g \geq \epsilon,$$

với mọi $(x, y) \in J$. Ngược lại, theo (11) thì nếu một ô J trắng ở cạnh (ngoài cùng) bên phải (trong Hình 7, các ô đó ở cạnh trên cùng của hình vuông đơn vị) thì

$$\int_x^y f - \int_x^y g \leq -\epsilon,$$

với mọi $(x, y) \in J$. Hơn nữa, ở các ô trắng cạnh nhau thì hiệu

$$\int_x^y f - \int_x^y g,$$

chỉ đổi một lượng có giá trị tuyệt đối không quá 2ϵ (Xem (12)). Dẫn đến, từ nguyên tắc tô màu, quân vua không thể di chuyển trên các ô trắng từ cạnh trái sang cạnh phải. Vì vậy nó có thể di chuyển từ cạnh trên cùng xuống cạnh đáy trên các ô đen.

Tuy nhiên, các ô ở cạnh trên cùng đều “sát” điểm $(0, 1)$ nên với các điểm (x, y) trong các ô đó thì tích phân

$$(14) \quad \int_x^y f$$

có giá trị rất gần với $\int_0^1 f = 1$, trong khi các ô ở cạnh đáy chứa các điểm trên đường chéo $(x, y) = (x, x)$ và do đó tích phân (14) bằng 0. Do quân Vua đi từ cạnh trên cùng xuống cạnh dưới cùng, từ (12) suy ra nó phải đi qua một ô đen có các điểm thỏa mãn

$$\left| \int_x^y f - \frac{1}{2} \right| \leq 2\epsilon,$$

và vì là ô đen nên ta có

$$\left| \int_x^y g - \frac{1}{2} \right| \leq 5\epsilon.$$

Như vậy, ta đã thấy rằng với mọi $\epsilon = \frac{1}{n}$, $n = 1, 2, \dots$, có các điểm $0 \leq x_n \leq y_n \leq 1$ sao cho

$$\left| \int_{x_n}^{y_n} f - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{2}{n},$$

$$\left| \int_{x_n}^{y_n} g - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{5}{n}.$$

Phần còn lại của chứng minh là các kỹ thuật thông thường: Chọn một dãy N_1 các số tự nhiên sao cho dãy $(x_n)_{n \in N_1}$ hội tụ đến một số x nào đó và đồng thời $(y_n)_{n \in N_1}$ cũng hội tụ đến y nào đó. Các bất đẳng thức ở trên dẫn đến

$$\int_x^y f = \int_x^y g = \frac{1}{2}.$$

REFERENCES

- [1] M. K. Agoston, Algebraic topology. *Pure and Applied Mathematics* **32**, Marcell Dekker, Inc., New York, Basel, 1976.
- [2] D. W. Blackett, Elementary Topology. Academic Press, Inc., New York, 1982.
- [3] *Contests in Higher Mathematics, 1949-1961*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1968.
- [4] Problem 235. *Delta; Mathematical, Physical and Astronomical Popular Monthly* **115/7** (1983), p. 7.
- [5] D. Gale, The game of Hex and the Brouwer fixed-point theorem. *Amer. Math. Monthly* **86** (1979), 818-827.
- [6] J. E. Goodman, J. Pach, and C. K. Yap, Mountain climbing, ladder moving and the ring-width of a polygon. *Amer. Math. Monthly* **96** (1989), 494-510.
- [7] J. P. Huneke, Mountain climbing. *Trans. Amer. Math. Soc.* **139** (1969), 383-391.
- [8] K. Kuratowski, Introduction to set theory and topology. *International series of Monographs on Pure and Applied Mathematics* **13**, Pergamon Press, New York, 1961.
- [9] J. V. Whittaker, A mountain climbing problem. *Can. J. Math.* **18** (1966), 873-887.

(còn nữa)

Người dịch: **Đoàn Trung Cường**
(Viện Toán học - Viện HLKHCN Việt Nam)

THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 21 Số 4 (2017)

Chúc mừng năm mới và thông báo mời dự buổi Gặp mặt đầu xuân 2018 của Hội Toán học	1
Cuộc đời và sự nghiệp của Giáo sư Hoàng Tụy	2
<i>Nguyễn Khoa Sơn</i>	
Thủ tướng dự lễ kỷ niệm sinh nhật lần thứ 90 của Giáo sư Hoàng Tụy và làm việc với Viện Toán học	8
<i>Đoàn Trung Cường</i>	
Tự cứu lấy mình bằng con đường làm khoa học	10
<i>Đinh Văn Huỳnh</i>	
Khám phá ẩn số: Các công trình của Louis Nirenberg trong phương trình đạo hàm riêng	13
<i>Tristan Rivière</i>	
<i>Ngô Quốc Anh dịch</i>	
Bourbaki và nền tảng của toán học hiện đại	20
<i>Sylvain Guillbaud</i>	
<i>Nguyễn Thị Kim Ngân dịch</i>	
Hội nghị Toán học Miền Trung - Tây Nguyên lần thứ hai	23
<i>Đặng Tuấn Hiệp</i>	
Giải thưởng Viện Toán học 2017	24
<i>Nguyễn Quốc Thắng</i>	
Tin tức hội viên và hoạt động toán học	26
Tin toán học thế giới	27
Thông tin hội nghị	29
<i>Dành cho các bạn trẻ</i>	
Chuyện kể về hai tích phân (tiếp theo)	30
<i>Vilmos Totik</i>	
<i>Đoàn Trung Cường dịch</i>	