Hội Toán Học Việt Nam

THÔNG TIN TOÁN HỌC

Tháng 3 Năm 2016 Tập 20 Số 1

Thông Tin Toán Học
(Lưu hành nội bộ)

- Địa chỉ liên hệ

*Bản tin: **Thông Tin Toán Học***
Viện Toán Học
18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội

Email: `ttth@vms.org.vn`

Trang web:
`http://www.vms.org.vn/ttth/ttth.htm`

Ảnh bìa 1. Nhà toán học người Anh Andrew John Wiles (1953 -), giải thưởng Abel 2016. *Nguồn: Internet*

- Bản tin **Thông Tin Toán Học** nhằm mục đích phản ánh các sinh hoạt chuyên môn trong cộng đồng toán học Việt Nam và quốc tế. Bản tin ra thường kỳ 4 số trong một năm.

- Thể lệ gửi bài: Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học. Bài viết xin gửi về tòa soạn theo email hoặc địa chỉ ở trên. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file với phông chữ unicode.

Trang web của Hội Toán học:
`http://www.vms.org.vn`

Liên đoàn Toán học Quốc tế và Ban Thư Ký

Martin Grötschel
(Nguyên Thư ký Liên đoàn Toán học Quốc tế)

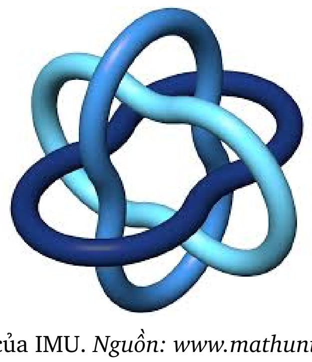
Lời mở đầu

Nhiệm vụ của Liên đoàn Toán học Quốc tế (International Mathematical Union - IMU) là gì và tại sao lại cần Ban Thư ký của IMU? Làm thế nào để trở thành một thành viên của Liên đoàn Toán học Quốc tế? Chủ tịch của Liên đoàn Toán học Quốc tế được bầu chọn như thế nào? Người ta có thể làm gì cho IMU? IMU có liên quan gì tới Đại hội Toán học Quốc tế (International Congress of Mathematicians - ICM)? Giải thưởng Toán học Fields được trao tặng như thế nào? Đây là một vài trong những câu hỏi mà tôi thường xuyên phải trả lời trong thời gian tôi từng hoạt động cho IMU. Nhiều câu trả lời đã thay đổi theo thời gian và chúng sẽ trở nên ngày càng dài hơn, do IMU mở rộng ra các hoạt động. Bài viết này nhằm mục đích cho độc giả có một cái nhìn tổng quan phần nào về các hoạt động của Liên đoàn Toán học Quốc tế IMU.

Nguồn thông tin về IMU

Trang web của Liên đoàn Toán học Quốc tế, www.mathunion.org, được xây dựng tại Viện Zuse, song song trong quá trình chuẩn bị cho Đại hội Toán học Quốc tế tại Berlin năm 1998. Trang web này chứa trọn các thông tin mới cập nhật về IMU, các bộ phận cũng như các hoạt động của IMU. Tuy nhiên, do các lý do về kỹ thuật, giao diện trang chủ hiện tại có phần nào lỗi thời. Người kế nhiệm của tôi trong cương vị Thư Ký của Liên đoàn Toán học Quốc tế, Helge Holden, sẽ nhận trách nhiệm cho việc nâng cấp của trang web. Hiện tại, nguồn tốt nhất về lịch sử của Liên đoàn Toán học Quốc tế là cuốn sách của Olli Lehto với tựa đề "Toán học không biên giới" (Mathematics without Borders, NXB Springer-1998). Độc giả quan tâm có thể tải về từ http://tinyurl.com/mqkqazs. Ngoài ra, trên trang web của IMU[1], độc giả cũng có thể tìm thấy đường dẫn tới nhiều bài viết thông tin về liên đoàn.

Lịch sử sơ lược của Liên đoàn Toán học Quốc tế



Logo của IMU. *Nguồn: www.mathunion.org*

Liên đoàn Toán học Quốc tế được thành lập vào năm 1920 tại Đại hội Toán học Quốc tế, tổ chức tại thành phố Straßburg. Những hậu quả của cuộc

[1] www.mathunion.org/Publications/historic-material

chiến tranh thế giới lần thứ nhất khiến cho một số nước như Đức và Áo không được tham gia với tư cách là thành viên. Sự xung đột có tính ràng buộc và tính chính trị cũng như sự khác biệt về ý thức hệ tại thời điểm đó của các thành viên lãnh đạo tham gia dẫn tới việc chấm dứt tất cả các hoạt động của IMU vào năm 1932. Những nỗ lực thành lập lại IMU trong những năm 30 đều thất bại. Lehto miêu tả các biến cố trong khoảng thời gian căng thẳng này cũng như những lý do của các thất bại ở chương hai và chương ba trong cuốn sách "Toán học không biên giới". Sau khi chiến tranh thế giới thứ hai kết thúc, các nhà toán học Mỹ thúc đẩy sáng kiến thành lập lại IMU. Một diện mạo mới chủ yếu trong sáng kiến thành lập lại IMU này là sự xóa bỏ hoàn toàn mọi phân biệt có tính chính trị và tập trung cốt yếu vào việc phát triển chung của toán học. Kể từ đó ban đại diện của IMU đã giữ vững những chủ chương đường lối được đề ra. Bất cứ một cuộc xung đột có tính chính trị nào trên thế giới đều bị gạt bỏ tầm ảnh hưởng khỏi các hoạt động của IMU và do đó những chiếc cầu nối trong toán học vượt khỏi mọi sự cản trở mang tính biên giới của những "Bức tường và bức rèm" đã được hình thành. Vào năm 1950 một ủy ban lâm thời đã có ý tưởng về một quy ước cho việc tái hoạt động của IMU. Quy ước này nói rằng: "Việc tái lập IMU sẽ được tiến hành, chừng nào ít nhất có 10 nước trên thế giới tán thành". Và điều này diễn ra vào ngày 10/9/1951. Lehto tóm tắt lại trong lời tựa đề của cuốn sách "Toán học không biên giới" như sau

". . . *this is a story of how ideas of the global cultivation of mathematics, across national borders, gradually began to take shape a century ago and how these ideas developed, amidst political difficulties and serious setbacks, into a fruitful worldwide cooperative effort under the aegis of the IMU." (... đây là câu chuyện về làm thế nào những ý tưởng gieo trồng toán học trên toàn cầu, vượt qua biên giới quốc gia, dần hình thành cách đây một thế kỷ và làm thế nào những ý tưởng này phát triển, giữa những khó khăn về chính trị và những thất bại nghiêm trọng, thành một nỗ lực hợp tác trên toàn thế giới có hiệu quả dưới sự bảo trợ của IMU).*

Việc nghiên cứu, cộng tác, làm việc theo các nhóm chung trên thế giới đã trở nên hết sức bình thường đối với chúng ta ngày nay. Dẫu vậy, chúng ta vẫn phải luôn tâm niệm rằng quá trình chuẩn bị cho sự tiến bộ của ngày nay đã diễn ra hết sức khó khăn và đòi hỏi nhiều nỗ lực chung. Chúng ta, không phải chỉ trong toán, có trách nhiệm gìn giữ những tiến bộ đã đạt được.

Các thành viên của IMU

Thành viên của IMU, một cách ngắn gọn, là các nước. Định nghĩa một đất nước "The term ‘country’ is to be understood as including diplomatic protectorates and any territory in which independent scientific activity in mathematics has been developed, . . . [(2)]" là cách phát biểu có chủ đích thiếu rõ ràng nhằm phân trần cho những trường hợp chính trị đặc biệt nhạy cảm. Độc giả nào đặc biệt quan tâm tới lời giải cho những trường hợp đặc biệt khó có thể tìm đọc mục 10.6 tựa đề "Trung Quốc gia nhập IMU" trong cuốn sách "Toán học không biên giới" của Lehto. Mỗi nước muốn tham gia IMU sẽ được một tổ chức có tiếng nói giới thiệu, trong đó mỗi nước có quyền tự quyết riêng tổ chức nào sẽ thay mặt cho

[(2)]" Thuật ngữ" nước" được hiểu bao gồm các khu vực được bảo hộ ngoại giao và bất cứ vùng lãnh thổ nào mà ở đó các hoạt động khoa học độc lập về toán học được phát triển.

nước đó. Chẳng hạn, ở Đức là Hội Toán học Đức (Deutsche Mathematiker Vereinigung - DMV) hoặc ở Mỹ là Viện hàn lâm Khoa học Quốc gia (National Academy of Science, không phải là Hội Toán học Mỹ-AMS). Các nước thành viên chính thức được chia thành cả thảy năm nhóm. Một thành viên chính thức của nhóm thứ n có n phiếu biểu quyết và có thể chọn ra n đại biểu dự cuộc họp Đại Hội đồng IMU. Thành viên chính thức trong nhóm càng cao thì mức đóng hội phí càng cao, chẳng hạn một thành viên chính thức của nhóm 5 phải nộp lệ phí cao gấp 12 lần so với một thành viên nhóm 1 có mức đóng 1.395 Euro/năm. Với mục đích nhằm hỗ trợ các nước có nền toán học ít phát triển có thể tiếp cận được IMU, vào năm 2006 người ta bổ sung thêm vị trí thành viên cộng tác (được giới hạn thời gian, không phải đóng hội phí, tuy nhiên không có quyền biểu quyết). Trong những năm qua, một số nước như Campuchia, Madagascar, Nepal, Papua New Guinea và Senegal đã trở thành thành viên cộng tác của IMU. Cũng xin nói thêm rằng IMU cũng có những thành viên bổ sung không có quyền biểu quyết, ví dụ như Hiệp hội Toán học Châu Âu (EMS). Vào đầu năm 2015 IMU có tất cả là 71 thành viên chính thức, 12 thành viên cộng tác và 4 thành viên bổ sung. Do định nghĩa thành viên của IMU là các nước, cho nên các cá nhân sẽ không thể trở thành thành viên của IMU.

Đại Hội đồng

Cơ quan chức năng cao nhất của IMU là Đại Hội đồng (General Assembly - GA) được bầu ra bởi các nước thành viên (thành viên chính thức mới có quyền bầu). Nhiệm vụ của Đại Hội đồng là đề xuất các quy chế hoạt động, chọn ban đại diện của IMU, bầu cử, quyết định việc công nhận thành viên của các nước và quy định hội phí. Đại Hội đồng họp chung định kỳ 4 năm một lần tại thời điểm ngay trước khi diễn ra Đại hội Toán học Quốc tế (ICM).

Ban Chấp hành

Ban Chấp hành của IMU (Executive Committee - EC) bao gồm một chủ tịch, một (tổng) thư ký, hai phó chủ tịch, sáu ủy viên thường trực và một cựu chủ tịch tiền nhiệm (không có quyền biểu quyết). Tất cả các chức danh nêu trên có nhiệm kỳ là 4 năm. Hiện tại, tính từ tháng 1/2015, danh sách Ban Chấp hành IMU bao gồm:

Chủ tịch: Ông Shigefumi Mori (Nhật)

Thư ký: Ông Helge Holden (Na Uy)

Phó Chủ tịch:
Bà Alicia Dickenstein (Argentina)
Ông Vaughan Jones (New Zealand/Mỹ)

Các ủy viên thường trực
Ông Benedict H. Gross (Mỹ)
Ông Hyungju Park (Hàn Quốc)
Bà Christiane Rousseau (Canada)
Ông Vasudevan Srinivas (Ấn Độ)
Ông John Francis Toland (Anh)
Ông Wendelin Werner (Thụy Sỹ).

Cựu chủ tịch (tiền nhiệm) là bà Ingrid Daubechies (Mỹ). Với ba giải thưởng Fields trong tổng số các thành viên, Ban Chấp hành hiện tại có mật độ tập trung giải thưởng Fields lớn nhất kể từ trước tới nay.

Nhiệm vụ của IMU

Tôi xin phép được trích dẫn lại nguyên văn miêu tả ngắn gọn nhiệm vụ của IMU trên trang chủ của IMU:

"IMU is an international non-governmental and non-profit scientific organization, with the purpose of promoting international cooperation in mathematics.

It is a member of the International Council for Science (ICSU) and has endorsed repeatedly ICSU's Principle of Freedom, Responsibility & Universality of Science. The objectives of the International Mathematical Union (IMU) are:

- To promote international cooperation in mathematics;

- To support and assist the International Congress of Mathematicians and other international scientific meetings or conferences;

- To encourage and support other international mathematical activities considered likely to contribute to the development of mathematical science in any of its aspects, pure, applied, or educational."

"IMU là một tổ chức khoa học quốc tế, phi chính phủ và phi lợi nhuận, với mục đích thúc đẩy hợp tác quốc tế về toán học. Là một thành viên của Hội đồng Khoa học Quốc tế (ICSU) và đã xác nhận nhiều lần các nguyên tắc của ICSU là Tự do, Trách nhiệm và Phổ quát của khoa học. Các mục tiêu của Liên đoàn Toán học Quốc tế là:

- Thúc đẩy hợp tác quốc tế trong toán học;

- Hỗ trợ và giúp đỡ các Đại hội Toán học Quốc tế (ICM) và các cuộc họp hoặc hội nghị khoa học quốc tế khác;

- Khuyến khích và hỗ trợ các hoạt động toán học quốc tế khác được coi là có khả năng đóng góp vào sự phát triển của các khoa học về toán học trong bất kỳ khía cạnh nào, thuần túy, ứng dụng hoặc giáo dục."

Thực thi nhiệm vụ

Để thực hiện các nhiệm vụ đã đề ra, Đại Hội đồng và Ban Chấp hành thành lập nhiều ủy ban khác nhau. Các ủy ban đóng vai trò lớn nhất bao gồm: Ủy ban Quốc Tế về Cố vấn Toán học (International Commission on Mathematical Instruction - ICMI), Ủy ban dành cho Các nước đang phát triển (Commission for Developing countries - CDC), Ủy ban Quốc tế về Lịch sử Toán học (International Commission on the History of Mathematics - ICHM) và Ủy ban về Thông tin và Giao tiếp Điện tử (Committee on Electronic Information and Communication - CEIC). Tháng 8/2014 việc chuẩn bị để hình thành một ủy ban dành cho phụ nữ trong toán học đã được quyết định. Ủy ban này đi vào hoạt động trong năm 2015 (Committee for Women in Mathematics - CWM). Tất cả ủy ban và thành viên đều có một danh sách các nhiệm vụ được giao phó.

ICMI, CDC và CEIC

ICMI gần như là một tổ chức con hoạt động độc lập của IMU với một ban điều hành riêng cùng quá trình bầu chọn riêng. ICMI có một đại hội riêng, được tổ chức 4 năm một lần gọi là Đại hội Quốc tế về Giảng dạy Toán học (ICME). Đại hội lần tới, ICME lần thứ 13, sẽ diễn ra từ 24-31/7/2016 tại thành phố Hamburg, Đức. Các bài báo xuất bản và các đề tài khác của ICMI có thể xem thêm tại địa chỉ www.mathunion.org/icmi/home. Tôi muốn nhắc đến ở đây một đề tài của ICMI là Capacity & Networking (CANP, xem http://tinyurl.com/lpdd77w). Đề tài này bắt đầu từ năm 2011 và có mục đích tạo ra mạng lưới liên kết cho các nhà sư phạm giảng dạy toán ở các nước đang phát triển và các nước láng giềng thông qua hội thảo và các hoạt động khác nhau. Trên thực tế, ICMI đã được thành lập từ năm 1908 tại Roma, Ý, vị chủ tịch đầu tiên của ICMI là Felix Klein(3). Sau chiến

(3)TS: Felix Klein (1849-1925) là nhà toán học Đức nổi tiếng, với ông giáo dục toán là một mối quan tâm sâu sắc và là sự nghiệp dài lâu tranh thế giới thứ hai, ICMI được tái cơ cấu và từ năm 1952, trở thành một ủy ban của IMU.

Những năm qua CDC[(4)] tổ chức nhiều trong số các hoạt động phát triển mạnh của IMU nhằm giúp đỡ nền toán học của các nước đang phát triển thông qua hỗ trợ kinh phí đi lại, hỗ trợ kinh phí các cuộc gặp gỡ toán học, tổ chức các bài giảng tự nguyện cũng như chương trình trợ giúp thông qua thư viện, nghiên cứu tìm hiểu về thực trạng nền toán học của một số vùng trên thế giới. Hội nghị chuyên đề MENAO đã báo cáo trình bày một cách tổng quan về các nhiệm vụ của CDC, xin xem thêm chi tiết tại www.mathunion.org/cdc/menao. Thật đáng mừng rằng các phương tiện nhằm hỗ trợ trong chương trình của CDC đã được nâng cao và phổ biến. Các nhu cầu cấp bách là rất lớn, nhưng cũng rất đáng mừng là có nhiều sự hỗ trợ, giúp đỡ.

CEIC tập trung chủ yếu vào mảng trao đổi giao tiếp điện tử, công bố, cũng như tìm hiểu nghiên cứu tác động từ sự ảnh hưởng của cuộc cách mạng Internet lên toán học và làm thế nào để sử dụng một cách hữu ích nhất. CEIC (xin xem thêm tại www.mathunion.org/ceic) tiến hành xuất bản Best Practice Recommendations và hiện tại tập trung chủ yếu vào đề tài "Phát triển thư viện toàn cầu thế kỷ 21 cho nghiên cứu toán học" (xin xem thêm chi tiết trong tài liệu arXiv:1404.1905).

Đại hội Toán học Quốc tế ICM

Sự kiện lớn nhất của IMU là tổ chức định kỳ bốn năm một lần Đại hội Toán học Quốc tế ICM. Kỳ ICM 2014 được tổ chức tại thành phố Seoul, Hàn Quốc, có khoảng 5,000 người tham dự. Tổ chức một sự kiện trọng đại như ICM là một nhiệm vụ hết sức công phu. Bên cạnh chương trình có tính học thuật hết sức rộng lớn với gần 20 báo cáo mời toàn thể và khoảng 160 báo cáo mời tiểu ban, còn có vô số các hội nghị vệ tinh, các chương trình chuyên đề cũng như các chương trình văn hóa đặc sắc. Đặc biệt đòi hỏi sự công phu là chương trình mở màn mà theo lệ truyền thống thì các nguyên thủ nước đăng cai đại hội sẽ có bài phát biểu cũng như trao các giải thưởng của IMU. Trang web của ICM 2014 (www.icm2014.org) có thể cho ta thấy quy mô tổ chức một kỳ Đại hội Toán học Quốc tế lớn như thế nào. Kỳ ICM tiếp theo sẽ diễn ra trong năm 2018 tại thành phố Rio de Janeiro, Brazil. Tất cả các cuốn sách kỷ yếu của ICM đều có thể được tải miễn phí tại trang chủ của IMU, xin cảm ơn Keith Dennis und Ulf Rehmann cho việc số hóa các cuốn kỷ yếu của ICM.

Các ban của ICM và Giải thưởng của IMU

Một trong những ban quan trọng nhất của một kỳ đại hội toán học quốc tế là Ban Chương trình. Ban Chương trình được Ban Chấp hành IMU chỉ định, có khoảng 10-12 thành viên và 20 tiểu ban sao cho số người được mời làm báo cáo nhiều như số báo cáo mời. Tại mỗi kỳ ICM, Liên đoàn Toán học Quốc tế trao tặng năm loại giải thưởng cả thảy, bao gồm: Huy chương Fields, giải thưởng Rolf Nevanlinna, giải thưởng Carl Friedrich Gauss cho toán học ứng dụng, huy chương Chern và giải thưởng Leelavati. Với mỗi một trong năm giải thưởng nói trên, Ban Chấp hành sẽ đề cử ra một hội đồng xét duyệt giải thưởng cho giải thưởng đó. Huy chương Fields là giải thưởng danh giá nhất trong toán và dành được sự quan tâm rộng rãi trên thế giới. Chẳng hạn, vào tháng 8/2014, trên hầu

[(4)] Trong nhiệm kỳ 2011-2014, GS. Hoàng Xuân Phú (Viện Toán học) là đại diện châu Á trong CDC.

hết các phương tiện thông tin đại chúng và báo chí, người ta đưa tin về việc một phụ nữ đầu tiên nhận giải thưởng Fields trong toán học.

Đề cử cho các nhiệm vụ của IMU và việc bầu chọn

Việc đề cử trong IMU là một quá trình hết sức phức tạp. Một điều hiển nhiên rằng một tổ chức có uy tín quốc tế như IMU phải hết sức thận trọng trong việc chú ý tới sự bình đẳng. Điều này không chỉ là sự bình đẳng giữa các lục địa, các quốc gia, bình đẳng giới tính, ngôn ngữ mà còn là sự tôn trọng bình đẳng giữa các chuyên ngành sâu, lãnh vực hẹp trong toán học. Thật khó, nếu không muốn nói là hầu như không thể, để có thể có một cân bằng hoàn hảo cho tất cả cùng một lúc và do đó việc có sự phàn nàn bất bình lúc này hay lúc khác là điều không tránh khỏi. Thông thường, IMU làm việc ở từng nấc thang. Ban đầu, người ta thành lập một Ủy ban Đề cử (NC), mà quá trình tuyển ra diễn ra theo một cách ngẫu nhiên, trong đó có một số thành viên được chỉ định (http://tinyurl.com/oyjrsyz). Ủy ban Đề cử có nhiệm vụ yêu cầu các tổ chức uy tín có tiếng nói (ví dụ, Hội Toán học Đức - DMV như đã nói ở trên) đề xuất ra các ứng cử viên và bản thân NC cũng được quyền đưa ra ứng cử viên riêng của mình. Sau những cuộc trao đổi nội bộ dài người ta đề ra "Danh sách đề cử" (Slates) cho Ban Chấp hành, CDC và ICHM. Sau đó Đại Hội đồng sẽ chọn ra người vào vị trí Chủ tịch IMU, các thành viên của Ban Chấp hành, vân vân. Giữa cuộc họp Đại Hội đồng cũng diễn ra các hoạt động khác của các thành viên các ban mà tôi không thể kể ra hết ở đây. Ban Chấp hành (EC) đề ra các ban như ICM PC, CEIC, Ban xét giải ... Cuộc bầu chọn diễn ra trong rất nhiều vòng. Cũng vậy, việc đề ra ban đại diện thay mặt IMU trong các tổ chức khác, (ví dụ như ICSU), là một trong những chức năng quan trọng của Ban Chấp hành của IMU.

Các vấn đề "nổi cộm"

Tại bất cứ một thời điểm nào, ở bất cứ một nơi đâu trên thế giới có thể xảy ra việc đóng cửa hoặc thành lập một cơ sở toán học. Liên đoàn Toán học Quốc tế IMU thỉnh thoảng được thỉnh cầu giúp đỡ để thành lập một cơ sở, và thường xuyên để tìm ra các biện pháp chống lại việc đóng cửa những cơ sở toán học khác. Việc bắt bớ, bỏ tù, bắt cóc hay thậm chí đe dọa tính mạng các nhà toán học do bất đồng ý kiến chính trị, hay việc cảm thấy của các nhà toán học bị đối xử bất công do các cấp lãnh đạo bên trên, đều là những đề tài "nổi cộm", mà chúng ít khi được đề cập thường nhật trên các phương tiện truyền thông đại chúng. Với tất cả khả năng và phương tiện khiêm tốn của mình kèm theo sự giúp đỡ thỉnh thoảng từ phía ICSU, Liên đoàn Toán học Quốc tế IMU đã làm tất cả những gì có thể làm để giúp đỡ các nhà toán học.

Tài chính

Liên đoàn Toán học Quốc tế thu lệ phí từ các nước thành viên tổng cộng vào khoảng 380.000 Euro/năm. Nếu ta nhìn vào hệ thống cơ cấu đồ sộ của IMU và những chi phí cho việc đi lại của các thành viên trên toàn thế giới có thể gặp gỡ một năm một lần, thì con số kể trên không đáng là bao. Tuy nhiên cũng rất đáng mừng là các quỹ hỗ trợ đại diện IMU đóng góp phần nào cho các công việc của IMU, chẳng hạn việc mời và chi phí cho cuộc họp mặt Ban Chấp hành. Tất cả các đại diện của IMU đều hoạt động dưới hình thức tình nguyện. Chỉ có như vậy thì mới dư ra một phần kinh phí nhằm hỗ trợ cho các hoạt động của CDC và ICMI.

Tôi luôn cảm thấy dễ chịu khi được làm việc trong một môi trường mà không ai có những hứng thú quan tâm về mặt tiền bạc, tất cả chỉ vì một mục đích chung, đó là phát triển toán học.

Địa điểm cho Ban Thư ký IMU

Những điều kể trên chỉ cho chúng ta phần nào cái nhìn khá sơ sài, bỏ qua nhiều chi tiết về các hoạt động của IMU. IMU hoạt động nhiều hơn thế rất nhiều và đằng sau các hoạt động là rất nhiều mồ hôi và công sức. Hầu hết các công việc ấy đều do Thư ký IMU chịu trách nhiệm đảm nhận, tất nhiên chỉ một mình người thư ký thì không thể đảm đương bao trọn được hết tất cả. Trong thời kỳ đầu 1920-1932 vị trí thư ký IMU có tên chính thức là Tổng thư ký. Sau ngày thành lập lại, người Mỹ và người Anh không thể thống nhất được với nhau tên gọi cho chức vụ này: Tổng thư ký hay Thư ký Tổng. Cuối cùng, người ta thống nhất với nhau rút gọn lại tên gọi của vị trí là Thư ký IMU. Ở các tổ chức tương tự trên thế giới người ta vẫn thường có vị trí Tổng thư ký và điều này có thể dẫn tới một vài tình huống gây ngạc nhiên. Tuy nhiên ở IMU điều này là chấp nhận được, bởi vì không ai làm chỉ vì một cái danh hiệu "oai phong". Nhân tiện tôi cũng xin nói là trong khi phải liên hệ với các cơ quan chức năng hành chính có thẩm quyền ở Đức, tôi đôi khi phải dùng danh hiệu "Tổng thư ký".

Vị trí Thư ký cần sự giúp đỡ của một ban thư ký. Trong quá trình tái thành lập IMU, người ta quyết định như sau (trích từ sách của Lehto):

"*The location of the office of the Union, which Stone (the first President of the new IMU) had regarded as one of the main questions, was settled without difficulty. It was agreed that it should coincide with the site of the Secretary’s normal residence.*"

“Địa điểm văn phòng của Liên đoàn, mà M. H. Stone (chủ tịch đầu tiên của IMU mới- nhiệm kỳ 1952-1954) đã coi là một trong những câu hỏi chính, đã được giải quyết mà không gặp khó khăn. Nó đã được thống nhất là cùng địa điểm của Thư ký.”

Và cứ như vậy, kể từ năm 1950, ban thư ký sẽ chuyển địa điểm cứ mỗi một lần thay thư ký, cụ thể là các thành phố: Copenhagen, Rom, Zürich, Paris, Helsinki, Rio de Janeiro và Princeton. Năm 2007, địa chỉ của ban thư ký đóng tại viện Zuse ở Berlin, nơi tôi làm việc. Trong 40 năm đầu những công việc thư ký khá là vừa phải và do đó thư ký IMU về mặt nguyên tắc chỉ cần tới sự giúp đỡ của một nhân viên thư ký. Thông thường, đây là một thư ký của bộ môn hoặc thư ký viện rất có năng lực và giải quyết công việc với cam kết lớn trong những giờ làm thêm. Tuy nhiên kể từ những năm 1990 đổ lại đây các hoạt động của IMU có quy mô ở tầm cỡ lớn hơn khiến phải phân bổ đều công việc tình nguyện này ra trên toàn thế giới. Trong một khoảng thời gian cố định việc duy trì những công việc như vậy là nằm trong tầm khả năng, nhưng tới một lúc nào đó sự đòi hỏi công phu cho các công việc ấy trở nên quá lớn.

Một vị trí thư ký IMU cố định?

Đại Hội đồng IMU quyết định như sau vào năm 2006 sau khi quan tâm tới tất cả các khía cạnh

"Đại Hội đồng khuyến nghị Ban Chấp hành nhiệm kỳ tiếp theo của IMU nghiên cứu việc thành lập các cơ cấu hành chính và cơ chế tài trợ ổn định, bao gồm việc gây quỹ, để hỗ trợ việc mở rộng các hoạt động của IMU, và báo cáo với Đại Hội đồng năm 2010 với kiến nghị cụ thể. "

Với sự miêu tả tình trạng tài chính như vậy, thì rõ ràng hiển nhiên một điều rằng

IMU không thể trả tiền bằng kinh phí của chính mình cho một thư ký chuyên nghiệp. Tôi cũng không thể nào mường tượng ra được rằng sẽ có một cơ quan nào hay thậm chí một quốc gia nào đứng ra nhận trách nhiệm chi phí hỗ trợ cho vị trí thư ký của IMU. Tuy nhiên ở vị trí của một thư ký mới của IMU tôi có trách nhiệm dẫn ra ở đây những gì đã xảy vào tháng 10 năm 2007. Kết quả này nhìn từ phía tôi là hoàn toàn không ngờ. Một mặt, đã có một loạt các phản hồi từ các đồng nghiệp từ chối việc đề xuất vị trí thư ký cố định do có thể có những hậu quả lường trước được của các thủ tục hành chính rườm rà cũng như cho rằng việc tiếp tục giữ các cấu trúc quản lý một cách a-ma-tơ như từ trước tới nay là tốt hơn. Tôi xin trích lại 3 ý kiến sau:

"Tôi thấy đây là một ý tưởng dở. Bất kỳ thư ký hành chính bán cố định sẽ chắc chắn phát triển thành một ghế thường trực đầy quyền lực. Gắn IMU theo cách này với một quốc gia hay tổ chức cụ thể sẽ ngăn chặn sự phổ quát (universality) của IMU."

"Giải pháp sai ngay từ đầu, ... nó đã được thúc đẩy bởi ... một số triết lý chung mơ hồ rằng việc mở rộng các ban bệ luôn làm cho mọi thứ tốt hơn."

"Tôi chọn một điều kiện tiên quyết là IMU không phải để bán cho một quốc gia hay cho một tổ chức nơi đặt nó."

Mặt khác, có tới hơn 10 viện nghiên cứu tỏ ra quan tâm thông qua hình thức "Letter of Intent" (Ý định thư). Đại diện của các viện này đề nghị tôi cung cấp một danh sách liệt kê các khía cạnh chính trong công việc của cương vị thư ký IMU. Có một vài người thậm chí đã ghé qua Berlin để làm sáng tỏ thêm các chi tiết. Vào cuối năm 2008 có 6 viện nộp đơn đăng ký ứng cử. Thông qua một vòng loại tiếp theo có 3 ứng cử viên lọt vào vòng cuối, đó là: Viện Fields ở Toronto, IMPA ở Rio de Janeiro và WIAS ở Berlin. Đơn ứng cử từ phía Đức được trình bầy bởi Günter Ziegler, Jürgen Sprekels và Alexander Mielke và rõ ràng đơn ứng cử này giành một chiến thắng rõ ràng ở vòng đầu.

Đơn ứng cử từ phía Đức

Tôi ở một trường hợp khá khó xử. Trên cương vị là Thư ký của IMU tôi có nghĩa vụ phải tuân thủ tính trung lập và tất nhiên là tôi luôn giữ đúng điều này. Dẫu thế, tôi có phần nào đóng góp vào việc thúc đẩy cho lộ trình ứng cử của Berlin được chấp thuận. Toán học ở Berlin tỏ ra đặc biệt quan tâm tới việc đưa chức vụ thư ký IMU về Berlin cố định. Cùng với một số đồng nghiệp tôi sớm liên hệ với DFG (Quỹ Nghiên cứu Đức), BMBF (Bộ Giáo dục và Nghiên cứu Liên bang) và Bang Berlin ... Các phản hồi khá là tích cực như tôi đã viết trong một bản tường trình. Một mối liên lạc quan trọng được hình thành vào ngày 23/1/2008. Đây cũng là ngày mở đầu của năm Toán học. Tôi đã có dịp nói chuyện với Bộ trưởng liên bang Bộ Giáo dục và Nghiên cứu thời đó, bà Annette Schavan. Tôi có hỏi liệu Bộ Giáo dục và Nghiên cứu có quan tâm tới việc đưa vị trí thư ký của một tổ chức khoa học như IMU về Đức. Bà Annette Schavan ngay lập tức trả lời "Có", bởi vì ở Đức có rất ít các thư ký kiểu như thế này, do các vị trí này thường là đã được cố định trước trong những năm 1950, sau chiến tranh thế giới thứ hai, khi mà Đức hoàn toàn không có khả năng. Bà Schavan cũng hỏi tiếp ngay lập tức là cần phải chi phí ngân sách hết bao nhiêu. Tôi đã không kịp suy nghĩ nhiều, tuy nhiên tôi kịp nhớ tới việc ICSU trước đó đe dọa sẽ rời khỏi Paris, do giá cả ở Paris quá đắt, khiến cho Chính phủ Pháp phải nâng ngân sách cho ICSU lên 500.000 Euro. Bởi vậy tôi trả lời bà Schavan: "500.000 Euro là hoàn toàn đủ". Bà ta đáp lời: "Tốt! Cái này chúng ta làm được".

Tất nhiên không phải như vậy là mọi chuyện đều ổn thoả và xong xuôi, do ngân sách tài chính của các tiểu bang thường được lên kế hoạch trước. Viện Zuse nằm trong sự hỗ trợ kinh phí của bang Berlin và do đó việc tạo thêm ra những chi phí nằm ngoài ngân sách là không thể. Rất may là còn có Viện Giải tích ứng dụng Weierstraß (WIAS) là một viện nghiên cứu Leibnitz ở trong Forschungsverbund Berlin e.V.[5] và đây là điều kiện tiên quyết cho việc nhận được tiền hỗ trợ. Các chuẩn bị và làm thủ tục tiếp theo được tiến hành bởi ông Jürgen Sprekels, viện trưởng của WIAS thời đó, với sự cộng tác của DMV và nhiều nguồn giúp đỡ ủng hộ khác. Ngày nay viện WIAS nhận hàng năm một khoản ngân sách 500.000 Euro cho việc thực hiện các hoạt động công tác thư ký của IMU. Một nửa trong nguồn kinh phí đó được cung cấp bởi Bộ Giáo dục và Nghiên cứu, nửa còn lại đến từ Bang Berlin.

Văn phòng ban thư ký tại Berlin

Viện WIAS thuê trụ sở cạnh quảng trường Gendarmenmarkt, trong đó có một phòng dành cho cơ quan thư ký của IMU, phòng này đặc biệt thích hợp làm thành phòng họp hội nghị. Lễ khánh thành diễn ra vào ngày 1/1/2011. Kể từ đó tới nay phòng này không chỉ được sử dụng bởi các nhân viên mà còn bởi các cơ quan thành viên của IMU (kể cả DMV và EMS ...). Chẳng hạn như vào tháng 3/2015, không những Ban Chấp hành mới mà còn cả CDC, CEIC cũng đã tới Berlin tiến hành cuộc họp đầu tiên trong nhiệm kỳ của mình tại căn phòng này. Bên cạnh phòng họp hội nghị và bốn phòng làm việc cho các nhân viên, văn phòng ban thư ký IMU còn sở hữu thêm một phòng đọc, giao lưu sinh hoạt xã hội và một phòng lưu trữ, tại đó tất cả các dữ liệu lưu trữ của IMU được bảo quản. Hội Toán học Đức (DMV) cũng đặt ban thư ký của họ tại đây. Hiện tại danh sách của ban thư ký IMU là như sau:

- Alexander Mielke (Chánh văn phòng);
- Sylwia Markwardt (Quản lý của văn phòng Ban Thư ký IMU và tất cả các việc khác);
- Lena Koch (Quản trị mạng của CDC và ICMI);
- Anita Orlowsky (Kế toán viên);
- Birgit Seeliger (Phụ trách lưu trữ);
- Gerhard Telschow (Chuyên viên kỹ thuật và IT).

Văn phòng Ban Thư ký của IMU tại Markgrafenstr. 32, 10117 Berlin, CHLB Đức. *Nguồn: Internet*

Văn phòng Ban Thư ký của IMU được đặt trong mối ràng buộc mật thiết giữa IMU và WIAS. Mối ràng buộc này được quy định bổ sung thông qua một hợp đồng đối tác chi tiết giữa IMU và WIAS. Một ban của IMU trực tiếp dẫn dắt, chỉ đạo các công việc của các thư ký và tường trình lại với Ban Chấp hành và Đại Hội đồng IMU về các cuộc viếng thăm thị sát

[5]TS: Tập hợp tám viện con của Viện hàn lâm Khoa học của Cộng hòa Dân chủ Đức (ADW) được thành lập lại sau khi nước Đức thông nhất, năm 1990.

công việc của ban thư ký. Tôi không muốn liệt kê ra chi tiết cụ thể ai làm những nhiệm vụ nào, mà chỉ xin trích dẫn lại trong bản tường trình của John Toland, một thành viên trong Ban Chấp hành, báo cáo lên Đại Hội đồng IMU năm 2014 ở Gyeongju, Hàn Quốc:

- Khối lượng công việc là lớn, được thực hiện một cách hiệu quả và chu đáo;

- Các nhân viên IMU được khích lệ rất cao, chuyên nghiệp và định hướng tốt, làm việc trong một không khí tích cực với tinh thần nhóm mạnh mẽ;

- Sự phân tách giữa IMU và WIAS là rõ ràng và hoạt động tốt;

- Các thư ký của IMU và quản lý hành chính của WIAS là các đơn vị độc lập được liên lạc thường xuyên và hỗ trợ lẫn nhau;

- Mối quan hệ của nhân viên thư ký của IMU với WIAS có nhiều khía cạnh tích cực bao gồm

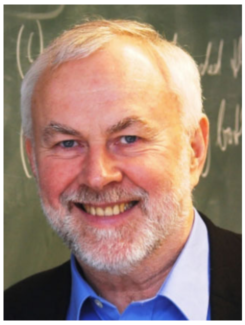
○ Bảng lương là rõ ràng và thanh toán được WIAS thực hiện đầy đủ;
○ Cấu trúc IT lớn luôn sẵn sàng nếu cần tư vấn hoặc trong trường hợp khẩn cấp;
○ Sử dụng các điều kiện về đào tạo, chẳng hạn như những bài học tiếng Anh.

John Toland kết thúc trong bản báo cáo như sau:

"Lợi ích của những thiết bị văn phòng hiệu quả và hiện đại cùng với đội ngũ nhân viên chuyên nghiệp có động lực lớn và miễn phí cho IMU không thể thổi phồng. Họ đã triển khai các công việc của Ban Chấp hành, các ủy ban và hội đồng của IMU."

Tôi cho rằng đây là một câu kết hay.

Đôi điều về tác giả



Giáo sư Martin Grötschel. *Nguồn: Internet*

Martin Grötschel là giáo sư tại Đại học Kỹ thuật Berlin (TU Berlin), chủ tịch của Trung tâm Công nghệ thông tin Konrad-Zuse. Lĩnh vực nghiên cứu của ông là Tối ưu, Toán rời rạc và các ứng dụng của nó. Trong thời gian 1993-1994 ông là Chủ tịch của Hội Toán học Đức (DMV). Ông nằm trong Ban Tổ chức ICM năm 1998 tại Berlin và từng là thành viên điều hành trong Ban Chấp hành của IMU từ 1999-2014. Là thành viên của CEIC từ 1998-2006 và là (Tổng) Thư ký của Liên đoàn Toán học Quốc Tế IMU giai đoạn 2007-2014. Ông là thành viên danh dự của DMV, được trao tặng giải thưởng Leibniz và nhiều giải thưởng khác. Vào tháng 10/2015 ông nhậm chức Chủ tịch Viện hàn lâm Khoa học Berlin-Brandenburg, CHLB Đức.

Martin Grötschel đã sang Việt Nam nhiều lần tham dự các hội nghị khoa học. Năm 2007 ông được Viện hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam trao tặng bằng tiến sỹ danh dự.

Người dịch: **Nguyễn Lê Đăng Thi**

Dịch từ bản tiếng Đức
M. Grötschel, Die IMU und ihr Sekretariat. *Mitteilungen DMV* **23**(1) (2015), 24-29.

Người biết về vô hạn

Ngô Việt Trung (Viện Toán học)

Đó là tên bộ phim mới đây (The man who knew infinity) về Srinivasa Ramanujan, nhà toán học vĩ đại người Ấn Độ. Cho đến nay có rất ít các bộ phim về các nhà toán học. Có thể kể bộ phim "Trí tuệ hoàn hảo" (A beautiful mind) về John Nash, người được giải Nobel về toán kinh tế, hay bộ phim "Trò chơi mô phỏng" (Imitation games) về Alan Turing, cha đẻ của máy tính hiện đại. Theo đánh giá của nhiều người thì bộ phim "Người biết về vô hạn" phản ánh chân thực hơn chân dung một nhà toán học, các chi tiết ít bị "bóp méo" hơn để phù hợp với thị hiếu của đại chúng. Khác với những phim trước đây, toán học đóng một vai trò quan trọng trong cuốn phim, được trình bày đơn giản và dễ hiểu, cho phép người xem thấy được các thành tựu của Ramanujan và tầm quan trọng của di sản ông để lại cho toán học. Mặc dù vậy, phim vẫn cuốn hút người xem vì cuộc đời của Ramanujan có nhiều điều đáng để chúng ta suy ngẫm.

Ramanujan sinh ra trong một gia đình nghèo ở một vùng rất lạc hậu của miền nam Ấn Độ. Năm 11 tuổi ông đã học hết tất cả kiến thức về toán của hai học sinh trung học ở trọ tại nhà ông. Năm 13 tuổi ông mượn được một cuốn sách về lượng giác nâng cao về đọc và tự tìm được những định lý mới cho riêng mình. Năm 14 tuổi ông được người ta chỉ cho cách giải phương trình bậc ba và sau đó ông tìm được cách giải phương trình bậc bốn. Năm 15 tuổi ông đã tìm cách giải phương trình bậc năm. Năm 16 tuổi ông được một người bạn cho mượn một cuốn sách có tên là "Tổng hợp các kết quả sơ cấp" chứa gần 6000 định lý toán học mà phần lớn không có chứng minh. Ông đã tự mình tìm cách hiểu các định lý này. Ông bận suy nghĩ về toán đến nỗi không có thời gian học các môn khác và vì thế thi trượt vào trung học. Vì thế ông không tìm được việc làm, suýt chết đói vì nghèo quá. Do có năng khiếu toán học nên ông được giới thiêu làm kế toán sau đấy một thời gian. Công việc quá dễ với ông nên ông có thời gian nghiên cứu toán học, chủ yếu là số học theo cách của mình. Những người quanh ông không hiểu những vấn đề ông đang làm và càng không hiểu những cái đó có đúng không. Họ khuyên ông nên gửi thư đến Anh để giới thiệu các kết quả của mình. Do ông không viết chứng minh và trình bày không rõ ràng nên nhiều nhà toán học Anh không tin các kết quả này. Nhưng có một người là giáo sư Godfrey Harold Hardy ở Đại học Cambridge đã nhìn thấy những những điều kỳ diệu trong những trang bản thảo chỉ chứa các công thức toán học mà ông nhận được từ một con người hoàn toàn xa lạ.

Thư của Ramanujan mở đầu như sau "Tôi xin tự giới thiệu là kế toán của phòng tài vụ cảng Madras . . . Sau khi rời trường phổ thông tôi dùng thời gian rỗi để làm toán . . . Tôi thỉnh cầu ông đọc bản thảo gửi kèm theo. Là một người nghèo, tôi rất mong các định lý của tôi được công bố nếu ông tin rằng nếu có cái gì đó có giá trị . . . " Bản thảo này gồm 9 trang chỉ chứa các công thức và các định lý về số học, không có chứng minh. Hardy có lẽ là người giỏi nhất về số học thời bấy giờ. Sau này Hardy nói rằng "Tôi chưa từng nhìn thấy những gì gần giống với những thứ này. Chỉ cần liếc qua cũng đủ nhận biết chúng được viết bởi một nhà toán học đẳng cấp. Chúng phải đúng bởi vì không ai có đủ sức tưởng tượng để có thể hư cấu ra chúng. Cần nhớ rằng tôi hoàn toàn không biết gì về Ramanujan và phải cân nhắc mọi khả năng, nhưng tôi tin rằng người viết thư rất trung thực bởi vì các nhà toán học lớn còn dễ tìm hơn những kẻ lừa đảo có kỹ năng không thể tin được như thế này". Sau khi cùng với nhà toán học John Littlewood kiểm chứng một vài kết quả, Hardy gửi thư trả lời nói rằng ông quan tâm đến công việc và "muốn xem chứng minh một vài kết quả" của Ramanujan.

Srinivasa Ramanujan (1887-1920).
Nguồn: Internet

Dưới sự tác động của Hardy, Ramanujan rời Ấn Độ đến Anh năm 1914. Đây là khởi đầu của một sự hợp tác kỳ lạ nhất trong toán học. Hai người có những cá tính hoàn toàn trái ngược nhau. Ramanujan là một người rất mê tín (theo đạo Hindu), làm toán hoàn toàn theo phỏng đoán trực giác. Ông thường nói "Một phương trình chỉ có nghĩa với tôi nếu nó biểu hiện cho cho ý nghĩ của Chúa trời". Còn Hardy là một người hoàn toàn vô thần và làm toán chỉ dựa theo các suy luận lôgic. Hardy luôn đòi hỏi Ramanujan phải chứng minh được các công thức toán học được nghĩ ra. Hardy nói rằng "Sự hạn chế về kiến thức thật đáng kinh ngạc như sự sâu sắc của ông ấy" và "Tất cả kết quả của ông ấy, cũ hay mới, đúng hay sai, đều nhận được qua một quá trình suy luận hỗn hợp giữa trực giác và quy nạp mà ông ấy hoàn toàn không thể giải thích rõ ràng được". Trong một cuộc phỏng vẩn bởi Erdös, khi được hỏi về thành tựu lớn nhất của bản thân đối với toán học, Hardy ngay lập tức trả lời rằng đó là sự phát hiện ra Ramanujan.

Thông qua sự hợp tác với Hardy và Littlewood, Ramanujan đã công bố một số phát kiến của mình tại Đại học Cambridge. Littlewood nhận xét "Tôi tin rằng ông ấy giỏi như Jacobi", còn Hardy thì viết "chỉ có thể so ông ấy với Euler". Hardy cho điểm khả năng làm toán bẩm sinh của một số nhà toán học cùng thời theo thang điểm 100 như sau: bản thân Hardy 20 điểm, Elliot 30 điểm, Hilbert 80 điểm, Ramanujan 100 điểm. Năm 1916, Ramanujan nhận bằng tiến sĩ. Năm 1918 ông được bầu làm viện sĩ Viện Hàn lâm Hoàng gia Anh. Lúc đó ông mới 31 tuổi và là viện sĩ trẻ nhất.

Tại Anh, Ramanujan sống rất khắc khổ. Ông chỉ ăn chay, nhưng thời gian đó rất khó kiếm được rau để ăn vì đang là Đại chiến thế giới lần thứ nhất. Do thiếu dinh dưỡng và phần nữa cũng do căng thẳng làm toán, ông bị lao và quay trở về Ấn Độ năm 1919. Ông mất tại thành phố Madras năm 1920. Từ năm 2005 có Giải thưởng Ramanujan được Trung tâm quốc tế Vật lý lý thuyết ICTP trao hàng năm cho một nhà toán học dưới 45 tuổi. Giải này được Bộ Khoa học và Công nghệ Ấn

Độ và Viện Hàn lâm Khoa học và Nghệ thuật Na Uy tài trợ.

Bộ phim xoay quanh mối quan hệ giữa Ramanujan và Hardy. Phần lớn cảnh quay tại Trường Trinity thuộc Đại học Cambridge, nơi mà Ramanujan đã làm việc và cũng là nơi đã sản sinh ra 32 giải Nobel và 5 giải Fields cùng với 6 thủ tướng Anh. Đây là lần đầu tiên trường này mở cửa cho việc quay một phim truyện. Điều này cho thấy Đại học Cambridge coi trọng nhà toán học Ramanujan như thế nào.

Jeremy Iron trong vai Hardy và Dev Patel trong vai Ramanujan. *Nguồn: Internet*

Trong phim cũng có cảnh về một mẩu chuyện do Hardy kể lại: "Tôi nhớ một hôm đi taxi đến thăm ông ấy đang bị ốm ở Putney. Tôi đi xe mang biển số 1729 và lưu ý rằng đây là một con số chán ngắt. Tôi hy vọng rằng nó không mang điềm xấu đến cho ông ấy. Ông ấy trả lời không phải thế - Đây là một số rất thú vị. Nó là số nhỏ nhất có thể viết thành tổng hai số lập phương theo hai cách khác nhau." Littlewood đã từng nhận xét "Mỗi một số dương đều là bạn của ông ấy".

Bộ phim được làm với sự tư vấn thường xuyên của nhà số học Manjul Bhargava, người gốc Ấn Độ, được giải thưởng Fields năm 2014. Theo Bhargava thì lý do để công trình của Ramanujan có ảnh hưởng sâu sắc đến toán học và những ngành khác chính là vì có những ý tưởng độc đáo, không bị tác động bởi cách suy luận thông thường. Cũng giống như Ramanujan tự làm toán mà không biết đến công trình của những người khác, Bhargava thường không tham khảo tài liệu khi tìm cách giải quyết một vấn đề. Theo Bhargava thì trường hợp của Ramanujan cho thấy có những tài năng toán học ở các nước nghèo, vấn đề là nhà nước cần phải xây dựng một hệ thống giáo dục từ phổ thông lên đến đại học mà trong đó các tài năng toán học được khuyến khích phát triển.

Tài liệu tham khảo

1. George Andrews (February 2016). "Film Review: 'The Man Who Knew Infinity':" (PDF). Notices of the American Mathematical Society.
2. Andrew Robinson (March, 2016). "'Film: In search of Ramanujan'". Nature.
3. An interview to Manjul Bhargawa (April, 2016): Ramanujan, the man who knew infinity, CNRS News.
4. Wikipedia: Srinivasa Ramanujan.

GIẢI THƯỞNG LÊ VĂN THIÊM 2015

Hà Huy Khoái (Đại học Thăng Long)

Giải thưởng Lê Văn Thiêm được Hội Toán học Việt Nam trao hàng năm cho hai thành phần: thầy cô giáo có thành tích xuất sắc trong giảng dạy môn Toán ở bậc phổ thông và học sinh phổ thông đạt thành tích xuất sắc trong học tập môn Toán. Đối với học sinh thì đối tượng được xét là: học sinh đạt thành tích đặc biệt xuất sắc và nếu năm nay đã vào đại học thì theo học ngành Toán-Tin; hoặc học sinh vượt nhiều khó khăn, đạt thành tích xuất sắc.

Giải thưởng Lê Văn Thiêm 2015 được trao cho các giáo viên và học sinh sau:

I. GIÁO VIÊN

1. Thầy giáo Nguyễn Lưu, sinh năm 1959, giáo viên trường THPT Chuyên Hà Tĩnh. Thành tích: Tham gia giảng dạy, bồi dưỡng các đội tuyển toán của trường THPT Chuyên Hà Tĩnh 15 năm liên tục từ năm 1999, góp phần quan trọng vào thành tích của đội tuyển (1 Huy chương Vàng IMO 2013, 1 Huy chương Bạc IMO 2006, 1 Huy chương đồng IMO 2015; 71 học sinh đạt giải học sinh giỏi Quốc gia, trong đó có 1 giải Nhất, 11 giải Nhì, 25 giải Ba.

2. Cô giáo Nguyễn Thị Thanh Tâm, sinh năm 1969, giáo viên Trường THPT Chuyên Nguyễn Tất Thành, Kon Tum. Cô giáo Thanh Tâm dạy toán từ năm 1992, về trường chuyên từ năm 2009. Đã khắc phục nhiều khó khăn, có đóng góp đáng kể vào thành tích của đội tuyển toán (từ năm học 2010-2011 đến nay, năm học nào cũng có giải HSG cấp quốc gia môn Toán, đặc biệt năm học 2012-2013, em Phan Hồng Hạnh Trinh đạt giải Nhì Quốc gia môn Toán và được nhận giải thưởng Lê Văn Thiêm).

GS. Đỗ Long Vân, nguyên Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam, trao giải thưởng cho các giáo viên và học sinh. *Nguồn: Hội Toán học*

II. HỌC SINH

1. Vũ Xuân Trung, hiện đang theo học lớp 12, THPT Chuyên Thái Bình, huy chương Vàng IMO 2015.
2. Hoàng Anh Tài, THPT Chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An, huy chương Bạc IMO 2015. Hiện đang theo học tại Trường ĐH KHTN - ĐH Quốc gia Hà Nội.
3. Nguyễn Tuấn Hải Đăng, THPT Chuyên KHTN - ĐH Quốc gia Hà Nội. Huy chương Bạc IMO 2015. Hiện đang theo học tại Trường ĐH KHTN - ĐH Quốc gia Hà Nội.
4. Nguyễn Huy Hoàng, THPT Chuyên ĐH Quốc gia Tp. Hồ Chí Minh. Huy chương Bạc IMO 2015. Hiện đang theo học tại Trường ĐH KHTN - ĐH Quốc gia Tp. Hồ Chí Minh.

5. Nguyễn Thị Việt Hà, THPT Chuyên Hà Tĩnh. Huy chương Đồng IMO 2015. Hiện đang theo học tại Trường ĐH KHTN - ĐH Quốc gia Hà Nội.

6. Phạm Lâm Tùng, hiện đang học lớp 12 THPT Chuyên Tuyên Quang, giải Ba Quốc gia 2014-2015, giải Nhì Quốc gia 2015-2016.

VỀ QUỸ LÊ VĂN THIÊM

Giải thưởng Lê Văn Thiêm được Hội Toán học Việt Nam trao lần đầu vào năm 1990 và trở thành giải thưởng truyền thống hàng năm kể từ năm 1997.

Giải thưởng được trao hàng năm và trở thành giải thưởng có uy tín trong cộng đồng toán học Việt Nam là nhờ vào sự ủng hộ to lớn về tinh thần và vật chất của các nhà toán học và những người quan tâm đến giáo dục toán học ở Việt Nam. Đặc biệt, năm 2015, một người bạn thân thiết của các nhà toán học Việt Nam đã tặng Quỹ Lê Văn Thiêm số tiền 1 tỷ đồng, giúp cho giải thưởng có điều kiện hoạt động ổn định và lâu dài.

Năm nay, người bạn đó tiếp tục ủng hộ thêm 50.000.000 đồng, và đưa ra một "kế hoạch" nhằm nâng số tiền ổn định của Quỹ Lê Văn Thiêm lên 2 tỷ đồng (phù hợp với số 2 trong "bất đẳng thức số khuyết" mà Giáo sư Lê Văn Thiêm có đóng góp quan trọng và được in trên Huy chương Lê Văn Thiêm).

Quỹ Lê Văn Thiêm kêu gọi cộng đồng toán học Việt Nam ủng hộ Quỹ tích cực hơn nữa trong năm 2016. Hy vọng đến cuối năm 2016, Quỹ nhận được số tiền ủng hộ đáng kể, và người bạn đó sẽ ủng hộ "phần bù" để nâng số tiền của Quỹ lên 2 tỷ đồng.

Số tiền ủng hộ có thể chuyển theo hai hình thức:

- Gửi trực tiếp cho chị Cao Ngọc Anh, Viện Toán học, Viện hàn lâm KHCN Việt Nam, 18 Hoàng Quốc Việt, Hà Nội.

- Gửi vào tài khoản số 24111946001, TP Bank, Chi nhánh Hà Nội (Tên chủ tài khoản: Hà Huy Khoái).

Các giáo viên và học sinh nhận giải thưởng Lê Văn Thiêm năm 2015 chụp ảnh cùng GS. Đỗ Long Vân, GS. Hà Huy Khoái, GS. Nguyễn Hữu Dư và PGS. Phan Thị Hà Dương. *Nguồn: Hội Toán học*

Tin tức hội viên và hoạt động toán học

LTS: *Để tăng cường sự hiểu biết lẫn nhau trong cộng đồng các nhà toán học Việt Nam, Tòa soạn mong nhận được nhiều thông tin từ các hội viên HTHVN về chính bản thân, cơ quan hoặc đồng nghiệp của mình.*

Buổi Gặp mặt đầu xuân 2016 của Hội Toán học Việt Nam đã được tổ chức cùng với cuộc Du xuân vào ngày 6 tháng 3 năm 2016. Chương trình năm nay bao gồm tour tham quan Hoàng thành Thăng Long và di tích khảo cổ học 18 Hoàng Diệu, sau đó các hội viên gặp mặt tại Nhà khách Bộ Tư lệnh Công binh để nghe Chủ tịch Hội báo cáo tóm tắt kết quả hoạt động năm 2015 của Hội Toán học và một số đơn vị tiêu biểu, tiến độ của việc bố trí khu đất cho trụ sở làm việc của Hội ...

Trong buổi gặp mặt đầu xuân Hội cũng tổ chức lễ công bố và trao giải thưởng Lê Văn Thiêm cho 2 giáo viên và 6 học sinh THPT. Nhân dịp này Hội đã chúc mừng các nhà toán học lão thành tròn 75 tuổi (GS. Đỗ Long Vân) và 70 tuổi (GS. Hà Huy Khoái và GS. Phan Quốc Khánh) và các hội viên nữ có mặt nhân dịp ngày 8/3.

Kỳ thi Olympic Toán học Sinh viên Học sinh lần thứ 24 đã được tổ chức từ ngày 11-17/4/2016 tại Đại học Quy Nhơn, Bình Định. Đã có 81 trường đại học, học viện và cao đẳng trong cả nước cử đội tham dự kỳ thi với hơn 338 sinh viên đăng ký dự thi môn Đại số, 331 sinh viên đăng ký dự thi môn Giải tích. Năm nay cũng là năm đầu tiên kỳ thi tổ chức bảng thi của học sinh THPT. Đã có 11 đội tuyển từ 11 trường chuyên với tổng số 50 học sinh tham dự kỳ thi này.

Kết quả, Ban Tổ chức kỳ thi đã trao các giải như sau:

1. Sinh viên

- 12 giải đặc biệt cho các sinh viên đạt giải Nhất cả hai môn Đại số và Giải tích hoặc là thủ khoa của một trong hai môn thi này;

- 63 giải Nhất, 116 giải Nhì, 177 giải Ba và 38 giải Khuyến khích cho cả hai môn;

2. Học sinh THPT

- 4 huy chương Vàng, 8 huy chương Bạc, 12 huy chương Đồng và 4 giải Khuyến khích.

GS. Phạm Thế Long và TS. Nguyễn Thái Hòa trao huy chương cho các học sinh. *Nguồn: Hội Toán học*

Tại buổi lễ bế mạc, Ban Tổ chức cũng trao Giải toàn đoàn cho trường Đại học Sư phạm Hà Nội và trao phần thưởng của Quỹ Lê Văn Thiêm cho 8 em học sinh đạt thành tích tốt và xuất sắc trong kỳ thi.

Kỳ thi Olympic Toán học Sinh viên Học sinh lần tới sẽ được tổ chức tại Đại học Phú Yên.

Thông báo tuyển dụng

Bộ môn Giải tích, Khoa Toán-Tin học, Trường ĐH Khoa học Tự nhiên-ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh tuyển dụng một vị trí giảng viên. Yêu cầu: có học vị tiến sĩ trước tháng 8/2016, có thể bắt đầu làm việc từ tháng 8/2016. Thông tin chi tiết xem tại http://www.math.hcmus.edu.vn/giaitich

Thông tin luận án

Danh sách các nghiên cứu sinh đã bảo vệ thành công luận án tiến sỹ ngành Toán và Lý luận & Phương pháp dạy học môn Toán năm 2015.

Đại học Bách khoa Hà Nội

1. Đặng Thanh Sơn
Tên luận án: *Một số hệ phương trình cặp trong cơ học chất lỏng*
CN: Phương trình vi phân và tích phân
CBHD: TS. Trần Xuân Tiếp; PGS. TS. Cung Thế Anh
Ngày bảo vệ: 10/12/2015

Trường ĐH Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội

1. Trịnh Viết Dược
Tên luận án: *Đa tạp tích phân và dáng điệu tiệm cận nghiệm của một số lớp phương trình tiến hóa*
CN: Phương trình vi phân và tích phân
CBHD: PGS. TS. Nguyễn Thiệu Huy; PGS. TS. Đặng Đình Châu
Ngày bảo vệ: 22/1/2015

2. Nguyễn Thu Thủy
Tên luận án: *Một số phương pháp song song Runge - Kutta hai bước giải bài toán không cương*
CN: Toán học tính toán
CBHD: GS.TSKH. Nguyễn Hữu Công
Ngày bảo vệ: 23/1/2015

3. Tạ Công Sơn
Tên luận án: *Các định lý giới hạn cho Martingale*
CN: Lý thuyết xác suất và thống kê toán học,
CBHD: GS.TSKH. Đặng Hùng Thắng
Ngày bảo vệ: 6/2/2015

4. Nguyễn Trường Thanh
Tên luận án: *Điều khiển các hệ phương trình vi phân có trễ biến thiên*
CN: Phương trình vi phân và tích phân
CBHD: GS. TSKH Vũ Ngọc Phát; PGS. TS Vũ Hoàng Linh
Ngày bảo vệ: 26/3/2015

5. Phạm Thế Anh
Tên luận án: *Điểm bất động và điểm trùng nhau của toán tử hoàn toàn ngẫu nhiên và ứng dụng*
CN: Lý thuyết xác suất và thống kê toán học
CBHD: GS. TSKH. Đặng Hùng Thắng
Ngày bảo vệ: 6/5/2015

6. Phạm Văn Khánh
Tên luận án: *Phân tích thống kê dự báo và mô phỏng một số chuỗi thời gian*
CN: Lí thuyết xác suất và thống kê toán học
CBHD: GS. TS. Nguyễn Khắc Minh; GS. TSKH. Nguyễn Duy Tiến
Ngày bảo vệ: 8/5/2015

7. Nguyễn Gia Như
Tên luận án: *Phát triển thuật toán tiến hóa giải một số bài toán tối ưu trong mạng không dây*
CN: Cơ sở toán cho tin học
CBHD: PGS. TS. Lê Trọng Vinh; PGS. TSKH. Nguyễn Xuân Huy
Ngày bảo vệ: 9/10/2015

8. Hoàng Thị Phương Thảo
Tên luận án: *Một số quá trình ngẫu nhiên có bước nhảy trong tài chính*
CN: Lí thuyết xác suất và thống kê toán học
CBHD: PGS. TS. Trần Hùng Thao
Ngày bảo vệ: 16/10/2015

Trường ĐH Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Tp. HCM

1. Nguyễn Lê Hoàng Anh
Tên luận án: *Một số vấn đề trong giải tích biến phân và tối ưu hóa*
CN: Lý thuyết tối ưu và hệ thống
CBHD: GS. TSKH. Phan Quốc Khánh
Ngày bảo vệ: 30/8/2014.

2. Trần Đình Long
Tên luận án: *Các tính chất đại số của hệ mã công khai RSA và khả năng mở rộng*

CN: Khoa học máy tính
CBHD: PGS. TS. Trần Đan Thư; PGS. TS. Nguyễn Đình Thúc
Ngày bảo vệ: 15/6/2015

3. Trần Hồng Mơ
Tên luận án: *Một số kết quả dạng Farkas cho các hệ không lồi và áp dụng vào lý thuyết tối ưu*
CN: Lý thuyết tối ưu và hệ thống
CBHD: PGS. TSKH. Nguyễn Định
Ngày bảo vệ: 5/9/2015

Đại học Sư phạm Hà Nội
1. Đỗ Thị Thanh
Tên luận án: *Xác định và luyện tập một số dạng hoạt động nhận thức cho học sinh trong dạy học hình học ở trường THPT*
CN: Lí luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán
CBHD: PGS. TS. Vương Dương Minh; GS. TS. Đào Tam
Ngày bảo vệ: 3/6/2015

2. Nguyễn Dương Toàn
Tên luận án: *Phương trình khuếch tán không cổ điển*
CN: Phương trình Vi phân và Tích phân
CBHD: PGS. TS. Cung Thế Anh
Ngày bảo vệ: 23/6/2015

3. Mai Anh Đức
Tên luận án: *Tính hyperbolic của không gian phức và nhóm các CR-tự đẳng cấu vi phân*
CN: Hình học và Tôpô
CBHD: GS. TSKH. Đỗ Đức Thái
Ngày bảo vệ: 23/9/2015

4. Lương Văn Cầu
Tên luận án: *Hiện thực hóa dạy học tích cực trong môn Toán ở trường THCS bằng giải pháp xây dựng và sử dụng thiết kế bài học theo hướng hoạt động hóa người học*
CN: Lí luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán
CBHD:
Ngày bảo vệ: 23/9/2015

5. Vũ Việt Hùng
Tên luận án: *Ngưỡng chính tắc của hàm chỉnh hình và hàm đa điều hòa dưới trong* $\mathbb{C}^n$
CN: Toán giải tích
CBHD: GS. TSKH. Lê Mậu Hải; PGS. TS. Phạm Hoàng Hiệp
Ngày bảo vệ: 24/9/2015

6. Lê Giang
Tên luận án: *Những khía cạnh số học của Lí thuyết phân bố giá trị*
CN: Hình học và Tôpô
CBHD: GS. TSKH. Đỗ Đức Thái; GS. TSKH. Gerd Dethloff
Ngày bảo vệ: 10/10/2015

7. Lê Thiếu Tráng
Tên luận án: *Vận dụng phép biện chứng duy vật nhằm phát triển năng lực toán học cho học sinh khá và giỏi toán trong dạy học nội dung vectơ và tọa độ ở trường THPT*
CN: Lí luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán
CBHD: TS. Trần Luận; PGS. TS. Vũ Dương Thụy
Ngày bảo vệ: 13/10/2015

8. Nguyễn Chí Trung
Tên luận án: *Phát triển tư duy thuật toán cho học sinh thông qua dạy học thuật toán ở trường THPT*
CN: Lí luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán
CBHD: PGS. TS. Lê Khắc Thành; PGS. TS. Hồ Cẩm Hà
Ngày bảo vệ: 26/10/2015

9. Phạm Thị Trang
Tên luận án: *Dáng điệu tiệm cận nghiệm của một số hệ phương trình dạng Navier-Stokes*
CN: Phương trình Vi phân và Tích phân
CBHD: PGS. TS. Cung Thế Anh
Ngày bảo vệ: 6/12/2015

Đại học Vinh
1. Lê Khánh Hưng
Tên luận án: *Về sự tồn tại điểm bất động của một số lớp ánh xạ trong không gian với cấu trúc đều và ứng dụng*
CN: Toán Giải tích
CBHD: PGS. TS. Trần Văn Ân; TS. Kiều Phương Chi
Ngày bảo vệ:

2. Nguyễn Thị Quỳnh Trang
Tên luận án: *Một số quy tắc tính toán trong giải tích biến phân và ứng dụng*
CN: Toán Giải tích
CBHD: PGS. TS. Nguyễn Quang Huy; PGS. TS. Trần Văn Ân
Ngày bảo vệ:

Học viện Khoa học và Công nghệ - Viện HLKHCN Việt Nam

1. Nguyễn Tiến Phương
Tên luận án: *Một số kỹ thuật dự báo vị trí và truy vấn các đối tượng chuyển động trong cơ sở dữ liệu không gian - thời gian*
CN: Cơ sở toán học cho tin học
CBHD: PGS. TS. Đặng Văn Đức
Ngày bảo vệ: 23/12/2015

Học viện Kỹ thuật quân sự
1. Nguyễn Đức Hiền

Tên luận án: *Phương pháp chiếu Armijo giải bài toán cân bằng giả đơn điệu*
CN: Toán ứng dụng
CBHD: GS. TSKH. Lê Dũng Mưu; PGS. TS. Phạm Ngọc Anh
Ngày bảo vệ: 8/1/2015

2. Hà Đại Dương
Tên luận án: *Một số phương pháp trích chọn đặc trưng và phát hiện đám cháy qua dữ liệu ảnh*
CN: Cơ sở toán học cho tin học
CBHD: PGS. TS. Đào Thanh Tĩnh
Ngày bảo vệ: 16/1/2015

3. Nguyễn Long
Tên luận án: *Nghiên cứu đề xuất giải thuật tiến hoá đa mục tiêu dựa trên thông tin định hướng và ứng dụng*
CN: Cơ sở toán học cho tin học
CBHD: PGS. TS. Bùi Thu Lâm; PGS. TS. Nguyễn Văn Hải
Ngày bảo vệ: 22/1/2015

4. Đỗ Thị Bắc
Tên luận án: *Phát triển một số thuật toán mật mã có hiệu quả tích hợp cao trên thiết bị phần cứng*
CN: Cơ sở toán học cho tin học
CBHD: PGS. TS. Nguyễn Hiếu Minh; PGS. TS. Nguyễn Thiện Luận
Ngày bảo vệ: 1/5/2015

5. Trần Minh Tuyến
Tên luận án: *Các phụ thuộc logic trong mô hình dữ liệu dạng khối*
CN: Cơ sở toán học cho tin học
CBHD: PGS. TSKH. Nguyễn Xuân Huy
Ngày bảo vệ: 15/12/2015

Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam
1. Nguyễn Thị Thanh Vân
Tên luận án: *Dạy học hình học cao cấp ở trường đại học cho sinh viên sư phạm Toán theo hướng chuẩn bị năng lực dạy học hình học ở trường phổ thông*
CN: LL& PPDH bộ môn Toán
CBHD: PGS. TS. Phạm Đức Quang; GS. TS. Đào Tam
Ngày bảo vệ: 14/7/2015

2. Đỗ Thị Hồng Minh
Tên luận án: *Dạy học tương tác trong môn Toán ở trường trung học phổ thông qua chủ đề phương trình và bất phương trình*
CN: LL& PPDH bộ môn Toán
CBHD: PGS. TS. Tôn Thân
Ngày bảo vệ: 14/8/2015

Viện Khoa học và Công nghệ Quân sự
1. Phan Thị Loan
Tên luận án: *Một số bài toán tối ưu trong lý thuyết xếp hàng và ứng dụng*
CN: Lý thuyết xác suất và TKTH
CBHD: NCVCC. TS. Nguyễn Hồng Hải; PGS. TS. Hồ Đăng Phúc
Ngày bảo vệ: 11/6/2015

2. Nguyễn Nhật An
Tên luận án: *Nghiên cứu, phát triển các kỹ thuật tự động tóm tắt văn bản tiếng Việt*
CN: Cơ sở toán học cho tin học
CBHD: TSKH. Nguyễn Quang Bắc; PGS. TS. Nguyễn Đức Hiếu
Ngày bảo vệ: 16/11/2015

3. Nguyễn Văn Căn
Tên luận án: *Nghiên cứu phát triển một số thuật toán phát hiện và phân loại phương tiện từ dữ liệu video giao thông*
CN: Cơ sở toán học cho tin học
CBHD: PGS. TS. Nguyễn Đức Hiếu; TS. Phạm Việt Trung
Ngày bảo vệ: 17/11/2015

Viện Toán học
1. Mai Viết Thuận
Tên luận án: *Tính ổn định của một số lớp hệ phương trình vi phân hàm và ứng dụng trong lý thuyết điều khiển*
CN: Toán giải tích.
CBHD: GS. TSKH. Vũ Ngọc Phát
Ngày bảo vệ: 23/1/2015

2. Hoàng Ngọc Tuấn
Tên luận án: *Thuật toán DCA và các bài toán quy hoạch toàn phương không lồi*
CN: Toán ứng dụng
CBHD: GS. TSKH. Nguyễn Đông Yên
Ngày bảo vệ: 25/6/2015

3. Phạm Duy Khánh
Tên luận án: *Các phương pháp giải bất đẳng thức biến phân giả đơn điệu*
CN: Toán ứng dụng
CBHD: GS. TSKH. Nguyễn Đông Yên; TS. Trịnh Công Diệu
Ngày bảo vệ: 30/6/2015

4. Đỗ Trọng Hoàng
Tên luận án: *Mối liên hệ giữa iđêan đơn thức và đồ thị*
CN: Đại số và lý thuyết số
CBHD: GS. TSKH. Lê Tuấn Hoa
Ngày bảo vệ: 27/11/2015

Tin toán học thế giới

Giải thưởng Abel năm 2016 đã được Chủ tịch Viện Hàn lâm Khoa học Na Uy Ole M. Sejersted công bố trao cho nhà toán học người Anh Andrew J. Wiles, Giáo sư Đại học Oxford, Anh (ảnh bìa 1). Dẫn lời Chủ tịch Ban giải thưởng John Rognes, Andrew J. Wiles nhận giải thưởng do chứng minh tuyệt đẹp của ông cho Định lý cuối cùng của Fermet bằng cách chứng minh giả thuyết modular (giả thuyết Taniyama-Shimura-Weil) cho các đường cong elliptic nửa ổn định, mở ra một kỷ nguyên mới cho lý thuyết số.

Chương trình học bổng Sau đại học IMU Breakout đã được Liên đoàn Toán học Quốc tế (IMU) công bố gần đây.

Nhờ sự đóng góp hào phóng của những nhà toán học được trao giải thưởng Đột phá trong Toán học (Breakthrough Prize)- Ian Agol, Simon Donaldson, Maxim Kontsevich, Jacob Lurie, Terence Tao và Richard Taylor - IMU với sự hỗ trợ của Tổ chức FIMU (Bạn bè của IMU) và Viện hàn lâm Khoa học Thế giới TWAS đã thành lập một chương trình học bổng để hỗ trợ học sau đại học ở các nước đang phát triển, hướng đến hoàn thành trình độ tiến sỹ về Toán. Chương trình học bổng sẽ cung cấp một số lượng hạn chế các khoản tài trợ cho những sinh viên xuất sắc ở các nước đang phát triển. Chương trình sẽ do Ủy ban dành cho các nước đang phát triển CDC của Liên đoàn Toán học Quốc tế quản lý.

Chương trình học bổng mời các nhà toán học chuyên nghiệp đề cử các sinh viên tài năng và có hoài bão từ các nước đang phát triển với kế hoạch hoàn thành luận án tiến sỹ ở một nước đang phát triển, bao gồm cả đất nước của mình. Các ứng cử viên phải có thành tích học tập tốt liên tục từ trường trung học và nghiêm túc trong việc theo đuổi một sự nghiệp nghiên cứu và giảng dạy toán học.

Thời hạn đề cử trực tuyến là 09:00 (giờ châu Âu) ngày 22/6/2016.

MathJax là một thư viện JavaScript giúp hiển thị các ký hiệu toán học trên các trình duyệt web, sử dụng đánh dấu MathML, LaTeX và ASCIIMathML. MathJax là phần mềm mã nguồn mở được phát hành theo giấy phép Apache.

Dự án MathJax bắt đầu vào năm 2009, tiếp nối thư viện định dạng toán Javascript, jsMath, và được quản lý bởi Hội Toán học Mỹ. Dự án được thành lập bởi Hội Toán học Mỹ (AMS), Khoa học Thiết kế (Design Science) và Hội Toán học công nghiệp và ứng dụng (SIAM) cũng như được hỗ trợ bởi rất nhiều nhà tài trợ như như Viện Vật lý Mỹ và dự án Stack Exchange.

Hiện nay MathJax được sử dụng phổ biến trên Internet bởi các trang web bao gồm arXiv, ScienceDirect, MathSciNet, n-category cafe, MathOverflow, Wikipedia, Scholarpedia, dự án tạp chí Euclid, IEEEXplore, ... Trang web của Hội Toán học Việt Nam hiện nay cũng đang sử dụng phần mềm này.

Phiên bản mới của MathJax là v2.6 vừa hoàn thành và có thể tải về miễn phí.

Kỷ lục về số nguyên tố lớn nhất được con người biết cho đến nay vừa được dự án “The Great Internet Mersenne Prime

Search" công bố, đó là số nguyên tố Mersenne thứ 49 với hơn 22.000.000 chữ số $p = 2^{74.207.281} - 1$. Dự án tìm kiếm số nguyên tố Mersenne thông qua Internet (The Great Internet Mersenne Prime Search - GIMPS) được thực hiện bởi các tình nguyện viên. Số nguyên tố vừa được tìm ra trên một máy tính của Curtis Cooper tại Đại học Central Missouri, Mỹ. Đây cũng là tác giả của số nguyên tố lớn nhất phát hiện trong năm 2013.

Hiệp hội Máy tính (ACM) đã công bố tên hai nhà khoa học được nhận giải thưởng Turing năm nay là Whitfield Diffie, cựu giám đốc an ninh của Sun Microsystems, Mỹ, và Martin E. Hellman, giáo sư danh dự về kỹ thuật điện tại Đại học Stanford, Mỹ. Hai ông được nhận giải thưởng do "những đóng góp đặc biệt đối với mật mã hiện đại". Bài báo năm 1976 của Diffie và Hellman nhan đề "Những hướng mới trong mã hóa" trên tạp chí *IEEE Transactions on Information Theory* đã giới thiệu mật mã khóa công khai và chữ ký điện tử, nền tảng cho hầu hết các giao thức bảo mật trên Internet ngày nay.

Giải thưởng Turing của Hiệp hội Máy tính ACM được đặt tên theo nhà toán học người Anh nổi tiếng Alan M. Turing. Giải thưởng gồm 1 triệu đô la Mỹ được trao cho những đóng góp chính có tầm quan trọng dài lâu đối với tính toán.

Eric Bedford (Stony Brook University, New York, Mỹ) và Jean-Pierre Demailly (Institut Fourier, Université de Grenoble, Pháp) đã được trao tặng giải thưởng Stefan Bergman 2015. Đây là giải thưởng dành cho lĩnh vực giải tích, đặc biệt là giải tích phức nhiều biến.

"Eric Bedford và Jean-Pierre Demailly là những người tiên phong trong lĩnh vực giải tích phức và hình học phức, những lĩnh vực trung tâm của toán học", GS. Dương Hồng Phong (Đại học Columbia), chủ tịch Ban xét giải, cho biết. "Công trình của họ đã và tiếp tục có ảnh hưởng rất lớn, đặc biệt là trong các lĩnh vực hình học vi phân phức và lý thuyết phương trình Monge-Ampère phức".

Thông tin hội nghị

Đại hội Toán học Châu Âu lần thứ 7 (7ECM)
Đại hội của Hội Toán học Châu Âu, tổ chức bốn năm một lần, gồm tất cả các lĩnh vực của toán học.
Tg & Đđ: 18-22/7/2016 tại Đại học Kỹ thuật Berlin (TU Berlin), CHLB Đức.
Trang web: http://www.7ecm.de

Trường hè ICTP-CIMPA "Lattices and Applications in Cryptography and Coding Theory"
Giới thiệu về lý thuyết dàn và ứng dụng trong lý thuyết số, lý thuyết mật mã và mã hóa thông tin. Bài giảng sẽ do các nhà toán học nổi tiếng đến từ Pháp, Hà Lan, Ý trình bày. Có tài trợ chi phí đi lại và ăn ở cho học viên đến từ địa phương ngoài Tp. Hồ Chí Minh.
Tg & Đđ: 1-12/08/2016, Đại học Sài Gòn, Tp. Hồ Chí Minh.
Hạn đăng ký: 20/5/2016.
Trang web: http://ricerca.mat.uniroma3.it/users/valerio/hochiminh16.html

Dành cho các bạn trẻ

LTS: "*Dành cho các bạn trẻ*" *là mục dành cho Sinh viên, Học sinh và tất cả các bạn trẻ yêu Toán. Tòa soạn mong nhận được các bài viết hoặc bài dịch có giá trị cho chuyên mục.*

Hàm sinh và một số ứng dụng 2

Nguyễn Chu Gia Vượng (Viện Toán học)

2. Một số phép toán khác trên các chuỗi luỹ thừa hình thức

Trong mục này, ta sẽ đưa vào một số phép toán khác trên các chuỗi luỹ thừa hình thức. Lưu ý rằng một số phép toán chỉ được định nghĩa cho một lớp các chuỗi luỹ thừa hình thức.

Căn và luỹ thừa hữu tỷ.

Với A là một chuỗi luỹ thừa hình thức, chúng ta có thể định nghĩa một luỹ thừa nguyên dương của A như là tích $A \cdot A \cdots A$ (n lần) và khi hệ số tự là $\neq 0$ ta có thể định nghĩa A^{-1} và từ đó A^m với mọi $m \in \mathbb{Z}$. Ta sẽ định nghĩa một luỹ thừa hữu tỷ của A **trong trường hợp hệ số tự do của A bằng** 1.

Bổ đề 2.1. *Nếu $A = A(x) \in \mathbb{C}[[x]]$ có hệ số tự do bằng 1 thì với mọi số nguyên dương n, A^n cũng có hệ số tự do bằng 1. Một cách cụ thể hơn, nếu $A = 1 + a_1x + \cdots$ thì $A^n = 1 + b_1x + b_2x^2 + \cdots$ trong đó $b_k = na_k +$ (đa thức của $a_1, \ldots, a_2, \ldots, a_{k-1}$).*

Chứng minh. Bằng qui nạp theo n.

□

Định lý 2.2. *Cho$A = A(x) \in \mathbb{C}[[x]]$ có hệ số tự do bằng 1 và n là một số nguyên dương. Tồn tại tồn tại duy nhất một phần tử $B = B(x) \in \mathbb{C}[[x]]$ với hệ số tự do bằng 1 sao cho $B^n = A$.*

Chứng minh. Viết $A = A(x) = 1 + a_1x + a_2x + \cdots + a_kx^k + \cdots$ và $B = 1 + b_1x + \cdots + b_kx^k + \cdots$. Thế thì theo Bổ đề 2.1, ta có

$$\begin{aligned} B^n =& 1 + nb_1x + (nb_2 + f_1(b_1))x^2 + \cdots \\ &+ (nb_k + f_k(b_1, \ldots b_{k-1}))x^n + \cdots \end{aligned}$$

trong đó $f_k(b_1, \ldots, b_{k-1})$ là một đa thức của $b_1, \ldots, b_{k-1}$ với mọi k.

Từ đây, đẳng thức $B^n = A$ tương đương với một hệ phương trình vô hạn

$$\begin{cases} nb_1 & = a_1 \\ nb_2 + f_1(a_1) & = a_2 \\ \vdots & = \vdots \\ nb_k + f_k(b_1, \ldots, b_{k-1}) & = a_k \\ \vdots & = \vdots \end{cases}$$

Dễ thấy, hệ này xác định một nghiệm duy nhất $b_1, b_2, \ldots$: trước hết b_1 xác định duy nhất bởi phương trình đầu tiên, rồi b_2 xác định bởi b_1 và phương trình thứ 2, và một cách truy hồi, với mọi $k \geq 1$, b_k xác định bởi phương trình thứ k và các giá trị $b_1, \ldots, b_{k-1}$. □

Hệ quả 2.3. *Giả sử $A \in \mathbb{C}[[x]]$ có cho hệ số tự do bằng 1 và m, n là các số nguyên trong đó $n > 0$. Thế thì tồn tại duy nhất $B \in \mathbb{C}[[x]]$ với hệ số tự do bằng 1 sao cho $A^m = B^n$.*

Chứng minh. Được suy ra từ Bổ đề 2.1 và Định lý 2.2. □

Định lý 2.2 cho phép chúng ta định nghĩa **căn bậc n**, hay một cách tổng quát, luỹ thừa một số hữu tỷ như sau.

Định nghĩa 2.4. *Cho $A(x) \in \mathbb{C}[[x]]$ có hệ số tự do bằng 1 và m, n là các số nguyên với n dương. Ta định nghĩa luỹ thừa $A(x)^{\frac{1}{n}}$, hay $\sqrt[n]{A(x)}$, chuỗi luỹ thừa $B(x)$ với hệ số bằng 1 sao cho $B(x)^n = A(x)$. Một cách tổng quát hơn, ta định nghĩa $A(x)^{\frac{m}{n}}$, hay $\sqrt[n]{A(x)^m}$ như là chuỗi luỹ thừa $B(x)$ với hệ số tự do bằng 1 duy nhất thoả mãn $B(x)^n = A(x)^m$.*

Nhận xét rằng nếu $\alpha \in \mathbb{Q}$ và $A(x) \in \mathbb{C}[[x]]$ có hệ số tự do bằng 1 thì $A(x)^\alpha$ được định nghĩa tốt: với mọi cách viết $\alpha = \frac{m}{n} = \frac{m'}{n'}, m, m' \in \mathbb{Z}, n, n' \in \mathbb{Z}_{>0}$ thì ta có $A(x)^{\frac{m}{n}} = A^{\frac{m'}{n'}}$. Thật vậy, nếu $B_1(x) = A(x)^{\frac{m}{n}}$ như theo định nghĩa trên đây thì $B_1(x)^n = A(x)^m$ nên $B_1(x)^{nn'} = A(x)^{mn'}$. Điều đó có nghĩa là $B_1(x)$ cũng chính là chuỗi luỹ thừa duy nhất (với hệ số tự do bằng 1) thoả mãn $B_1(x)^{nn'} = A(x)^{mn'}$. Tương tự nếu $B_2(x) = A(x)^{\frac{m}{n}}$ như theo định nghĩa trên đây thì $B_2(x)^{n'} = A(x)^{m'}$ nên $B_2(x)^{nn'} = A(x)^{m'n}$ và do đó $B_2(x)$ cũng chính là chuỗi luỹ thừa (với hệ số tự do bằng 1) duy nhất thoả mãn $B_2(x)^{nn'} = A(x)^{m'n}$. Nhưng $m'n = n'm$ nên ta suy ra $B_1(x) = B_2(x)$. Các lập luận trên chứng tỏ rằng với mọi $\alpha \in \mathbb{Q}$ ta có thể định nghĩa $A(x)^\alpha$ như là phần tử $B(x) \in \mathbb{C}[[x]]$ duy nhất với hệ số tự do bằng 1 thoả mãn: nếu $\alpha = \frac{m}{n}, (m, n \in \mathbb{Z}, n > 0)$ thì $B(x)^n = A(x)^m$.

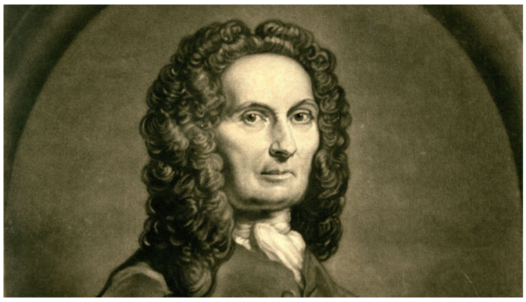
Đạo hàm hình thức.

Cũng giống như với các đa thức, khái niệm đạo hàm hình thức của một chuỗi luỹ thừa hình thức được định nghĩa một cách tự nhiên như sau.

Định nghĩa 2.5. Đạo hàm hình thức *của $A(x) = a_0 + a_1x + \cdots \in \mathbb{C}[[x]]$ là chuỗi luỹ thừa hình thức $A'(x)$ cho bởi công thức*

(1)
$$A'(x) = a_1 + 2a_2x + \cdots = \sum_{k \geq 1} ka_kx^{k-1}.$$

Theo thông lệ, ta sẽ kí hiệu $A''(x)$ cho đạo hàm của $A'(x)$ và một cách tổng quát, $A^{(n)}(x)$ cho đạo hàm thứ n của $A(x)$, được định nghĩa bằng qui nạp như đạo hàm của đạo hàm thứ $n-1$ của A.



Nhà toán học người Pháp Abraham de Moivre (1667-1754) là người đầu tiên xét các hàm sinh và sử dụng vào bài toán hồi quy tuyến tính.

Nguồn: Internet

Phép lấy đạo hàm hình thức tương thích với các phép toán ta đã định nghĩa cho tới giờ.

Mệnh đề 2.6. *Giả sử $A, B \in \mathbb{C}[[x]], \lambda \in \mathbb{C}$. Thế thì*

(2) $A' = 0 \Leftrightarrow A = \text{const}$

(3) $(\lambda A)' = \lambda A'$

(4) $(A+B)' = A' + B'$

(5) $(AB)' = A'B + AB'$

(6) $(A^n)' = nA^{n-1}A', \ \forall n \geq 0.$

Hơn nữa, nếu A là nghịch đảo được thì

(7) $\left(A^{-1}\right)' = -\frac{A'}{A^2}$

(8) $\left(A^{-n}\right)' = -n\frac{A'}{A^{n+1}}, \forall n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}.$

Hai đẳng thức (3) (4) nói rằng đạo hàm hình thức là một phép toán **tuyến tính**. Công thức (5) cho thấy đạo hàm hình thức cũng thoả mãn **qui tắc Leibniz** quen thuộc.

Chứng minh. Các đẳng thức (2), (3), (4) là hiển nhiên. Đẳng thức (5) cũng dễ dàng được suy ra từ việc so sánh các hệ số của mỗi luỹ thừa của x trong hai vế. Công thức (6) được suy ra bằng qui nạp theo n và bằng cách sử dụng (5).

Để thiết lập (7), ta chỉ cần đạo hàm hai vế đẳng thức $A \cdot A^{-1} = 1$ và sử dụng công thức Leibniz cho vế trái. Cuối cùng, do $A^{-n} = (A^{-1})^n$ ta suy ra

$$\begin{aligned}\left(A^{-n}\right)' &= \left((A^{-1})^n\right)' \\ &= n(A^{-1})^{n-1}(A^{-1}) \\ &= -nA^{-n-1}A'.\end{aligned}$$

□

Công thức Leibniz có thể được phát biểu cho một tích hữu hạn như sau mà việc chứng minh đơn giản là sử dụng qui nạp

$$\begin{aligned}(A_1A_2\cdots A_n)' =& A_1'A_2\cdots A_n \\ &+ A_1A_2'A_3\cdots A_n \\ &+ \cdots + A_1\cdots A_{n-1}A_n'.\end{aligned}$$

Hệ quả đơn giản nhưng hữu ích sau đây cho thấy ta không mất nhiều thông tin về một chuỗi luỹ thừa khi làm việc với đạo hàm của nó.

Hệ quả 2.7. *Hai chuỗi luỹ thừa hình thức có cùng đạo hàm khi và chỉ khi sai khác một hằng số.*

Công thức (6) có thể được mở rộng cho trường hợp các luỹ thừa hữu tỷ như sau.

Mệnh đề 2.8. *Giả sử $A \in \mathbb{C}[[x]]$ có hệ số tự do bằng 1 và α là một số hữu tỷ. Thế thì*

(9) $$(A^\alpha)' = \alpha A^{\alpha-1}A'$$

Chú ý rằng A^α đã được định nghĩa trong Định nghĩa 2.4.

Chứng minh. Đặt $\alpha = \frac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên và $n > 0$. Thế thì ta có

$$((A^\alpha)^n)' = n(A^\alpha)^{n-1}(A^\alpha)'.$$

Mặt khác, do $(A^\alpha)^n = A^m$ nên ta có

$$((A^\alpha)^n)' = (A^m)' = mA^{m-1}A'.$$

Từ đó ta có điều phải chứng minh.

□

Ví dụ 2.9. *Chúng ta có thể sử dụng đạo hàm hình thức để tính toán $\sqrt{1+x}$. Thật vậy, ta viết $\sqrt{1+x} = 1 + a_1x + a_2x^2 + \cdots$. Rõ ràng rằng a_1 chính là giá trị của đạo hàm của $\sqrt{1+x}$ tại 0. Ở đây, ta hiểu giá trị của một chuỗi luỹ thừa tại 0 chính là hệ số tự do của nó. Ta có*

$$(\sqrt{1+x})' = \left((1+x)^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2}(1+x)^{-\frac{1}{2}}.$$

Chú ý rằng giá trị tại 0 của $(1+x)^{-\frac{1}{2}}$ chính bằng 1 theo định nghĩa! Từ đó suy ra $a_1 = \frac{1}{2}$.

Tổng quát hơn, nếu $\sqrt{1+x} = 1 + a_1x + a_2x^2 + \cdots$ thì giá trị tại 0 của $(\sqrt{1+x})^{(n)}$ chính là $n!a_n$. Bằng qui nạp, ta dễ dàng chỉ ra rằng

$$(\sqrt{1+x})^{(n)}$$
$$= \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-n+1\right)(1+x)^{\frac{1}{2}-n}$$
$$= (-1)^{n-1}\frac{(2n-3)!!}{2^n}(1+x)^{\frac{1}{2}-n}.$$

Do $(1+x)^{\frac{1}{2}-n}$ *có hệ số tự do bằng 1, ta suy ra* $n!a_n = (-1)^{n-1}\frac{(2n-3)!!}{2^n}$ *và do đó* $a_n = (-1)^{n-1}\frac{(2n-3)!!}{2^n n!}$. *Như vậy, ta có thể kết luận rằng*

(10)
$$\sqrt{1+x} = \sum_{n\geq 0}(-1)^{n-1}\frac{(2n-3)!!}{2^n n!}x^n.$$

Một cách tổng quát ta có công thức nhị thức sau đây. Để thuận tiên, ta đặt, với α là một hữu tỷ (thậm chí là một số phức) và n là một số nguyên không âm,
$$\binom{\alpha}{n} = \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}.$$

Định lý 2.10 (Công thức nhị thức). *Nếu* α *là một số hữu tỷ thì*
(11)
$$(1+x)^\alpha = 1+\alpha x+\binom{\alpha}{2}x^2+\cdots+\binom{\alpha}{n}x^n+\cdots$$

Chứng minh. Tương tự như ví dụ trên.

□

Ví dụ kinh điển sau đây minh họa cho việc sử dụng khái niệm luỹ thừa vô tỷ và công thức nhị thức.

Ví dụ 2.11. *Gọi* C_n *là số các các cách chia một hình* $n+2$*-giác lồi cho trước bởi* $n-2$ *đường chéo của nó, đôi một không cắt nhau bên trong đa giác, thành các tam giác. Một cách phân chia như vậy được gọi là một tam giác phân. Ta qui ước* $C_0 = 1$. *Ta có, với mọi* $n \geq 0$,

(12)
$$C_n = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}.$$

Trước hết, ta hãy xác đinh một quan hệ truy hồi cho các số Catalan C_n. *Gọi đa giác đã cho là* $A_1A_2\cdots A_{n+2}$. *Trong mỗi tam giác phân, cạnh* A_1A_{n+2} *phải thuộc đúng một tam giác, chẳng hạn* $A_1A_iA_{n+1}, i = 2,\ldots,n+1$. *Tương ứng với mỗi* $i = 2,\ldots,n+1$. *Việc tam giác phân của* $A_1\ldots A_{n+2}$ *nhận* $A_1A_iA_{n+2}$ *làm một tam giác tương ứng với việc tam giác phân các đa giác* $A_1A_2\ldots,A_i$ *và* $A_1A_i\cdots A_{n+2}$. *Số các tam giác phân của* $A_1\cdots A_i$ *bằng* C_{i-2} *và của* $A_1A_i\cdots A_{n+2}$ *là* C_{n+1-i}. *Từ đó suy ra*

(13)
$$C_n = C_0C_{n-1}+\cdots+C_{n-1}C_0.$$

Thật đáng ngạc nhiên bằng qui nạp, rất khó để suy ra (12) *từ* (13). *Thay vào đó, ta sử dụng hàm sinh. Đặt*
$$f(x) = C_0 + C_1x + \cdots + C_nx^n + \cdots.$$
Thế thì quan hệ (13) *dẫn đến* $f(x) = xf(x)^2+1$, *hay*
$$(1-2xf(x))^2 = 1-4x.$$
Như vậy, $1-2xf(x) = \pm\sqrt{1-4x}$. *Thế nhưng, bằng cách để ý đến hệ số tự do của cả hai vế, ta thấy rằng đẳng thức trên phải xảy ra với dấu* $+$. *Cuối cùng, bằng cách sử dụng công thức nhị thức cho* $\sqrt{1-4x}$ *rồi thay vào biểu thức trên ta thu được đẳng thức* (12).

Tổng vô hạn.

Trong một số trường hợp, ta sẽ cần tính toán các tổng vô hạn và tích vô hạn. Tất nhiên, các khái niệm này không định nghĩa được trong trường hợp tổng quát. Chẳng hạn, ta các biểu thức $A(x)+A(x)+$

$\cdots$ và $A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)\cdots$ không có nghĩa với $A(x) = x$.

Định nghĩa 2.12. *Ta nói một dãy $A_n(x) = \sum_{k\geq 0} a_{n,k}x^k \in \mathbb{C}[[x]]$, $n = 1, 2, \ldots$, là* **lấy tổng được** *nếu với mọi $k \geq 0$, tồn tại số nguyên N (phụ thuộc vào k), sao cho $a_{i,k} = 0$ với mọi $i > N$. Trong trường hợp đó, ta định nghĩa tổng*

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n(x) = S(x) = s_0 + s_1 x + \cdots + s_k x^k + \cdots \tag{14}$$

bằng công thức

$$s_k = \sum_{i=1}^{\infty} a_{i,k} = a_{1,k} + a_{2,k} + \cdots + a_{N,k}.$$

Khi một dãy các chuỗi luỹ thừa hình thức lấy tổng được, mọi hoán vị của dãy cũng lấy tổng được và cho cùng một tổng.

Mệnh đề 2.13. *Giả sử $A_1, A_2, \ldots, A_n \ldots \in \mathbb{C}[[x]]$ lấy tổng được. Thế thì mọi hoán vị $B_1, B_2, \ldots, B_n, \ldots$ của dãy đã cho cũng lấy tổng được và ta có*

$$A_1 + A_2 + \cdots = B_1 + B_2 + \cdots$$

Chứng minh. Lấy một số nguyên $k \geq 0$ bất kì. Do dãy $A_1, A_2, \ldots$ lấy tổng được, tồn tại số nguyên dương N sao cho hệ số của x^k trong A_n bằng 0 với mọi $n > N$. Nói riêng, hệ số của x^k trong tổng $A_1 + A_2 + \cdots +$ bằng hệ số của x^k trong tổng hữu hạn $A_1 + A_2 + \cdots + A_N$.

Bởi vì $B_1, B_2, \ldots,$ là một hoán vị của $A_1, A_2, \ldots,$ ta có $B_{i_1} = A_1, \ldots, B_{i_N} = A_N$ với các số nguyên dương $i_1, \ldots, i_N$ đôi một phân biệt nào đó. Đặt $M = \max\{i_1, \ldots, i_N\}$. Nói riêng $M \geq N$. Theo định nghĩa, với mọi $j > M$, ta có $B_j = A_{j'}$ với $j' > N$ nào đó và do đó hệ số của x^k trong B_j bằng 0. Điều này chứng tỏ dãy $B_1, B_2, \ldots,$ là lấy tổng được. Hơn nữa, hệ số của x^k trong tổng $B_1 + B_2 + \cdots$ bằng hệ số của x^k trong tổng hữu hạn $B_1 + \cdots + B_M$. Rõ ràng rằng trong tổng này, chỉ có các số hạng $B_{i_1}, B_{i_2}, \ldots, B_{i_N}$ đóng góp vào hệ số của x^k và điều này cho ta kết luận vì $B_{i_1} + B_{i_2} + \cdots + B_{i_N} = A_1 + \cdots + A_N$. □

Tích vô hạn.

Chúng ta sẽ định nghĩa tích của một dãy vô hạn các chuỗi luỹ thừa hình thức trong một trường hợp đặc biệt.

Định nghĩa 2.14. *Giả sử $A_1, A_2, \ldots \in \mathbb{C}[[x]]$ là một dãy các chuỗi luỹ thừa hình thức thoả mãn các tính chất sau đây:*

(a) Các hệ số tự do của A_i đều bằng 0;
(b) $A_1, \ldots, A_n, \ldots$ lấy tổng được.

Khi đó, ta nói rằng dãy $1 + A_1, \ldots, 1 + A_n, \ldots$ là **lấy tích được** *và ta định nghĩa tích của chúng bằng công thức*

$$(1 + A_1)(1 + A_2)\cdots(1 + A_n)\cdots = T(x) = 1 + t_1 x + t_2 x^2 + \cdots \tag{15}$$

trong đó hệ số t_k bằng hệ số của của x^k trong tích hữu hạn $(1+A_1)(1+A_2)\cdots(1+A_N)$ với mọi N đủ lớn.

Việc kiểm tra định nghĩa trên đây là tốt được để lại cho bạn đọc.

Mệnh đề 2.15. *Giả sử $1 + A_1, \ldots, 1 + A_n, \ldots$ là một dãy lấy tích được. Thế thì với mọi hoán vị $B_1, \ldots, B_n, \ldots$ của dãy $A_1, A_2, \ldots$, dãy $1 + B_1, 1 + B_2, \ldots$ cũng lấy tích được và ta có*

$$(1 + A_1)(1 + A_2)\cdots(1 + A_n)\cdots = (1 + B_1)(1 + B_2)\cdots.$$

Chứng minh. Hoàn toàn tương tự như với Mệnh đề 2.13. □

Ta hãy minh họa việc sử dụng tích vô hạn qua chứng minh của kết quả kinh điển sau đây. Trước hết, ta nhắc lại rằng một phân hoạch của một số nguyên dương n là một dãy các số nguyên dương $n_1 \geq n_2 \geq \cdots \geq n_k \geq 1$ sao cho $n = n_1 + \cdots + n_k$. Hai phân hoạch $n = n_1 + \cdots + n_k$ ($n_1 \geq n_2 \geq \cdots \geq n_k$) và $n = n'_1 + \cdots + n'_h$ ($n'_1 \geq \cdots n'_h \geq 1$) được coi là trùng nhau nếu $k = h$ và $n_i = n'_i$ với mọi i. Theo qui ước, $0 = 0$ là phân hoạch duy nhất của 0.

Ví dụ 2.16. *Số các phân hoạch của n sao cho tất cả các phần là lẻ bằng với số phân hoạch của n sao cho các phần là đôi một khác nhau.*

Ta lập luận như sau. Kí hiệu a_n, b_n tương ứng là số các phân hoạch của n thành sao cho tất cả các phần đều lẻ và số các phân hoạch của n sao cho các phần đôi một phân biệt. Đặt $a_0 = b_0 = 1$ và xét $A = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots$, $B = b_0 + b_1x + b_2x + \cdots$. Dễ thấy

$$\begin{aligned} B =& b_0 + b_1x + b_2x + \cdots \\ =&(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\cdots; \\ A =& a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots \\ =&(1+x+x^2+\cdots)(1+x^3+x^6+\cdots) \\ &(1+x^5+x^{10}+\cdots)\cdots. \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned} &(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\cdots \\ &= \frac{1-x^2}{1-x}\frac{1-x^4}{1-x^2}\frac{1-x^6}{1-x^3}\cdots \\ &= \frac{1}{1-x}\frac{1}{1-x^3}\frac{1}{1-x^5}\cdots \\ &=(1+x+x^2+\cdots) \\ &\quad(1+x^3+x^6+\cdots) \\ &\quad(1+x^5+x^{10}+\cdots)\cdots \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $A = B$ và khẳng định được chứng minh.

Chú ý 2.17. *Trong tính toán ở trên, đẳng thức $\frac{1-x^2}{1-x}\frac{1-x^4}{1-x^2}\frac{1-x^6}{1-x^3}\cdots = \frac{1}{1-x}\frac{1}{1-x^3}\frac{1}{1-x^5}\cdots$ được suy ra từ việc tích vô hạn không thay đổi khi ta hoán vị các nhân tử.*

Tính toán các tổng tổ hợp dựa vào hàm sinh.

Ý tưởng của phương pháp này là thay vì tính toán một tổng hãy tính toán một họ các tổng. Một cách cụ thể hơn, để tính một tổng đã cho, ta xây dựng một hàm sinh cho họ các tổng tương tự, tính hàm sinh thu được rồi lấy ra giá trị của tổng ban đầu bằng cách xác định các hệ số của hàm sinh. Ta sẽ minh hoạ phương pháp này qua một ví dụ đơn giản

Ví dụ 2.18. *Ta hãy tính tổng sau đây theo n*

$$f(n) = \sum_{k\geq 0}\binom{k}{n-k}.$$

Để thực hiện điều này, ta đưa vào một biến x và xét hàm sinh $F(x) = \sum_{n\geq 0} f(n)x^n$. Ta sẽ tìm cách tính $F(x)$ thay vì $f(n)$. Ta có

$$\begin{aligned} F(x) &= \sum_{n\geq 0}\left(\sum_{k\geq 0}\right)x^n \\ &= \sum_{k\geq 0}\sum_{n}\binom{k}{n-k}x^n \\ &= \sum_{k\geq 0}x^k\sum_{n}\binom{k}{n-k}x^{n-k} \\ &= \sum_{k\geq 0}x^k\sum_{m}\binom{k}{m}x^m \\ &= \sum_{k\geq 0}x^k(1+x)^k = \frac{1}{1-x-x^2} \\ &= F_0 + F_1x + \cdots + F_nx^n + \cdots \end{aligned}$$

trong đó F_n là dãy Fibonacci: $F_0 = F_1 = 1, F_{n+2} = F_n + F_{n+1}, \forall n$.

3. MỘT SỐ BÀI TẬP

Bài 1. *Xác định số các dãy số gồm 6 chữ số (không nhất thiết phân biệt) sao cho tổng của các chữ số của dãy bằng 10 ?*

Bài 2. *(Putnam 1957.) Gọi a_n là số các các biểu diễn của n thành tổng của các số 1 và 2 xét cả thứ tự của chúng. Như vậy, $a_4 = 5$ bởi vì $4 = 2+2 = 2+1+1 = 1+1+2 = 1+2+1 = 1+1+1+1$. Tương tự, gọi b_n là số các cách viết n thành tổng của các số nguyên ≥ 2 xét cả tới thứ tự. Chứng minh rằng $a_n = b_{n+2}$.*

Bài 3. *(Putnam 2001.) Có n đồng xu giả $X_1, \ldots, X_n$ sao cho đồng xu thứ k có xác xuất để tung được mặt sấp là $\frac{1}{2k+1}$ và ngửa là $\frac{2k}{2k+1}$. Hỏi nếu tung n đồng xu đó, xác suất để có một số lẻ các đồng xu là sấp?*

Nguồn: Internet

Bài 4. *Ta quan tâm đến các cách xếp các đồng xu giống hệt nhau thành một khối gồm các đồng xu chồng lên nhau với các tính chất sau đây.*

(a) *mỗi hàng gồm các đồng xu được xếp kề liên tiếp với nhau;*
(b) *mỗi đồng xu ở mỗi hàng bất kì, trừ hàng dưới cùng, chạm đúng 2 đồng xu ở hàng ngay bên dưới nó;*
(c) *hàng dưới cùng có đúng $n \geq 1$ đồng xu.*

Hỏi có bao nhiêu cách xếp các chồng xu như vậy ?

Bài 5. *Chứng minh rằng với mọi số nguyên không âm m, n,*

$$\sum_k \binom{m}{k}\binom{m+n}{k} = \sum_k \binom{m}{k}\binom{n}{k}2^k.$$

Bài 6. *(IMO Shortlist 1998.) Gọi $a_0, a_1, \ldots, a_n, \ldots$ là một dãy số tăng các số nguyên không âm sao cho mọi số nguyên không âm đều biểu diễn được một cách duy nhất thành tổng $a_i + 2a_j + 4a_k$ với i, j, k không nhất thiết phân biệt. Xác định a_{1998}.*

Bài 7. *(VMO 2015.) Cho số nguyên dương K. Tìm số các số tự nhiên n không vượt quá 10^K thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:*

(a) *n chia hết cho 3;*
(b) *các chữ số trong biểu diễn thập phân của n thuộc tập hợp $\{2, 0, 1, 5\}$.*

Bài 8. *(Leningrad 1991.) Một dãy các số nguyên $a_1, a_2, \ldots, a_n$ được gọi là p-cân bằng nếu các tổng $a_k + a_{k+p} + a_{k+2p} + \cdots$ là bằng nhau với mọi $k = 1, 2, \ldots, p$. Chẳng hạn dãy $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, a_4 = 4, a_5 = 3, a_6 = 2$ là 3 cân bằng. Giả sử dãy $a_1, a_2, \ldots, a_{50}$ là p-cân bằng với $p = 3, 5, 7, 11, 13, 17$ thì $a_1 = \cdots = a_{50} = 0$.*

Bài 9. *(Putnam 1997.) Với một số nguyên dương n và một số thực c. Định nghĩa dãy $a_k, k \geq 0$ như sau: $a_0 = 0, a_1 = 1$ và với mọi $k \geq 0$,*

$$a_{k+2} = \frac{ca_{k+1} - (n-k)a_k}{k+1}.$$

Cố định n và gọi c là giá trị lớn nhất sao cho $a_{n+1} = 0$. Tìm công thức của a_k theo n và k.

Kính mời quý vị và các bạn đồng nghiệp
đăng kí tham gia Hội Toán học Việt Nam

Hội Toán học Việt Nam được thành lập vào năm 1966. Mục đích của Hội là góp phần đẩy mạnh công tác giảng dạy, nghiên cứu, ứng dụng và phổ biến toán học. Tất cả những ai có tham gia giảng dạy, nghiên cứu, ứng dụng và phổ biến toán học đều có thể gia nhập Hội. Là hội viên, quý vị sẽ được tham gia cũng như được thông báo đầy đủ về các hoạt động của Hội, được đăng ký nhận miễn phí bản tin Thông tin Toán học, được mua một số ấn phẩm toán với giá ưu đãi. Để gia nhập Hội lần đầu tiên hoặc để đăng kí lại hội viên, quý vị cần điền và cắt gửi phiếu đăng ký dưới đây tới BCH Hội theo địa chỉ:

Chị Cao Ngọc Anh, Viện Toán Học, 18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội

Việc đóng hội phí có thể thực hiện theo tập thể hoặc từng cá nhân bằng một trong các hình thức sau:

1. Đóng trực tiếp hoặc gửi tiền qua bưu điện đến chị Cao Ngọc Anh theo địa chỉ trên.
2. Chuyển khoản tới tài khoản của Hội:
   Tên tài khoản: Hội Toán học Việt Nam.
   Số tài khoản: 0491000028899.
   Ngân hàng TMCP Ngoại thương Việt Nam - Chi nhánh Thăng Long.

(Đề nghị thông báo cho chị Cao Ngọc Anh danh sách những hội viên đóng hội phí).

Thông tin về hội viên Hội Toán học Việt Nam cũng như tình hình đóng hội phí được cập nhật thường xuyên trên trang web của Hội.

BCH Hội Toán học Việt Nam

✄ ....

Hội Toán Học Việt Nam

Phiếu đăng kí hội viên

1. Họ và tên: ....
2. Nam ☐ Nữ ☐
3. Ngày sinh: ....
4. Nơi sinh (*huyện, tỉnh*): ....
5. Học vị (*năm, nơi bảo vệ*):
   Cử nhân: ....
   Thạc sỹ: ....
   Tiến sỹ: ....
   TSKH: ....
6. Học hàm (*nơi được phong*):
   PGS: ....
   GS: ....
7. Chuyên ngành: ....
8. Nơi công tác: ....
9. Chức vụ hiện nay: ....
10. Địa chỉ liên hệ: ....
....
   Email: ....
   Điện thoại: ....

Ngày: Kí tên:

Hội phí năm 2016

Hội phí:	100 000 Đ ☐
Acta Math. Vietnamica (*):	120 000 Đ ☐
Vietnam J. Mathematics (*):	112 000 Đ ☐

Tổng cộng: ....

Hình thức đóng:

☐ Đóng tập thể theo cơ quan
Tên cơ quan: ....
....

☐ Đóng trực tiếp

☐ Chuyển khoản

☐ Gửi bưu điện (*Đề nghị gửi kèm bản chụp thư chuyển tiền*)

(*) Việc mua các tạp chí Acta Mathematica Vietnamica và Vietnam Journal of Mathematics là tự nguyện. Trên đây là giá ưu đãi dành cho hội viên Hội Toán học (gồm 4 số, kể cả bưu phí).

THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 20 Số 1 (2016)