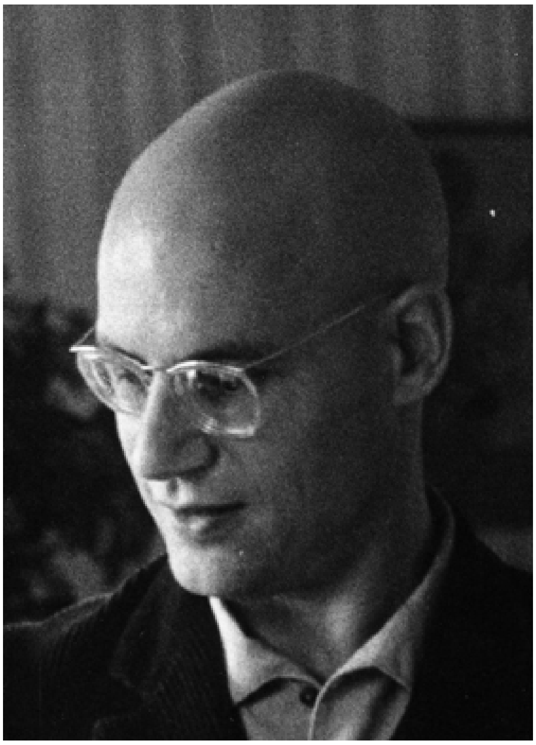
Hội Toán Học Việt Nam

THÔNG TIN TOÁN HỌC

Tháng 12 Năm 2014 Tập 18 Số 4



Thông Tin Toán Học
(Lưu hành nội bộ)

- Địa chỉ liên hệ

*Bản tin: **Thông Tin Toán Học***
Viện Toán Học
18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội

Email: `ttth@vms.org.vn`

Trang web:
`http://www.vms.org.vn/ttth/ttth.htm`

Ảnh bìa 1. Alexander Grothendieck vào khoảng đầu những năm 1960.
Nguồn: Internet

- Bản tin **Thông Tin Toán Học** nhằm mục đích phản ánh các sinh hoạt chuyên môn trong cộng đồng toán học Việt Nam và quốc tế. Bản tin ra thường kỳ 4 số trong một năm.

- Thể lệ gửi bài: Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học. Bài viết xin gửi về tòa soạn theo email hoặc địa chỉ ở trên. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file với phông chữ unicode.

Trang web của Hội Toán học:
`http://www.vms.org.vn`

Du Xuân Ất Mùi

Nhân dịp năm mới 2015 và Tết Ất Mùi, Ban Chấp hành Hội Toán học Việt Nam kính chúc quý vị đồng nghiệp một năm mới luôn
Mạnh khỏe, Hạnh phúc và Thành công

Ban chấp hành Hội Toán học Việt Nam trân trọng kính mời tất cả các hội viên của Hội đang có mặt tại Hà Nội và các vùng lân cận tham dự buổi Gặp mặt đầu Xuân và Du Xuân 2015.

Thời gian: Thứ Bảy, ngày 7/3/2015 (tức ngày 17 tháng Giêng năm Ất Mùi).

- 8h00 – 8h30: Gặp mặt đầu Xuân tại Trường đại học KHTN, ĐHQG Hà Nội, số 19 Lê Thánh Tông, Hà Nội.
- 8h30 – 17h00: Đi thăm khu di tích Côn Sơn – Kiếp Bạc (Hải Dương).

Xe khởi hành tại số 19 Lê Thánh Tông lúc 8h30 (Những đơn vị tự tổ chức xe sẽ có thông báo riêng tại cơ quan). Trở về Hà Nội khoảng 17h.

Đăng ký tham dự: Để có thể bố trí xe và đặt tiệc phù hợp, kính đề nghị các hội viên có nguyện vọng tham dự gửi email tới: thuky@vms.org.vn

Người nhà đi cùng đóng 150.000đ/người, tối đa 2 người đi kèm. Rất mong sự có mặt của các quý vị.

(Lời mời này thay cho giấy mời riêng)

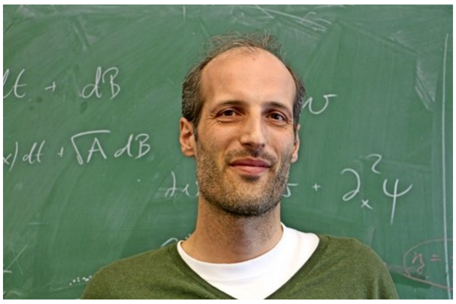
Về các công trình của Martin Hairer

Nguyễn Thạc Dũng (Trường ĐH KHTN, ĐHQG Hà Nội)

Trong kỳ Đại hội Toán học Quốc tế (ICM) vào Tháng 8 năm ngoái tại Seoul, Hàn Quốc, Martin Hairer đã được trao Huy chương Fields do đã thực hiện một đột phá cơ bản trong việc nghiên cứu các phương trình vi phân đạo hàm riêng. Hairer đã đưa ra một lý thuyết mới cung cấp các công cụ để tấn công các bài toán mà cho đến nay dường như là không thể giải quyết nổi. Dưới đây chúng tôi tổng hợp một số thông tin liên quan đến các kết quả này của Hairer.

Các phương trình vi phân ngẫu nhiên mô tả các hệ thống chứa một phần tử ngẫu nhiên gắn liền với hệ thống đó. Một ví dụ của phương trình vi phân ngẫu nhiên là phương trình mô tả sự thay đổi giá chứng khoán theo thời gian. Những phương trình này liên quan đến một hệ số biểu diễn sự dao động giá của chứng khoán trên thị trường. Nếu người ta có thể xác định một cách chính xác sự dao động này là như thế nào, thì người ta có thể xác định một cách chính xác giá chứng khoán trong tương lai. Tuy nhiên, sự dao động này, ngoài sự phụ thuộc vào giá chứng khoán tại thời điểm ban đầu (có nghĩa là tất định) thì về cơ bản, nó là ngẫu nhiên và không xác định (bất định).

Những quy luật tự nhiên quan trọng thường tuân theo các phương trình đạo hàm riêng phi tuyến. Vì vậy, việc hiểu được các phương trình này là một mục tiêu chính của toán học và khoa học. Tuy nhiên, các phương trình đạo hàm riêng phi tuyến lại là các đối tượng toán học khó hiểu nhất, đặc biệt là các phương trình đạo hàm riêng ngẫu nhiên phi tuyến. Các công trình của Hairer đã gây cảm hứng và được quan tâm sâu sắc do tính tổng quát và khả năng áp dụng cho một lớp rộng lớn các loại phương trình này.



Martin Hairer. *Nguồn: Internet*

Một ví dụ về phương trình vi phân đạo hàm riêng ngẫu nhiên phi tuyến và cũng chính là phương trình có vai trò quan trọng trong các công trình của Hairer là phương trình KPZ, được gọi theo tên của các nhà vật lý M. Kardar, G. Parisi và Y-C. Zhang đưa ra phương trình này năm 1986 để mô tả chuyển động của các giao diện lớn dần.

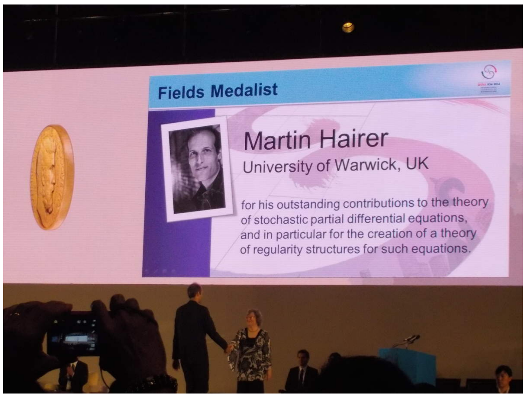
Để có một cái nhìn trực quan về tính tự nhiên của phương trình này, ta xét một mô hình đơn giản của sự hình thành quỹ đạo vật chất lan truyền trong không gian. Giả sử có một dòng vật chất di chuyển trong không gian từ nơi nó tích tụ đến vùng không có vật chất. Sự lan truyền này có xu hướng bị ảnh hưởng bởi môi trường mà nó lan truyền đến và phụ thuộc chặt chẽ vào thời điểm đến, hệ quả là tốc độ lan truyền trong môi trường giảm đi một cách tuyến tính theo thời gian. Tại cùng một thời điểm, quỹ đạo trở nên thô ráp và gồ ghề hơn. Sự ngẫu nhiên theo các vị trí và thời gian đến của vật chất dẫn tới một sự nhiễu động ngẫu nhiên (noise) phụ thuộc vào không gian và thời gian trong phương trình. Vì thế, phương trình KPZ là một phương trình vi phân đạo hàm riêng ngẫu nhiên mô tả sự tiến hóa theo thời gian của vùng giao diện không chính quy và gồ ghề giữa khoảng không tuyệt đối ở phía trên và vật chất tích tụ.

Một cách hình ảnh hơn, chúng ta có thể hình dung các phương trình KPZ mô tả sự tiến hóa theo thời gian của biên giới giữa hai vùng vật chất giao nhau. Hairer đã đưa ra một ví dụ: "Chúng ta lấy một tờ giấy A4 và đốt tờ giấy này tại một cạnh của nó. Sau đó chúng ta quan sát cạnh đang cháy đó thay đổi hình dạng như thế nào. Cạnh này chính là phần giao của phần trang giấy còn nguyên chưa bị cháy và phần tàn tro đã cháy. Tại thời điểm ban đầu trước khi tờ giấy bắt đầu cháy, cạnh của tờ giấy là thẳng và phẳng. Nhưng sau khi tờ giấy bắt đầu cháy, cạnh này dần dần trở nên bất thường và gập ghềnh, mấp mô hơn. Sự thay đổi bất thường này sẽ tiếp tục lớn dần lên. Một nghiệm của các phương trình KPZ trong ví dụ này sẽ mô phỏng cho chúng ta biết cạnh của tờ giấy thay đổi hình dạng như thế nào theo thời gian. Mặc dù chúng ta quan tâm tới toàn bộ hình dạng của tờ giấy, hình dạng này bị ảnh hưởng bởi các yếu tố ngẫu nhiên tại các thang đo nhỏ nhất (địa phương trên cạnh), cấu tạo không thuần nhất của tờ giấy (chẳng hạn sự pha trộn tạp chất không đều) sẽ làm từng phần khác nhau của tờ giấy cháy nhanh hơn hay chậm hơn các phần khác. Điều này dẫn tới sự bất thường của hình dạng cạnh đang cháy. Hay như sự khác nhau của các luồng không khí bao quanh cạnh của tờ giấy cũng là nguyên nhân khiến cho ngọn lửa lan truyền nhanh hơn hay chậm hơn." Điều này giống như là một sự nhiễu động. Trong dạng trừu tượng của phương trình, sự nhiễu động là nguyên nhân để các hình dạng vùng tiếp giáp thay đổi nhanh vô hạn một cách đột ngột theo không gian và thời gian. Và tương ứng với các phương trình này, *các phân phối mô tả sự thay đổi hình dạng theo thời gian nhanh như thế nào liên quan đến bình phương của phân phối mô tả sự thay đổi của nó theo không gian*. Nhưng trong khi các đường cong trơn có thể dễ dàng được bình phương hoặc chia nhỏ, các phân phối không cho phép chúng ta thực hiện các phép toán đại số như vậy. Giáo sư J. Quastel của Đại học Toronto đã nhận xét: "Không có đại lượng nào trong các phương trình (KPZ) là có nghĩa theo bất kỳ nghĩa cổ điển nào".

Như vậy, thử thách mà phương trình KPZ đặt ra là mặc dù nó có nghĩa theo quan điểm của vật lý, nó lại không có nghĩa một cách chính xác trong toán học. Một nghiệm của phương trình KPZ cần phải là một đối tượng toán học mà biểu diễn tính tự nhiên của giao diện phi chính quy và gồ ghề. Một đối tượng như vậy không có tính trơn, nói cách khác nó không khả vi theo thuật ngữ toán học. Có một cách để làm giảm sự khó khăn này từng bước một là sử dụng khái niệm phân phối.

Nhưng khi đó, một vấn đề mới nảy sinh. Bởi vì các phương trình KPZ là phi tuyến, nó chứa một số hạng bình phương, trong khi phân phối là không thể bình phương được. Vì lý do này, phương trình KPZ là không được đặt chỉnh. Mặc dù các nhà nghiên cứu đã đưa ra một vài thủ thuật có tính kỹ thuật để làm giảm bớt đi những khó khăn này cho các trường hợp đặc biệt của phương trình KPZ, bài toán cơ bản về tính không chỉnh vẫn tồn tại dai dẳng như là một vấn đề không thể giải quyết được.

Một cách ngoạn mục, Hairer đã vượt qua khó khăn này bằng cách đưa ra một hướng tiếp cận mới đến các phương trình KPZ, mang lại ý nghĩa toán học chính xác cho phương trình này và nghiệm của nó. Điều đáng nói hơn nữa, trong các công trình tiếp theo, Hairer đã sử dụng các ý tưởng được phát triển cho phương trình KPZ để xây dựng một lý thuyết tổng quát hơn, "lý thuyết các cấu trúc chính quy," mà có thể áp dụng cho một lớp rộng lớn hơn các phương trình vi phân ngẫu nhiên phi tuyến. Hơn nữa, lý thuyết của Hairer có thể được sử dụng trong trường hợp nhiều chiều.



Tại ICM 2014 (Seoul). *Nguồn: Internet*

Ý tưởng cơ bản trong hướng tiếp cận của Hairer cho phương trình KPZ như sau. Thay vì đưa ra một giả thiết thông thường mà các ảnh hưởng ngẫu nhiên nhỏ có thể xảy ra trong một thang đo vô cùng bé, Hairer đặt một giả thiết rằng các ảnh hưởng ngẫu nhiên bé xảy ra trên một thang đo là nhỏ so với thang đo mà tại đó hệ được xem xét[(1)]. Bằng cách bỏ đi giả thiết vô cùng bé, cái mà ông gọi là "sự chính quy hóa các nhiễu động", Hairer đưa ra một phương trình mà người ta có thể giải được. Nghiệm của phương trình mới được đưa ra này không phải là một nghiệm của phương trình KPZ, thay vào đó nó có thể được sử dụng làm điểm khởi đầu trong việc xây dựng một dãy các đối tượng mà khi lấy giới hạn, dãy này hội tụ về một nghiệm của phương trình KPZ. Hairer đã chứng minh một kết quả cơ bản: các nghiệm giới hạn là không phụ thuộc vào phép chính quy hóa nhiễu động. Chú ý rằng nhiễu động hay phương trình nhiễu động là một yếu tố ngẫu nhiên/ phương trình ngẫu nhiên.

Lý thuyết tổng quát của Hairer cũng đề cập đến các phương trình vi phân đạo hàm riêng ngẫu nhiên khác trong không gian nhiều chiều không được đặt chỉnh. Với những phương trình này, tương tự như với phương trình KPZ, khó khăn chính là tại các thang đo rất nhỏ, dáng điệu của nghiệm là rất thô và phi chính quy. Nếu nghiệm là một hàm trơn, người ta có thể đưa ra khai triển Taylor. Nhưng tính chất thô của nghiệm khiến không thể xấp xỉ tốt chúng bằng các đa thức. Thay vào đó, Hairer đưa ra định nghĩa các đối tượng được xây dựng theo mong muốn chủ quan cho phương trình để xấp xỉ dáng điệu của nghiệm trong các thang đo rất nhỏ. Những đối tượng này khi đó đóng vai trò tương tự như các đa thức trong một khai triển Taylor. Tại mỗi điểm, nghiệm sẽ giống như một siêu-vị trí tại vô hạn của những đối tượng đó. Nghiệm cơ bản (và chính xác) cuối cùng khi đó nhận được bằng cách kết nối các siêu-vị trí lại với nhau tại từng điểm một. Cũng giống như đối với các phương trình KPZ, Hairer đã thiết lập một kết quả nền tảng là nghiệm cơ bản cuối cùng không phụ thuộc vào các đối tượng xấp xỉ được sử dụng để thu được nó.

Ý tưởng lớn này được Hairer phát hiện vào khoảng tháng 11 năm 2011 nhờ nhận ra rằng có thể điều khiển được các phân phối trong các phương trình vi phân đạo hàm riêng ngẫu nhiên sử dụng một

---

[(1)]Có lẽ Hairer đã hình dung sự lan truyền của ngọn lửa phụ thuộc địa phương vào từng vị trí tại thời điểm ngọn lửa lan truyền đến thay vì mong chờ các ảnh hưởng ngẫu nhiên vô cùng bé toàn cục nào đó.

hướng tiếp cận tương tự mô phỏng theo các tính chất toán học của các sóng nhỏ “wavelet”. Cụ thể hơn, Hairer thấy rằng, một phân phối với độ thô ráp gồ ghề như hình răng cưa vô hạn như là các phân phối nảy sinh trong các phương trình vi phân đạo hàm riêng ngẫu nhiên cũng có thể viết được như là một chuỗi hữu hạn[(2)]. Mỗi phần tử của chuỗi sẽ trùng khít với một tập của các đối tượng giống các đường cong mà có thể xấp xỉ hình dạng của các phân phối tại một điểm cố định trong không gian và trên một khoảng thời gian cố định. Trong số hạng tiếp theo của chuỗi, khoảng thời gian cần phải giảm đi một nửa và tiếp theo nữa là giảm một phần tư và cứ làm như vậy. Khi càng có nhiều phần tử hơn được cộng lại vào chuỗi, sự xấp xỉ càng trở nên mịn hơn. Hairer đã nghĩ rằng, giống như với các sóng nhỏ, chỉ một số hữu hạn các phần tử cần được sử dụng cho chuỗi để chuỗi hội tụ tới nghiệm thực sự của các phương trình vi phân đạo hàm riêng ngẫu nhiên. Nếu điều này là chính xác, anh có thể thay thế các phân phối vô hạn và không thể điều khiển được trong các phương trình vi phân đạo hàm riêng ngẫu nghiên bằng một số lượng quản lý được các đối tượng hoàn toàn tính toán được. Hồi tưởng về điều này Hairer đã nói: “Tôi nhanh chóng nhận ra rằng ý tưởng của mình là đúng đắn”.

Trước khi có công trình của Hairer, các nhà nghiên cứu đã hiểu các phương trình đạo hàm riêng ngẫu nhiên tuyến tính khá tốt, nhưng vẫn còn một bức tường chắn cơ bản trong việc nghiên cứu trường hợp phi tuyến. Lý thuyết mới của Hairer chỉ ra một con đường dài hướng tới việc dỡ bỏ bức tường chắn đó. Điều đáng nói thêm nữa ở đây là các lớp phương trình mà lý thuyết mới này áp dụng chứa một loạt các vấn đề trung tâm thú vị trong toán học và khoa học. Hơn nữa, công trình của Hairer có thể mở ra một hướng để hiểu về các hiện tượng trong vũ trụ. Các phương trình đã biết khác sau khi được co thì hội tụ tới phương trình KPZ, vì vậy dường như tính chất phổ dụng đang còn lẩn trốn trong phương trình cơ bản này. Các công trình của Hairer có tiềm năng trong việc cung cấp các công cụ phân tích giá trị để nghiên cứu tính phổ dụng này.

Tiểu sử tóm tắt của Hairer

Martin Hairer sinh năm 1975, mang quốc tịch Áo, nhận bằng tiến sỹ vật lý tại Đại học Geneva năm 2001 dưới sự hướng dẫn của J-P. Eckmann. Anh đang là giáo sư Regius về Toán tại Đại học Warwick, Anh. Ngoài huy chương Fields được trao tại ICM 2014, anh đã nhận một số giải thưởng khác: Giải thưởng Whitehead của Hội toán học Luân Đôn (2008), Giải thưởng nghiên cứu Wolfson của Hội hoàng gia Anh (2009), Giải thưởng Fermat (2013). Anh được bầu làm Hội viên (Fellow) của Hội Hoàng gia Anh năm 2014. Hairer cũng còn là một nhà lập trình viên máy tính giỏi. Khi học phổ thông, Hairer đã chế tạo phầm mềm biên tập âm thanh mà sau này được đưa ra thị trường với tên "công cụ biên tập âm thanh của quân đội Thụy Sỹ”.

Giải nhất cuộc thi Nhà khoa học trẻ của Cộng đồng Châu Âu (EC) năm 1991. *Nguồn: Internet*

[(2)]Ta có thể hình dung một phân phối thô ráp một cách vô hạn theo nghĩa là khi xét trong một thang đo vô cùng bé, dáng điệu của phân phối vẫn luôn rất thô ráp, gồ ghề và không chính quy. Những người biết về fractal thì có thể có một sự liên tưởng, tuy nhiên các fractal vẫn đẹp hơn các phân phối của Hairer vì về mặt địa phương chúng là đồng dạng với nhau.

ALEXANDER GROTHENDIECK (1928-2014)
Một thiên tài kỳ dị

Nguyễn Tiến Dũng (Đại học Paul Sabatier, Toulouse, CH Pháp)

Ông Alexander Grothendieck, nhà hình học đại số vĩ đại nhất của thế kỷ 20 và cũng là một trong những con người có cuộc sống đặc biệt nhất, đã qua đời vào ngày 13/11/2014 tại một bệnh viện nhỏ ở vùng Ariège miền nam nước Pháp. Ông sinh ngày 28/03/1928 tại Berlin trong một gia đình người Đức theo đạo Tin lành. Mẹ của ông là bà Johanna "Hanka" Grothendieck (1900-1957), một nhà báo cánh tả đồng thời có viết văn, và bố là Sasha Shapiro (1890-1942). Alexander mang họ của mẹ.

Ông Sasha Shapiro, bố của Grothendieck, còn có tên là Alexander Tanaroff và là một nhà cách mạng nổi tiếng người Nga-Ukraina gốc Do Thái theo hướng cánh tả vô chính phủ (anarchy). Shapiro từng bị kết án tử hình hai lần ở Nga. Lần đầu tiên vào năm 1907, sau khi tham gia cuộc khởi nghĩa lật đổ Sa Hoàng không thành năm 1905. Sau gần 10 năm trong tù, Shapiro được thả ra và lập tức trở thành thủ lĩnh của "Đảng xã hội cách mạng cánh tả" tham gia vào cuộc Cách mạng Tháng 10 năm 1917. Tên của ông hay được nhắc đến trong các tài liệu lịch sử về cuộc cách mạng này. Sau khi Cách mạng Tháng 10 thành công thì Shapiro lại trở thành kẻ thù của chính quyền Xô viết do bất đồng tư tưởng và chạy khỏi Liên Xô, tiếp tục làm cách mạng ở các nước khác như Hungary, Ba Lan. Sau đó ông quay về Ukraina tham gia vào một đội quân chống lại chính quyền bolshevik. Ở đây ông lại bị bắt và bị kết án tử hình, nhưng trốn thoát được và chạy sang Ba Lan, sang Bỉ, rồi sang Pháp. Vào quãng năm 1924, Shapiro sang làm cách mạng ở Đức, ở đó ông quen bà Hanka.

Vào năm 1933, khi Hitler lên nắm quyền ở Đức, ông Shapiro sang Paris. Một năm sau, bà Hanka cũng sang Pháp theo chồng, gửi con ở lại Hamburg cho một mục sư đạo Tin lành nuôi và đi học ở đó. Bố mẹ của Grothendieck sau đó sang Tây Ban Nha vào năm 1936 để tham dự vào cuộc nội chiến ở nước này. Vào quãng năm 1938, tình hình ở Đức ngày càng trở nên căng thẳng đối với người Do Thái, ông mục sư không đảm bảo an toàn cho cậu bé Alexander có bố là Do Thái được nữa nên đã cho cậu lên tàu hỏa sang Paris đoàn tụ lại với bà mẹ.

Nội chiến Tây Ban Nha kết thúc vào năm 1939, ông Shapiro quay lại Pháp. Nhưng trong con mắt chính quyền Pháp lúc đó, ông là một phần tử lưu vong nguy hiểm, vừa là Do Thái vừa là cộng sản. Nước Pháp cuối thập kỷ 1930 đã có trào lưu "nửa phát xít" , ghét cộng sản (đặc biệt là sau hòa ước giữa Đức và Liên Xô), và đã quây những trại tập trung từ năm 1937 (nhưng không tồi tệ và giết người như kiểu trại của Đức) để tống những người "nguy hiểm" như Shapiro vào đó. Trong chiến tranh thế giới lần thứ hai, ông Shapiro bị chuyển đến trại tập trung Auschwitz và bị chết ở đó vào năm 1942. Mẹ con ông Grothendieck thì may mắn hơn. Từ năm 1940 họ cũng bị vào ở trong một trại tập trung ở vùng Lozère miền nam nước Pháp. Đây là một trại dành cho phụ nữ và trẻ em và điều kiện không quá hà khắc. Trong thời gian ở trại tập trung, Grothendieck vẫn được đi học tại một trường học tại thị trấn Mende gần đó.

Vào năm 1945, Grothendieck đỗ tú tài (baccalauréat) và được nhận vào đại học ngành toán ở thành phố Montpellier. So với Paris thời đó thì Đại học Montpellier chỉ là một "đại học tỉnh lẻ", không có người làm nghiên cứu toán. Ông giáo sư dạy Grothendieck ở Montpellier nói với các học trò rằng "các vấn đề toán học đã được một người tên là Lebesgue giải quyết hết rồi, nhưng kiến thức đó quá khó để dạy cho các cậu". Grothendieck thì hầu như toàn trốn học vì thấy các bài giảng trên trường quá chán. Thay vào đó, ông ngồi nhà tự mày mò các thứ. Và ông đã tự mày mò xây dựng được một phép tính tích phân tổng quát hệt như tích phân Lebesgue, mà không biết rằng Lebesgue đã tạo ra nó. Theo hồi ký của Grothendieck, lúc đó thậm chí ông không biết rằng trên thế giới đang có các nhà toán học nghiên cứu về toán (ngoài ông ra).

Đến năm 1948, Grothendieck tốt nghiệp cử nhân (licence) tại Montpellier. Sau một cuộc phỏng vấn với một thanh tra giáo dục mà nhiệm vụ là đi tìm các sinh viên giỏi, Grothendieck được cấp học bổng lên Paris học tiếp và được ông thầy ở Montpellier giới thiệu đến Elie Cartan, là thầy cũ của ông ta. Elie Cartan (1869-1951) là một trong các trụ cột của nền toán học Pháp cuối thế kỷ 19 đầu thế kỷ 20, nhưng đến năm 1948 thì ông đã quá già yếu. Thay vào đó có Henri Cartan, con trai của ông, đang nổi lên như một trụ cột toán học mới. Thế là khi đến Paris, Grothendieck đi học với Henri Cartan tại Ecole Normale Supérieure, cái nôi của hàng loạt các nhà khoa học lớn của Pháp.

Năm sau đó, Grothendieck được giới thiệu đi Nancy làm nghiên cứu sinh về giải tích hàm với hai nhà toán học trẻ xuất sắc của Pháp thời đó là Laurent Schwartz (giải thưởng Fields năm 1950) và Jean Dieudonné. Khi hai nhà toán học này mới nói chuyện với chàng trai Grothendieck, họ rất thú vị về sự "điếc không sợ súng" của chàng trai này và đưa cho anh ta một danh sách 14 vấn đề mà họ đang vướng mắc, bảo là thích chọn vấn đề nào để làm thử thì chọn. Họ không thể ngờ rằng, chỉ vài tuần sau, chàng trai Grothendieck đã giải được một nửa trong số các vấn đề mà họ đưa ra, bằng những kỹ thuật rất độc đáo.

Hai ông Schwartz và Dieudonné đều là thành viên của một nhóm các nhà toán học Pháp mang tên Bourbaki "khét tiếng" do André Weil (1906-1998) lập ra. Về sau, Grothendieck cũng sẽ trở thành một báo cáo viên "đặc biệt" của seminar mang tên Bourbaki này: đặc biệt ở chỗ theo nguyên tắc thông thường thì mỗi người đến đó làm báo cáo khoa học thì phải báo cáo về kết quả của những người khác mà người đó thấy hay, nhưng riêng Grothendieck được mời báo cáo về các kết quả của chính Grothendieck, vì các kết quả đó quá quan trọng mà không có ai khác trình bày được về chúng tốt hơn ông.

Các kết quả thời nghiên cứu sinh của Grothendieck được đánh giá là tương đương với ít nhất 6 luận án tiến sĩ quốc gia thời đó. Luận án tiến sĩ của ông hoàn thành vào năm 1953, đề tặng bà mẹ Hanka của ông, được in thành sách vào năm 1955 trong bộ sách "Memoirs of the AMS" của Hội toán học Mỹ và trở thành một cột mốc lớn trong lịch sử phát triển của chuyên ngành giải tích hàm trong toán học, một chuyên ngành quan trọng cho các ứng dụng trong các lĩnh vực khác như là phương trình vi phân và đạo hàm riêng, hình học, vật lý toán, v.v. Grothendieck đã đưa ra và nghiên cứu trong đó các khái niệm cơ bản mà ngày nay các nhà giải tích toán học phải biết đến như là không gian hạch, tích tensor tô pô, v.v. Có một thiên tài toán học thế kỷ 20 khác là Israel Gelfand (1913-2009) người Liên Xô, với tầm cỡ ảnh hưởng ngang hàng với Grothendieck, sau khi được biết về các không gian hạch đã ngay lập tức tìm ra ứng dụng của chúng trong xác suất và vật lý.

Thời đó ở Pháp, hầu như hễ ai có được bằng tiến sĩ là dễ dàng xin được một chân giáo sư ở đâu đó, trở thành công chức nhà nước. Thế nhưng đối với Grothendieck thì chuyện kiếm việc ổn định ở Pháp lại khó khăn hơn, vì ông thuộc thành phần lưu vong không có quốc tịch. Hộ chiếu của ông thời đó là hộ chiếu tị nạn do Liên Hiệp Quốc cấp. Ông có thể vào quốc tịch Pháp nhưng không chịu vào vì rất sợ bị bắt đi lính. Những vết thương lòng từ thời chiến tranh không bao giờ khép lại đã khiến cho Grothendieck trở thành một người có tinh thần phản chiến quyết liệt. Đến tận năm 1971, khi đã ngoài 40 tuổi và yên tâm không phải dính dáng gì tới quân sự nữa, ông mới chịu nhập quốc tịch Pháp. Bởi khó khăn trong chuyện xin việc ở Pháp nên Grothendieck đã sang Đại học Sao Paulo (Brazil) làm việc hai năm 1953-1955, rồi đến Đại học Kansas (Mỹ) một năm 1955-1956, trước khi trở về Pháp nhận chân nghiên cứu viên (thời đó gọi là "maitre de recherches") của CNRS (Trung tâm nghiên cứu khoa học quốc gia của Pháp) vào năm 1956.

Kể từ năm 1955, sau khi chinh phục giải tích hàm, Grothendieck đã rời bỏ ngành này để nhảy sang các lĩnh vực toán học khác, đầu tiên là đại số đồng điều, rồi đến hình học đại số. Thành công lớn đầu tiên đẩy ông lên vị trí hàng đầu trong hình học đại số là định lý chỉ số Grothendieck-Riemann-Roch, mở rộng định lý chỉ số của Hirzebruch cho các đa tạp đại số lên trường hợp các ánh xạ giữa các đa tạp. (Định lý chỉ số là một loại định lý trong toán học về liên hệ giữa các đại lượng đặc trưng nào đó. Một ví dụ đơn giản nhất là định lý cổ điển của Euler: với một hình đa diện bất kỳ, thì số đỉnh trừ đi số cạnh rồi cộng với số mặt luôn cho ra kết quả bằng 2. Ví dụ như hình lập phương có 8 đỉnh, 12 cạnh, 6 mặt, và 8 – 12 + 6 = 2. Hình kim tự tháp, tức là hình nón với đáy vuông, có 5 đỉnh, 8 cạnh, 5 mặt , và 5 – 8 + 5 cũng bằng 2.) Đi cùng với định lý Grothendieck-Riemann-Roch là khái niệm "nhóm K" của Grothendieck, khởi đầu của một lý thuyết toán học lớn có tên gọi "K-lý thuyết" với các ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau. Hiện vẫn có một tạp chí nghiên cứu toán mang tên K-Theory. Chữ K là viết tắt của từ "Klassen" tiếng Đức (có nghĩa là "lớp") mà ra.

Năm 1958, Grothendieck được mời đọc báo cáo tại Đại hội Toán học Quốc tế tổ chức ở Edinburgh. Tại đây, ông đã phác thảo một chương trình độ sộ nhằm hiện đại hóa hình học đại số. Các công trình của Grothendieck kể từ đó cho đến 1970 đã làm thay đổi toàn bộ bộ mặt của ngành toán học này. Ông và các cộng sự và học trò của mình đã xây dựng nên toàn bộ ngôn ngữ cho hình học đại số hiện đại, với những khái niệm cơ bản từ "lược đồ" (scheme) cho đến "mô típ" (motive), mà bây giờ những ai không biết về nó thì có thể coi là "mù chữ" về ngành này. Những vấn đề hóc búa của số học, ví dụ "định lý Fermat lớn" (nếu $n > 2$ thì phương trình $x^n + y^n = z^n$ không có nghiệm là các số tự nhiên) mà đến tận năm 1995 mới được Andrew Wiles giải, trở nên tiếp cận được đều là dựa trên “cỗ máy hiện đại” mà Grothendieck xây dựng nên.

Cũng vào năm 1958, viện IHES (Institut des Hautes Etudes Scientifiques – Viện Nghiên cứu Khoa học Cao cấp) được một nhà vật lý đồng thời là doanh nhân thành đạt tên là Léon Motchane thành lập ở ngoại ô Paris bằng tiền tư nhân (về sau có nhận tài trợ từ chính phủ và các tổ chức khác), với sự trợ giúp của Robbert Oppenheimer, để trở thành một trung tâm nghiên cứu khoa học theo mô hình của viện IAS bên Mỹ. Motchane trở thành viện trưởng đầu tiên của IHES và mời Dieudonné về phụ trách mảng toán học. Dieudonné nhận lời với một điều kiện là phải mời Grothendieck về làm việc cùng. Thế là từ năm 1959 cho đến 1971, Grothendieck làm việc tại IHES và IHES trở thành trung tâm về hình học đại số của thế giới, với sự tham gia của nhiều nhà toán học lớn khác như Jean-Pierre Serre, Pierre Deligne, Pierre Cartier, v.v. Grothendieck cùng với Dieudonné và các cộng sự khác đã cho ra đời hai bộ sách kinh điển được biết đến với tên gọi EGA (Cơ sở hình học đại số, dự định viết 11 tập nhưng cuối cùng chỉ có 4 tập đầu được hoàn thành và xuất bản) và SGA (Seminar hình học đại số, có 7 tập) trong giai đoạn này. Grothendieck có một khả năng tập trung và sức làm việc phi thường. Seminar mà ông dẫn ở IHES có thể kéo dài liên tục 10 tiếng liền trong một ngày. Sau đó ông lại viết các bản nháp đưa cho Dieudonné sáng hôm sau chỉnh sửa để viết thành sách.

Trong cuốn hồi ký của mình nhan đề “Récoltes et Semailles” (Thu hoạch và Gieo hạt), Grothendieck ví chuyện giải quyết một vấn đề toán học hóc búa như là bóc hạt dẻ có vỏ rất cứng. Có hai cách bóc. Cách thứ nhất là dùng búa nện thật mạnh cho nó vỡ ra. Cách thứ hai là nhúng nó vào nước, phơi nó ra nắng, v.v. để cho cái vỏ của nó tự yếu đi, để rồi chỉ cần lấy tay ấn nhẹ một cái là vỏ của nó tung ra. Grothendieck làm toán theo cách thứ hai này. Ông không tìm cách giải quyết các giả thuyết hóc búa theo kiểu “bổ củi” hay “mẹo mực”, có thể cho ra lời giải đúng nhưng không cho ra sự hiểu biết sâu hơn về bản chất vấn đề. Ông coi các giả thuyết đó chẳng qua chỉ như là các ví dụ, các trường hợp riêng, để kiểm tra các lý thuyết chung, các cấu trúc chung trong toán học được xây dựng nên một cách tự nhiên. Khi cái lý thuyết tự nhiên đó đã được xây dựng đến mức đủ độ chín muồi, thì các “vỏ bọc” của các giả thuyết hóc búa kia sẽ “tự chúng tan vỡ”. Vào năm 1973, khi “học trò cưng” của ông là Pierre Deligne (giải Fields năm 1978) “đi tắt” để đưa ra lời giải trọn vẹn cho một vấn đề hóc búa mang tên “các giả thuyết Weil” mà không làm theo trình tự xây dựng lý thuyết tổng quát của ông, thì Grothendieck cảm thấy như bị phản bội, và đã rất nặng lời chỉ trích Deligne trong hồi ký.

Cũng trong cuốn hồi ký của mình, Grothendieck nói rằng Jean-Pierre Serre là người có ảnh hưởng toán học lớn nhất với ông. Serre chính là người đã lôi kéo Grothendieck vào hình học đại số và dạy cho Grothendieck các kiến thức cập nhật nhất lúc đó. Hầu hết mọi ý tưởng quan trọng nhất của Grothendieck cũng đều có gốc gác từ Serre. Hai nhà toán học lớn Grothendieck và Serre có cách làm việc rất khác nhau. Grothendieck luôn thích tổng quát nhất, trừu tượng nhất có thể, thậm chí xây dựng lý thuyết mà không cần ví dụ. Serre thì ngược lại, tuy ông không hề kém về khả năng tổng quát hóa, trừu tượng hóa, nhưng thích đi vào những ví dụ cụ thể, vấn đề cụ thể hơn. Rất nhiều người thắc mắc là tại sao

Grothendieck có thể làm toán mà không cần ví dụ. Một phần câu trả lời nằm ở chỗ có những nhà toán học lớn khác thời đó như Serre, Borel, Mumford, v.v. cung cấp các ví dụ hay phản ví dụ cho các câu hỏi của Grothendieck, giúp cho Grothendieck "tiết kiệm" được rất nhiều thời gian trong việc xây dựng lý thuyết của mình. Đối với các nhà toán học khác, việc thiếu ví dụ là trở ngại lớn cho việc hiểu ý nghĩa của một lý thuyết. Pierre Deligne, người học trò nổi tiếng nhất của Grothendieck (được cả giải Fields lẫn giải Abel về toán học), có kể lại rằng khi làm nghiên cứu sinh với Grothendieck phải đi nghe Serre giảng bài với những ví dụ cụ thể để khỏi bị "trôi trên mây".

Vì các kết quả trong giải tích hàm, định lý Grothendieck-Riemann-Roch và lý thuyết lược đồ (scheme) mà năm 1966 Grothendieck được trao huy chương Fields. Grothendieck không phải là người đầu tiên nghĩ ra khái niệm lược đồ. Ngay từ thời trước chiến tranh thế giới lần thứ hai đã có Wolfgang Krull báo cáo về ý tưởng lược đồ, rồi sau đó có Claude Chevalley định nghĩa khái niệm lược đồ trong một phạm vi hẹp hơn, rồi có Pierre Cartier (khi đó mới 24-25 tuổi) đề xuất dùng lược đồ (theo nghĩa như là Grothendieck) từ năm 1956-57. Serre có nói rằng "không ai là người phát minh ra khái niệm lược đồ", vì vào quãng nửa sau thập kỷ 1950 thì khái niệm lược đồ đã "in the air", nhiều người cảm nhận thấy. Bản thân bài báo nổi tiếng "Faisceaux Algébriques Coherents" năm 1955 của Serre cũng chứa nhiều ý tưởng về lược đồ trong đó, tuy Serre không dùng chữ "lược đồ". Grothendieck là người đã hệ thống hóa lược đồ thành ngôn ngữ cho hình học đại số và nhanh chóng được chấp nhận rộng rãi trên thế giới.

Ngoài giải Fields, Grothendieck còn được hai giải thưởng lớn khác, là giải "Emile Picard" của Viện Hàn lâm Khoa học Pháp vào năm 1977, và giải Crafoord của Thụy Điển vào năm 1988 (Giải Crafoord được lập ra với mục đích thay thế giải Nobel vì không có giải Nobel cho toán học). Nhưng đối với Grothendieck, các giải thưởng đó đều chẳng có ý nghĩa gì quan trọng. Huy chương của giải Fields được ông đem bán đi lấy tiền giúp đỡ miền bắc Việt Nam lúc đó đang chiến tranh với Mỹ. Huy chương "Emile Picard" thì biến thành cái đập hạt dẻ ở nhà một học trò. Còn giải Crafoord trị giá 136 nghìn USD lúc đó thì Grothendieck từ chối không nhận. Trong bức thư ngỏ từ chối giải thưởng Crafoord, Grothendieck viết đại ý là lương giáo sư của ông đủ sống rồi, không cần giải đó, người ta toàn trao giải cho những người đã có đầy đủ danh vọng và tiền bạc không cần thêm giải, trong khi những người khác cần được khuyến khích hơn thì lại không được.

Huy chương "Emile Picard" của Grothendieck trở thành cái đập hạt dẻ. *Nguồn: Internet*

Trong thập kỷ 1960, với tinh thần phản chiến quyết liệt, Grothendieck đã từ chối tham dự các hội nghị khoa học được NATO, NASA hay là các tổ chức dính dáng đến quân sự khác đứng tên tài trợ. Trong một số trường hợp, những người tổ chức hội nghị vì rất muốn sự có mặt của Grothendieck đã phải rất cố gắng tìm các nguồn tài trợ khác. Bắt đầu từ năm 1968, Grothendieck tích cực tham gia các hoạt động phản chiến tại Pháp, đặc biệt là phản đối chiến tranh của Mỹ tại Việt Nam. Thậm chí, có lần vào năm 1970 ông bị bắt vì tội đánh hai cảnh sát trong một cuộc biểu tình chống chiến tranh.

Có lẽ cũng vì rất căm ghét chiến tranh nên Grothendieck lại có cảm tình đặc biệt với miền bắc Việt Nam trong cuộc chiến tranh không cân sức với Mỹ. Ông sang miền bắc Việt Nam giảng bài trong vòng một tháng vào tháng 11/1967 và khi quay trở lại Pháp có làm một bài báo cáo dài ở Paris về sự phát triển toán học ở Việt Nam trong bom đạn(1). Trong báo cáo đó, Grothendieck thể hiện sự ngạc nhiên và ngưỡng mộ của mình đối với những người Việt Nam thời đó, vừa phải tránh bom, vừa phải nuôi gia súc để tăng gia mà vẫn hăng hái nghĩ đến chuyện phát triển toán học cho tương lai. Ông tỏ ra đặc biệt mến phục bộ trưởng Tạ Quang Bửu, một nhà quản lý nhưng có hiểu biết rất sâu rộng về toán, và giáo sư Đoàn Quỳnh (lúc đó mới là một giảng viên trẻ), người phiên dịch tài năng cho các bài giảng của ông trong thời gian ở Việt Nam.

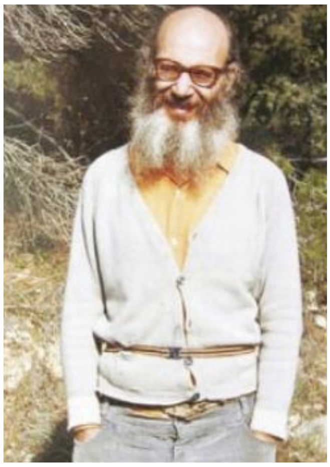
Trong số các nhà toán học Việt Nam có nhiều dịp tiếp xúc với Grothendieck còn có thể kể đến GS Hoàng Xuân Sính và GS Nguyễn Đình Ngọc. GS Sính chính là một trong các học trò của Grothendieck và đã từng đến Montpellier làm việc với ông. Luận án tiến sĩ quốc gia của GS Sính bảo vệ tại Pháp vào năm 1973 là một công trình sâu sắc về đề tài "phạm trù vành", mà theo ngôn ngữ bây giờ thì gọi là "2-group", mà về sau người ta tiếp tục mở rộng lên thành các "n-group". Trang wikipedia về n-group (http://en.wikipedia.org/wiki/N-group_(category_theory)) có nhắc đến công trình này. Còn nhà tình báo kiêm giáo sư Nguyễn Đình Ngọc (1932-2006) cũng là một người bạn của Grothendieck khi còn làm tiến sĩ toán ở Pháp và từng làm việc tại IHES.

Vào năm 1970, theo ảnh hưởng của phong trào hippy ở Mỹ, Grothendieck đã khởi xướng tại một hội nghị toán học ở Montréal (Canada) một nhóm hoạt động chính trị theo xu hướng "ecology" mang tên "Survivre", sau đổi thành "Survivre et vivre". Nhóm này lôi kéo được hai nhà toán học lớn khác là Claude Chevalley và Pierre Samuel tham dự. Khi Đại hội Toán học Thế giới được tổ chức ở Nice vào năm 1970, Grothendieck mang cả truyền đơn của nhóm này đến rải. Từ 1970 đến 1975, nhóm "Survivre et vivre" cho ra được 19 số báo, lúc cao điểm phát hành tới 12 nghìn bản một số, với thông điệp chính là kêu gọi mọi người hãy thức tỉnh vì các xu hướng chiến tranh và tàn phá thiên nhiên sẽ dẫn đến sự hủy diệt của chính loài người. Ngay từ số báo đầu tiên, Grothendieck đã có bài chỉ trích các nhà khoa học là quá ham nghiên cứu mà không chịu bận tâm đến tác hại mà các nghiên cứu của họ có thể gây ra. Grothendieck hô hào mọi người từ bỏ lối sống thành thị, trở về với thiên nhiên. Sau đó thì nhóm tan rã, một phần vì Grothendieck quá cực đoan đến mức những người khác trong nhóm không ủng hộ nổi. Nhưng phong trào "ecology" thì vẫn phát triển mạnh ở Pháp.

Vào năm 1971, Grothendieck bất ngờ tuyên bố từ chức khỏi IHES, sau khi phát hiện viện này được Bộ Quốc phòng Pháp tài trợ và là điều không thể chấp nhận nổi

(1)Xem: http://webusers.imj-prg.fr/ leila.schneps/grothendieckcircle/vietnam.pdf và bài trong cùng số này đối với ông. Khi Grothendieck bỏ việc ở IHES, Jean-Pierre Serre vội vàng lo được cho ông một chân giáo sư tại Collège de France, nơi mà các giáo sư chỉ phải giảng một số ít bài giảng cho đại chúng (tùy theo giáo sư thích giảng gì thì giảng và ai muốn đến nghe giảng cũng được), còn thời gian còn lại vẫn tự do nghiên cứu.

Khi chuyển sang Collège de France, mối quan tâm lớn nhất của Grothendieck đã không còn là toán học nữa mà là những vấn đề triết lý cuộc sống. Thay vì giảng bài về toán học thì ông lại đi thuyết trình về chiến tranh và hòa bình, và đề tài “Chúng ta có nên tiếp tục nghiên cứu khoa học hay không?”. Lập luận của ông là “không nên nghiên cứu” vì khoa học trở thành công cụ nguy hiểm để gây chiến tranh. Tất nhiên, đề tài này không ăn nhập gì với thỏa thuận ban đầu khi người ta nhận ông vào Collège de France để truyền bá khoa học. Bởi vậy, đến năm 1973 ông đã phải từ chức khỏi Collège de France và người ta lại kiếm cho ông một công việc khác là làm giáo sư “bình thường” ở Đại học Montpellier, nơi ông đã từng học trước kia. Montpellier là nơi ông “bất đắc dĩ” phải về, bởi ông đã thử xin việc ở nơi khác nhưng bị từ chối, kể cả khi mà trong hội đồng xét duyệt có tới những ba người là học trò cũ của ông. Nói theo David Ruelle thì Grothendieck là nạn nhân của “chủ nghĩa cục bộ” tại Pháp, bởi ông không xuất thân từ ENS hay Ecole Polytechnique, nên tuy ai cũng công nhận ông giỏi nhưng không ai cảm thấy có trách nhiệm tìm việc cho ông. Từ khi về Montpellier, Grothendieck vẫn tiếp tục làm toán và vẫn viết hàng ngàn trang bản thảo (chưa đăng ở đâu), bởi tuy ông lúc đó đã cảm thấy có những vấn đề xã hội cần được giải quyết gấp hơn là các vấn đề toán nhiều, nhưng “con quỉ toán” không để ông yên và vẫn thôi thúc ông tiếp tục nghiên cứu toán.



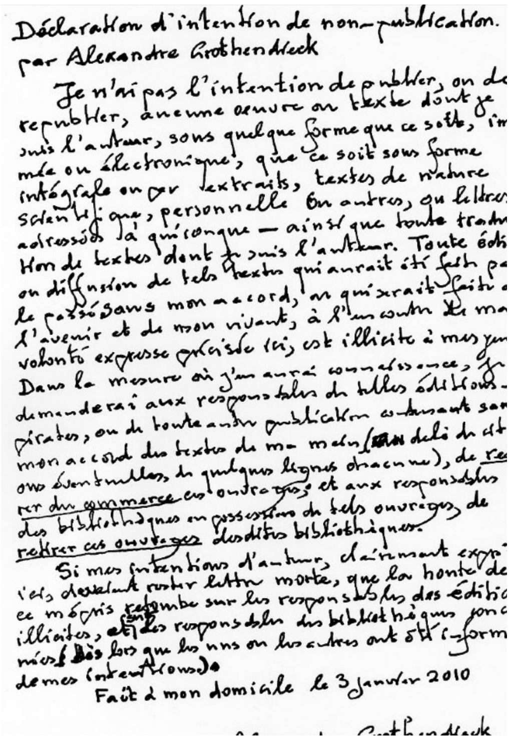
“Lão nông” Grothendieck. *Nguồn: Internet*

Ở Montpellier, ông trở thành một vị giáo sư “kì quái”, dạy học và chấm điểm không giống ai. Có lần ông bảo học sinh “tụi bay có thích nhận điểm theo kiểu bốc thăm ngẫu nhiên không”, và lần khác thì ông cho cả lớp ai cũng 20 điểm trên 20. Những sự kì quái đó làm cho những người phụ trách đào tạo khổ sở vì ông, phải họp lại với nhau bàn cách chỉnh lại điểm thi. Ngoài việc thỉnh thoảng đến trường dạy học ra thì hầu như ông ở ẩn, ít tiếp xúc với thế giới bên ngoài. Nếu như trong thời gian ở IHES ông có khoảng một chục học trò về sau trở thành những nhà toán học xuất sắc, thì trong suốt thời gian 15 năm làm việc ở Montpellier ông không đào tạo được một học trò nào thành đạt về khoa học. Người học trò cuối cùng của ông là Jean Malgoire, hiện là giảng viên (maitre de conference, chưa là giáo sư) ở Montpellier. Bốn năm cuối cùng trước khi về hưu, từ 1984 đến 1988, thì người ta thôi không bắt ông dạy học nữa mà trao cho ông chức giám đốc nghiên cứu của CNRS (directeur de recherches, một chức vụ tương đương giáo sư nhưng chỉ có nghiên cứu chứ không giảng dạy) ở Montpellier.

Tôi cũng có một thời gian làm việc ở Đại học Montpellier, nhưng khi tôi đến đó thì Grothendieck đã nghỉ hưu nên không có dịp nào được chiêm ngưỡng ông, chỉ được nghe mọi người ở đó kể lại các giai thoại. Một trong các giai thoại đó là, những năm cuối cùng trước khi về hưu, Grothendieck rất ít khi xuất hiện ở trường, nhưng mỗi lần xuất hiện là cả khoa đều biết ngay, vì mùi cừu bay khắp khoa. Ông sống cô độc, tự nuôi cừu, tự vắt sữa và chế biến sữa cừu từ thời đó, như một nông dân tự cung tự cấp.

Trong quãng thời gian 1983-1985, Grothendieck viết một tập hồi ký dày một nghìn trang về sự nghiệp làm khoa học của ông, nhan đề "Recoltes et semailles"[2]. Trong cuốn hồi ký đó, ngoài việc viết lại những suy ngẫm về các giai đoạn làm khoa học và các ý tưởng chính của mình (mà ông chia làm 12 đề tài chính, theo thứ tự thời gian), ông còn bầy tỏ nỗi lo ngại lớn lao với giới khoa học, sự thất vọng của ông về những sự thiếu trung thực trong khoa học và chỉ trích thậm tệ một số đồng nghiệp và học trò của mình. Ông đã từng muốn xuất bản nó nhưng không nhà xuất bản nào chịu nhận in. Nhưng nhiều người đọc rất thích vì Grothendieck không chỉ có tài toán học mà còn có cả tài văn thơ, viết có văn phong và bố cục hẳn hoi, khá hấp dẫn. Ngay từ thời nhỏ, ông đã phát hiện ra vần của các câu thơ và thích sáng tác các câu văn có vần.

Càng về sau, Grothendieck càng rơi vào cảnh lạc lõng trong thế giới này. Vào năm 1991, ông bất ngờ quyết định đốt tài liệu của mình, cắt đứt quan hệ với bạn bè và thế giới xung quanh, bỏ căn nhà ông đang sống để đi ở ẩn ở một làng nhỏ chỉ có khoảng 200 người dân ở vùng Ariège trên dãy núi Pyrénées. Ông không muốn tiếp xúc với ai và rất hiếm khi ra khỏi nhà. Thậm chí có lần vào năm 2006 nhà ông bị cháy, lính cứu hỏa đến gọi ông cũng không chịu ra.


Déclaration d'intention de non-publication.
par Alexandre Grothendieck
Je n'ai pas l'intention de publier, ou de
republier, aucune oeuvre ou texte dont je
suis l'auteur, sous quelque forme que ce soit, im-
mée ou électronique, que ce soit sous forme
intégrale ou par extraits, textes de nature
scientifique, personnelle ou autres, ou lettres
adressées à quiconque — ainsi que toute tradu-
tion de textes dont je suis l'auteur. Toute édi-
tion de textes dont je suis l'auteur ... fait pa-
ou diffusion de tels textes qui aurait été fait
le passé sans mon accord, ou qui serait faite
l'avenir et de mon vivant, à l'encontre de ma
volonté expresse précisée ici, est illicite à mes yeux.
Dans la mesure où j'en aurai connaissance, je
demanderai aux responsables de telles éditions
pirates, ou de toute autre publication contenant san-
mon accord des textes de ma main (... de cet
ou éventuelles de quelques lignes chacune), de re-
rer du commerce ces ouvrages; et aux responsables
des bibliothèques en possession de tels ouvrages, de
retirer ces ouvrages desdites bibliothèques.
Si mes intentions d'auteur, clairement expri-
ici, devaient rester lettre morte, que la honte de
ce mépris retombe sur les responsables des éditio-
illicites, et des responsables des bibliothèques ...
... dès lors que les uns ou les autres ont été inform-
de mes intentions.
Fait à mon domicile le 3 janvier 2010
... Grothendieck

Bức thư năm 2010 Grothendieck yêu cầu không xuất bản hay tái bản bất cứ cái gì ông viết ra).
Nguồn: Internet

Trong số các đồng nghiệp ở Montpellier chỉ còn có anh học trò cũ Jean Malgoire là được ông báo cho biết là ông chuyển đi đâu, với điều kiện là không được báo lại cho bất cứ ai. Grothendieck cũng giao toàn bộ đống bản thảo và thư từ của mình cho Malgoire giữ, trừ những cái ông đã đốt đi. Đến năm 2010 thì tâm lý của Grothendieck đã bất ổn định đến mức ông viết thư cho các học trò của mình, không những từ chối không cho xuất bản các bản thảo chưa công bố của ông mà còn yêu cầu các sách mang tên ông phải loại hết ra khỏi các thư viện.

[2]Xem: http://webusers.imj-prg.fr/ leila.schneps/grothendieckcircle/RetS.pdf

Đời sống toán học
Ở nước Việt Nam Dân chủ Cộng hòa

Alexander Grothendieck

Lời tựa. *Đây là bản dịch bài báo cáo của Grothendieck về chuyến đi thăm Việt Nam tháng 11/1967 được viết theo lời mời của Khoa Toán, Đại học khoa học Paris: "La Vie Mathematique en République Démocratique du Vietnam (Exposé fait le 20 Décembre 1967, sur invitation du Département de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Paris)." Bản báo cáo được đánh máy ngay sau chuyến đi. Trong bản báo cáo có câu "có một nền toán học Việt Nam thực sự ở nước Việt Nam Dân chủ Cộng hòa", được gạch thêm bên dưới để nhấn mạnh. Grothendieck có lẽ là nhà toán học phương tây đầu tiên đến thăm miền Bắc Việt Nam. Chuyến đi của ông gây một tiếng vang lớn trong nền khoa học thế giới vì nó xảy ra trong lúc miền Bắc đang bị máy bay Mỹ đánh bom dữ dội và Grothendieck là nhà toán học nổi tiếng nhất thời bấy giờ. Bản báo cáo này đã được dịch sang tiếng Đức ngay lập tức và được Hội sinh viên Đại học Bonn (Đức) phân phát trong cuộc "Cách mạng sinh viên" năm 1968.*

Chúng ta không biết rõ nguyên nhân của chuyến đi. Chỉ có thể phỏng đoán đây là một hành động nhằm phản đối chiến tranh Việt Nam. Trước đấy, một tờ báo Pháp viết rằng Grothendieck đã tặng tiền giải thưởng Fields (1966) cho "Phong trào vì Việt Nam" và huy chương Fields sẽ được Phong trào này bán đấu giá để ủng hộ Hội chữ thập đỏ Việt Nam. Có tài liệu nói rằng chuyến đi Việt Nam đã chỉ cho Grothendieck thấy có những thứ còn quan trọng hơn toán học. Sau chuyến đi ông bắt đầu tham gia phong trào chống chiến tranh Việt Nam ở Pháp và quan tâm đến chính trị. Năm 1970 Grothendieck rời Viện nghiên cứu cao cấp IHES vì Viện được Bộ Quốc phòng Pháp tài trợ.

Qua bài báo có thể thấy tình cảm của Grothendieck đối với nhân dân Việt Nam và những dự định của ông nhằm giúp đỡ nền toán học Việt Nam non trẻ. Rất tiếc là những dự định này không thực hiện được do hoàn cảnh lúc đó. Sau này, chỉ có một người trong số người ông dự kiến đưa sang Pháp làm việc trở thành học trò của ông. Đó là GS. Hoàng Xuân Sính, bảo vệ luận án tiến sỹ về đề tài Gr-phạm trù dưới sự hướng dẫn của Grothendieck năm 1975. Trong cuốn tự sự "Thu hoạch và gieo hạt" (Récoltes et Semailles, trang 150) ông viết là có giao đề tài nghiên cứu cho GS. Hoàng Xuân Sính sau chuyến đi thăm Việt Nam.

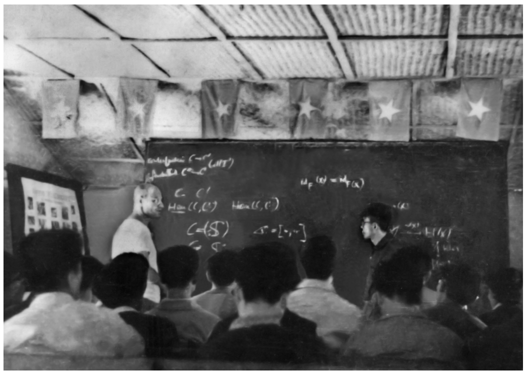
Chúng ta có rất ít tư liệu về chuyến đi Việt Nam của Grothendieck. Rất mong những người đã từng tiếp xúc với ông viết lại những kỷ niệm về chuyến đi này. Đó sẽ là những tư liệu quý giá không chỉ cho nền khoa học Việt Nam mà còn cho cả nền khoa học thế giới về một con người vĩ đại. Gần đây, GS. Neal Koblitz (Đại học Washington) có viết một bài báo về chuyến đi Việt Nam của Grothendieck nhân dịp đến thăm nơi Grothendieck đã giảng bài ở Thái Nguyên (Grothendieck's 1967 Lectures in the Forest in Vietnam, Mathematical Intelligencer 35, No. 2, 32-34, 2013). Chẳng lẽ, chúng ta lại không quan tâm đến chính một phần lịch sử của chúng ta.

I. Đầu năm nay, qua vài người trung gian, tôi nhận được từ phía một số nhà toán học Việt Nam lời đề nghị tất cả các bản in rời về đề tài Hình học đại số và Đại số mà tôi có thể tìm được. Chắc hẳn giống như hầu hết các đồng nghiệp "phương Tây" của mình, cho đến lúc đó tôi không biết gì về sự tồn tại một đời sống toán học ở nước Việt Nam Dân chủ Cộng hòa (Việt Nam DCCH), huống hồ những đồng nghiệp Việt Nam nơi đó lại mong muốn cập nhật một phần của toán học hiện đại vốn không được xem là dễ như Hình học đại số. Khỏi cần phải nói rằng tôi cảm thấy rất vui mừng vì có thể hữu ích cho những đồng nghiệp Việt Nam, và tôi đã nhanh chóng cho gửi đồng thời tất cả các bản in rời cá nhân tôi có cũng như tất cả các tài liệu toán được Viện Nghiên cứu Khoa học Cao cấp (l'I.H.E.S, ở Paris) phụ trách phát hành. Như về sau tôi cũng có thể nhận thấy trong chuyến đi mới đây của tôi đến Việt Nam DCCH, tất cả những tài liệu đó đều đã đến đúng địa chỉ, và điều hay hơn nữa là một số trong đấy đã được các nhà toán học ở đó sử dụng.

Sự tiếp xúc gián tiếp đầu tiên đó đã cho tôi ý tưởng, vào tháng Năm năm nay, về việc đề xuất đến Việt Nam hai đến ba tháng, để giảng dạy hoặc trình bày semina về toán, và chủ đề cũng như trình độ sẽ được xác định tùy theo nhu cầu tại chỗ. Tôi đã gửi đề xuất này đến ông Mai Văn Bộ, Đại sứ Việt Nam DCCH tại Pháp, người đã rất nhiệt tình tiếp nhận đề xuất này và đã chuyển nó đến các cơ quan chức năng ở Hà Nội. Trái với dự đoán và bất chấp những khó khăn trong việc tổ chức một chuỗi các hội thảo cho một người ngoại quốc ở Việt Nam DCCH trong những điều kiện hiện nay, vào đầu tháng Mười, tôi đã nhận được một lời mời chính thức của Hội Toán học Việt Nam cho thời hạn từ tháng Mười một năm 1967. Về phía mình, l'I.H.E.S đã chấp nhận cho tôi một kỳ phép trong thời gian này, và điều tốt hơn là đã đảm bảo chi phí chuyến đi, chi phí này (thiếu dự toán trước) đã không thể được phía Việt Nam DCCH tài trợ. Điều này cũng đã được minh chứng sau đó qua việc Bộ phận Quan hệ văn hoá của Bộ Ngoại giao ở Paris đã không gây bất cứ khó khăn nào trong việc tài trợ tất cả chi phí của chuyến đi.

Thật không may, do sự thiếu liên lạc giữa các bộ phận hữu quan, khởi hành từ Paris ngày 31 tháng Mười, tôi buộc phải chờ khoảng mười ngày ở Phnom Penh (Campuchia) trước khi đến Hà Nội vào ngày 10 tháng Mười một bằng một chuyến bay hàng tuần của Ủy ban kiểm soát quốc tế, đây là máy bay duy nhất bay chặng Phnom Penh – Hà Nội. Tôi rời Hà Nội ngày 1 tháng Mười hai, như vậy là tôi đã trải qua tất cả đúng 21 ngày ở Việt Nam DCCH, nghĩa là ba tuần. Mục đích bài phát biểu của tôi hôm này là ôn lại một số ấn tượng và quan sát của mình trong chuyến đi này, quả là khá ngắn ngủi - quá ngắn ngủi so với ý muốn của tôi bởi vì đất nước này vô cùng hấp dẫn – nhưng đầy ắp những ấn tượng phong phú và mạnh mẽ.

II. Chuyến đi của tôi được tổ chức như sau. Trong vòng một tuần (chính xác hơn là chín ngày), tôi ở lại Hà Nội để trình bày một số bài giảng có tính chất chung cho một cử tọa tương đối rộng, khoảng sáu mươi người trong ngày đầu tiên, không giới hạn chỉ cho các nhà toán học mà cho cả những nhà khoa học khác (ít nhất là có một số nhà vật lý). Sau đó tôi đến nơi sơ tán của Trường Đại học Tổng hợp (cách thủ đô khoảng một trăm kilômét) trong mười ngày, dành phần lớn thời gian cho một semina chuyên môn hơn về các phạm trù và Đại số đồng điều, với khoảng ba mươi đến bốn mươi người nghe mà phần lớn theo tôi từ Hà Nội nơi họ đã nghe những bài giảng đại chúng của tôi. Các giảng viên Việt Nam DCCH có một lịch làm việc rất dày đặc, những người dự kiến tham dự các buổi trình bày của tôi đã được miễn giảm tất cả các trách nhiệm khác (việc giảng dạy hay tất cả các việc phụ khác) trong thời gian lưu trú của tôi. Hầu hết những người tham dự được phân bố khá đều từ hai cơ sở lớn và ít nhiều tương đương nhau của Giáo dục đại học của Việt Nam DCCH là Đại học Tổng hợp Hà Nội và Đại học Sư phạm (của Hà Nội và của Vinh), mỗi trường sơ tán về những nơi khác nhau ở nông thôn Việt Nam. Như vậy là mỗi người phải trước tiên đến Hà Nội (hầu hết bằng xe đạp, hiện nay xe đạp đang là phương tiện thông dụng nhất ở Việt Nam), rồi tất cả đến nơi sơ tán của Trường Đại học Tổng hợp, trường sẽ phải đảm bảo việc ăn ở và phương tiện đi lại cho những người đến từ nơi khác. Thêm vào đó là những sự chăm sóc tận tình đối với người thuyết trình, như tất cả các khách ngoại quốc đến Việt Nam DCCH, luôn có mặt một công chức (của « Ủy ban khoa học nhà nước ») lo toan cho tôi trong toàn bộ thời gian lưu trú để đảm bảo cho sự an toàn, sự tiện nghi và các sinh hoạt thường ngày của tôi, ngoài ra còn có một người lái xe trong thời gian tôi ở Hà Nội, và rồi thêm cả một người đầu bếp trong thời gian tôi ở nông thôn – ta có thể tưởng tượng rằng cả ba người rất nhàn rỗi trong thời gian họ được giao chăm lo cho tôi. Vì vậy, ta phải băn khoăn về việc tổ chức quá chu đáo ở Việt Nam DCCH cho một kỳ semina ba tuần tầm thường. Nỗ lực này cũng điển hình cho một sự nỗ lực có tính hệ thống được triển khai tại Việt Nam DCCH dành cho tất cả các hoạt động để khuyến khích việc giảng dạy ở mọi trình độ, trong những điều kiện rất khó khăn và bất chấp các mệnh lệnh quốc phòng.



A. Grothendieck đang giảng bài.
Nguồn: Internet

Như phần lớn các hoạt động ít nhiều công cộng, các buổi hội thảo diễn ra từ khoảng sáu giờ đến mười giờ sáng, vì các trận oanh tạc thường diễn ra ban ngày và hiếm khi trước mười một giờ sáng. Bầu trời khá u ám suốt phần lớn thời gian tôi ở lại đây, và vì vậy cũng có ít trận ném bom. Những trận oanh tạc nghiêm trọng đầu tiên đã được dự báo, và quả thực đã xảy ra, vào ngày hôm trước chuyến đi về nông thôn của chúng tôi, thứ Sáu ngày 17 tháng Mười một. Bài nói của tôi bị còi báo động ngắt quãng ba lần, trong lúc đó chúng tôi trú ẩn dưới hầm. Mỗi lần báo động kéo dài khoảng mươi phút. Điều gây sửng sốt với một người mới đến lúc ban đầu là thái độ rất bình tĩnh, gần như thản nhiên, của dân chúng đối với còi báo động, điều đã trở thành thói quen hàng ngày. Tôi có thể quan sát nhiều người trong các đợt báo động, dù trên đường hay trong hầm, kể cả trẻ em và người già, nhưng không thấy ai có dấu hiệu của sự căng thẳng. Cũng cần phải nói rằng đã có sự tổ chức cực kỳ hiệu quả để giảm thiểu các nạn nhân của các trận bom: hầm cá nhân hoặc hầm tập thể ở khắp nơi trong thành phố, sự phân công trách nhiệm rất chặt chẽ khi có báo động, theo từng khu và theo từng phố, bao gồm các công tác sơ cứu – một lá cờ chữ thập đỏ nhỏ để làm dấu hiệu cho những trạm cứu thương đã được cẩn thận che dấu khỏi tầm nhìn từ trên cao của các máy bay địch. Ta nhận thấy một sự tin tưởng lớn trong dân chúng, bao gồm cả sự tin tưởng vào tính hiệu quả của các D. C. A của họ, và sự quan tâm chung dồn vào số máy bay bị bắn hạ (đề tài bàn luận này có vẻ như thay thế cho chuyện trời nắng hay mưa) nhiều hơn là vào các thiệt hại mà các trận oanh tạc gây ra – về những đề tài này thì thậm chí đài phát thanh chỉ thông báo dè dặt, vì những lý do hiển nhiên. Ngay sau khi báo động qua đi, tất cả mọi người (ít ra là ở các khu phố không bị ảnh hưởng) lại tiếp tục công việc như chưa có gì xảy ra.

Trong một lần báo động vào buổi sáng thứ sáu ấy, một quả bom bi nổ chậm đã rơi xuống sân trường Đại học Bách khoa Hà Nội, và khi tiếng còi báo động đã kết thúc, vụ nổ đó đã làm chết hai giảng viên toán của trường. Ông Tạ Quang Bửu, một nhà toán học và đồng thời cũng là bộ trưởng Bộ đại học và trung học chuyên nghiệp (và cũng tham dự các bài giảng của tôi trong thời gian tôi ở Hà Nội) đã kín đáo thông báo tin đó trong giờ giảng của tôi và đã vội đi ngay, trong khi những người khác tiếp tục theo dõi bài giảng đồng thời chờ đợi lần báo động tiếp theo. Bài giảng ngày hôm sau đã phải dời sang tuần sau đó, ở nơi sơ tán của trường Đại học Tổng hợp, để tránh việc tập trung nhiều cán bộ ở Hà Nội trong thời kỳ bị ném bom. Có vẻ như đây là lần đầu tiên từ khi chiến tranh leo thang có giảng viên toán bị chết trên tổng số cũng vào khoảng hai đến ba trăm hoặc có thể hơn (theo tôi hình dung). Thực tế, mặc dù mỗi trận bom đều gây ra một số nạn nhân (khoảng hai mươi người ngày hôm đó), khả năng một người bị chết là khá nhỏ, ngay cả trong suốt nhiều năm, như ví dụ trên vừa thể hiện. Qua những lần trò chuyện với người Việt Nam, tôi có cảm tưởng rằng những gia đình có người chết trong thời gian chiến tranh leo thang là ngoại lệ, chứ không phải thường lệ. Tất nhiên là khả năng bị chết còn thấp hơn đối với một người nước ngoài chỉ ở lại vài tuần và luôn nhận được một sự đề phòng tối đa để đảm bảo cho sự an toàn của anh ta.

Những bài giảng được trình bày bằng tiếng Pháp, khoảng một nửa cử tọa hiểu được tương đối tốt (trong khi đó hầu như không ai nói tiếng Anh). Trong số những đồng nghiệp Việt Nam dưới ba mươi tuổi, rất ít người nói tiếng Pháp, mà nhiều người nói tiếng Nga vì đã học đại học ở Liên bang Xô Viết. Những bài giảng được một người nghe dịch trực tiếp ra tiếng Việt. Tôi lưu ý rằng ngôn ngữ khoa học tiếng Việt đang được các nhà khoa học Việt Nam xây dựng trong mọi ngành từ khoảng mươi năm nay, một công việc tất nhiên còn lâu mới hoàn thiện. (Trong Toán học, những bước đầu tiên cho hướng đi này được nhà toán học Việt Nam Hoàng Xuân Hãn khởi xướng, ông đã xây dựng nên cuốn từ điển toán Pháp - Việt đầu tiên (vào khoảng những năm 1940)). Việc dịch nói chung cũng không được kỹ lưỡng lắm, chỉ để có cơ hội trao đổi ngắn bằng tiếng Việt. Ông Tạ Quang Bửu là một trong những người chú ý cho việc dịch được đúng hoàn hảo, và thường tham gia bằng một số chú ý nhanh về thuật ngữ. Về phần cử toạ, cảm nhận chung của tôi là phần lớn người nghe hiểu ý chung, ít nhất là như vậy, những gì tôi nói (hay những gì người dịch nói), và phần lớn quan tâm theo dõi. Trong mọi trường hợp, không nghi ngờ gì rằng người dịch đã luôn hiểu rất tốt, và đã được đề nghị làm nhiệm vụ phiên dịch của mình để có một sự hài lòng chung. Người dịch thay đổi tùy theo chủ đề bài giảng, nhưng sau một số buổi và có vẻ như được một sự đồng tình chung giữa những người nghe, sự lựa chọn đã dừng lại ở ông Đoàn Quỳnh, giảng viên của Trường Sư phạm, chắc hẳn là một trong các nhà toán học vững vàng và tài năng nhất trong số đồng nghiệp của chúng ta ở Việt Nam DCCH.

Hoàng Xuân Sính (trái) và A. Grothendieck.
Nguồn: Internet

Hệ thống dịch đồng thời này theo tôi là tuyệt vời, và thật dễ chịu với cả người nói lẫn người nghe. Việc dịch từng câu từng câu một này đã cho phép người giảng bài có được sự thích thú khi tập hợp các ý tưởng của mình từng ý từng ý một trong quá trình thuyết trình mà không cần tập trung quá mức, và nó cũng cho phép người nghe có thể theo dõi với một nhịp độ hợp lý hơn là nghe một bài giảng không ngắt quãng. Bốn giờ giảng với nhịp độ này (với hai lần nghỉ ngắn) với tôi có vẻ như đỡ mệt hơn nhiều so với hai giờ giảng bình thường. Tuy nhiên phải nói rằng công việc của người dịch nặng nhọc hơn nhiều, và đến cuối kỳ làm việc của tôi ở Việt Nam DCCH, tôi rất khoẻ khoắn và hoàn toàn thư giãn trong khi đó ông Quỳnh trông phờ phạc rõ ràng.

Tất cả các bài giảng đều được bà Hoàng Xuân Sính ghi chép lại, bà cũng từ trường Đại học Sư phạm, và là một trong số hiếm hoi các nhà toán học (hơn nữa là nhà toán học nữ) được đào tạo tại Pháp (bà đã lấy bằng Agrégation năm 1959). Những ghi chép này được hình thành và chép lại bằng tiếng Pháp. Buổi sáng thường được dành cho các bài giảng miệng, và buổi chiều thường để những người nghe trao đổi lại với nhau về các chủ đề được đề cập đến trong buổi sáng, và để làm sáng tỏ những điểm có vẻ chưa rõ ràng với người này hay người khác. Một cách chung và chính thức, phương pháp làm việc tự nguyện là phương pháp làm việc cùng nhau, bao gồm cả đối với kế hoạch khoa học. Tất nhiên là phương pháp này là tuyệt vời nếu tính đến một trình độ nào đó, nhưng ta sẽ nhận ra nó có những bất tiện cực kỳ nghiêm trọng nếu muốn áp dụng nó vào trình độ nghiên cứu; tôi sẽ trở lại vấn đề này sau. Mặt khác, hầu hết ngày nào buổi chiều tôi cũng đón tiếp các nhà toán học trẻ để bàn luận về các chủ đề khác nhau. Họ thường đến theo nhóm hai hoặc nhiều hơn, nhưng không bao giờ ít hơn. Có lẽ giống như tuyệt đối các điều khác ở Việt Nam DCCH (ít nhất là trong thời kỳ này), những buổi đón tiếp cũng được tổ chức một cách chăm chút, như tôi có thể nhận ra sau một thời gian: những nhà toán học muốn gặp tôi cần phải báo trước cho « người chịu trách nhiệm » nếu như chính họ không phải là người chịu trách nhiệm, và phải làm một báo cáo về những đề tài thảo luận của họ. Như vậy, tôi nghĩ là tất cả người nghe nào có ý định nói chuyện với tôi một hay vài lần đều có khả năng thực hiện nó. Để có một ví dụ khác về thói quen tập thể ở Việt Nam DCCH, tôi lưu ý rằng khoảng gần cuối kỳ làm việc của tôi đã có một buổi trao đổi chung dự kiến có sự tham dự của tất cả những người đã nghe giảng, buổi trao đổi mà mục đích là để mỗi người xác định rõ tác dụng chính xác cho riêng họ từ các bài giảng mà họ đã nghe. Chắc hẳn là phần lớn chúng ta sẽ cảm thấy phiền toái khi phải trả lời nếu người ta đặt ra cho ta những câu hỏi như vậy sau một bài giảng hay một semina.

Có lẽ cũng thú vị nếu kể ra đây chi tiết chương trình của các bài giảng của rôi, một chương trình đã được xây dựng cùng với các đồng nghiệp Việt Nam:

1) Các bài giảng định hướng chung.

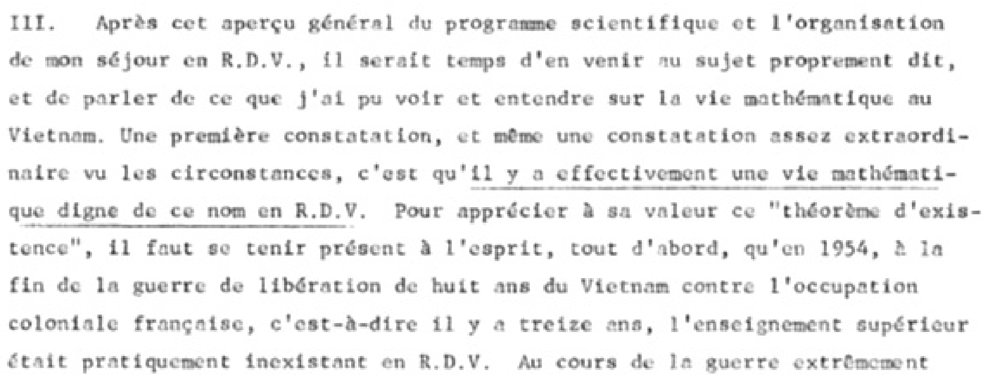
Thứ Hai ngày 13: Đào tạo những người nghiên cứu toán và điều kiện chung cho nghiên cứu khoa học.
Thứ Ba ngày 14: Khái niệm lược đồ.
Thứ Tư ngày 15: Giải tích hàm.
Thứ Năm ngày 16: Đại số đồng điều.
Thứ Sáu ngày 17: Đại số đồng điều. Lý thuyết bó.
Thứ Hai ngày 20: Tô pô (và đại số).
Thứ Hai ngày 27 và thứ năm ngày 30: Giả thuyết của Weil (tổng cộng bốn giờ).

2) Các semina chi tiết hơn.

a) Tích tenxơ tô pô và các không gian hạch (hai ngày).
b) Đại số đồng điều (bảy ngày).

Các ý tưởng của các bài giảng trong hội thảo này đều trong phạm vi đã biết và phần lớn đã được công bố trên giấy trắng mực đen của các tạp chí có tiếng. Vì lý do này, tôi nghĩ kỳ làm việc của tôi có ích về mặt tinh thần, như một kích thích với những người bạn toán Việt Nam của chúng ta, hơn là về mặt kế hoạch thâu nhận kiến thức hữu hiệu. Và những bài giảng định hướng chung rõ ràng có ích hơn nhiều những bài giảng nhiều kỹ thuật trong hai semina. Trong một đất nước vì hoàn cảnh bắt buộc mà có ít quan hệ với bên ngoài (nếu ta không tính những trận bom bi trong số các quan hệ đó), điều đặc biệt khó khăn đối với một nhà toán học ít kinh nghiệp là tự định hướng trong hằng hà những hướng đi khác nhau, là phân biệt được đâu là vấn đề đáng quan tâm và không đáng quan tâm. Có thể hữu ích đối với họ khi được nghe những sự thật như, chẳng hạn, Tô pô đại cương phải được xem như một ngôn ngữ không thể thiếu và chỉ thế thôi chứ không phải là một ngành khoa học đòi hỏi các nghiên cứu khác, và việc hiểu biết về một số hướng trong chuyên ngành đó chỉ liên hệ với bản thân Tô pô mà thôi. Hoặc là Giải tích hàm vẫn còn mang đến một số vấn đề thú vị cho các chuyên gia, nhưng không cần thiết phải dành hết đời mình cho giải tích hàm, vv. Đáng tiếc thay, khả năng hạn chế của mình đã cản trở tôi có thể trở nên hữu ích cho những đồng nghiệp Việt Nam làm giải tích, và cũng vậy với các “nhà đại số”. Chắc chắn sẽ rất hữu ích nếu một nhà giải tích kỳ cựu, như L. Schwartz hay B. Malgrange chẳng hạn, có thể làm một chuyến đi Việt Nam DCCH như tôi đã làm. Những người Việt Nam (có trách nhiệm cũng như các nhà toán học đầu ngành) tuyên bố với tôi rằng họ sẽ vô cùng hài lòng được đón tiếp những nhà toán học Pháp khác, ngay khi các hoàn cảnh cho phép. Đáng buồn thay điều đó có vẻ không thành hiện thực trong một tương lai gần vì sự tăng cường của các trận oanh tạc từ tháng Mười vừa qua (nó cũng đã làm hủy chuyến đi dự định vào tháng Mười một của tôi; chỉ là do sơ suất, vì không biết chuyện hủy này, mà dù sao cuối cùng tôi đã đến được Hà Nội vì nhận được sự ưu tiên của các cấp có thẩm quyền Việt Nam, những người đã muốn tránh cho tôi phải trở về Paris tay không!).

III. Sau những nhìn nhận chung về chương trình khoa học và việc tổ chức chuyến đi của tôi ở Việt Nam DCCH, đã đến lúc quay về chủ đề chính và nói về những gì tôi có thể thấy và nghe được về đời sống toán học ở Việt Nam. Một phát hiện đầu tiên, và thậm chí là một phát hiện đáng kinh ngạc khi xét đến hoàn cảnh, đó là đã thực sự có một đời sống toán học xứng đáng với tên gọi của nó ở Việt Nam DCCH. Để đánh giá đúng giá trị của "Định lý tồn tại" này, cần phải ghi nhớ rằng, trước hết vào năm 1954 khi kết thúc cuộc chiến tranh giải phóng kéo dài tám năm của Việt Nam chống lại sự chiếm đóng của thực dân Pháp, nghĩa là cách đây 13 năm, giáo dục đại học hầu như không tồn tại ở Việt Nam DCCH. Trong cuộc chiến tranh vô cùng khốc liệt 1946-1954, nỗ lực chính của việc giảng dạy là xóa nạn mù chữ cho quần chúng nông dân trên diện rộng, những năm tiếp theo đó nỗ lực này được duy trì liên tục để đạt được mục tiêu cuối cùng, cho đến khoảng năm 1958 khi đã xoá hết nạn mù chữ ở các vùng đồng bằng. (Xem "Giáo dục ở Việt Nam DCCH", trong Nghiên cứu về Việt Nam, tháng Năm 1965, có những nghiên cứu rất thú vị về các vấn đề của việc giảng dạy ở Việt Nam DCCH cho đến năm 1965). Vào thời gian đó, nếu tôi không nhầm, ở Việt Nam DCCH có một và duy nhất một nhà toán học có bằng tiến sĩ: ông Lê Văn Thiêm, ông đã làm luận án tiến sĩ ở Pháp vào khoảng năm 1942, và rồi đã quay trở về Việt Nam (trong chiến tranh). Một nhà toán học khác ít nhiều tự học (mà tôi đã nói đến), Tạ Quang Bửu, thì lại ngập đầu với công việc của Bộ trưởng Bộ quốc phòng; (chính ông đã ở đoàn Việt Nam để ký Hiệp ước Genève năm 1954). Như vậy là phải xây dựng nền giáo dục đại học gần như từ số không. Phương pháp được áp dụng (và chắc hẳn là phương pháp duy nhất khả thi) là gửi thanh niên sang học đại học ở các nước xã hội chủ nghĩa, nhất là ở Liên bang Xô Viết. Trong số khoảng một trăm giảng viên toán ở Đại học Tổng hợp và Đại học sư phạm, khoảng 30 người đã được đào tạo như vậy ở nước ngoài trong khoảng thời gian từ bốn đến sáu năm. Họ có trình độ của bằng "tiến sĩ candidate" của Nga, bằng này có lẽ hơi thấp hơn bằng tiến sĩ Pháp một chút (phải có một bằng khác trình độ cao hơn thì mới đủ điều kiện để có một ghế ở trường Đại học). Điều đó có nghĩa là mỗi người đều đã phải công bố một công trình khoa học hoặc thậm chí là hai, thường là trong một tạp chí xô viết hoặc của một nước Đông Âu. (Trong những năm gần đây, họ cũng công bố trực tiếp bằng tiếng Việt, và khi tôi ra đi thì nhận được một tập các bản in rời công bố bằng tiếng Việt). Trong số họ có rất ít người có chức danh giáo sư, hầu hết là có chức danh giảng viên. Còn khoảng ba mươi người khác đang tu nghiệp về toán vẫn đang ở nước ngoài, và họ sẽ trở về Việt Nam DCCH trong vòng vài năm tới sau khi học xong. Hai phần ba đội ngũ giảng viên toán hiện nay đã được đào tạo tại chỗ trong những năm gần đây. Đó là những giảng viên vẫn còn ít kinh nghiệm giảng dạy và còn ít hơn nữa kiến thức toán. Sự gia tăng số lượng sinh viên toán (năm trăm chỉ tính riêng trường Đại học sơ tán của Hà Nội) và sự tản mác bắt buộc trong điều kiện chiến tranh kể từ khi chiến tranh leo thang - sự tản mác đòi hỏi phải có trung bình một giảng viên trên mười sinh viên - đã đặt ra những vấn đề gấp rút trong việc đào tạo các giảng viên (cũng tương tự như những vấn đề ở mọi cấp của giáo dục từ ngày thành lập nước Việt Nam Dân chủ Cộng hoà năm 1945). Như vậy là phần lớn giảng viên còn ít nhiều bỡ ngỡ trước các bài kiểm tra trong chương trình mà chính họ sẽ phải giảng dạy, gần như không có sự chuyển tiếp.



III. Après cet aperçu général du programme scientifique et l'organisation de mon séjour en R.D.V., il serait temps d'en venir au sujet proprement dit, et de parler de ce que j'ai pu voir et entendre sur la vie mathématique au Vietnam. Une première constatation, et même une constatation assez extraordinaire vu les circonstances, c'est qu'il y a effectivement une vie mathématique digne de ce nom en R.D.V. Pour apprécier à sa valeur ce "théorème d'existence", il faut se tenir présent à l'esprit, tout d'abord, qu'en 1954, à la fin de la guerre de libération de huit ans du Vietnam contre l'occupation coloniale française, c'est-à-dire il y a treize ans, l'enseignement supérieur était pratiquement inexistant en R.D.V. Au cours de la guerre extrêmement

Câu “đã thực sự có một nền toán học đúng nghĩa ở nước VN DCCH” được gạch chân. *Nguồn: Internet*

Một hoàn cảnh thứ hai khiến cho việc tồn tại một đời sống toán học ở Việt Nam DCCH trở nên phi thường là những điều kiện sống và làm việc cực kỳ khó khăn do sự leo thang chiến tranh của người Mỹ gây ra. Cần phải nhớ lại rằng, không tính đến Hà Nội, tất cả các thành phố khác của Việt Nam DCCH đã hầu như bị tàn phá, và từ đầu năm người ta đã dự đoán việc ngay chính Hà Nội cũng sẽ chịu sự tàn phá là một khả năng có thể xảy ra, đến nỗi mà một nửa dân số Hà Nội đã sơ tán ở các vùng nông thôn, cũng như các cơ quan hành chính trọng yếu, bao gồm cả của cơ quan giáo dục. Các khoa khác nhau của Trường đại học Tổng hợp Hà Nội (hay của hai trường Sư phạm) đã tản mác đi đến các ngôi làng khác nhau. Sự xuất hiện của Trường đại học ở làng này hay làng khác được giữ bí mật nghiêm ngặt, mỗi làng đều coi như không biết gì về sự tồn tại của việc giáo dục này khác ở các làng bên cạnh và ngay cả tại chỗ mình: nhờ một sự kỷ luật cực kỳ nghiêm ngặt mà vị trí của các ngôi làng này đã không bị người Mỹ phát hiện và vì thế mà chúng còn chưa bị những cuộc tấn công có hệ thống cào bằng. Cuộc sống ở đây rất đơn sơ. Tất cả mọi người, những người phụ trách chính của trường đại học, các giảng viên hay sinh viên sống trong những túp lều của nông dân làm bằng tre, với những bức tường bằng bùn và nền bằng đất nện giữa những khung cửa sổ luôn bị bật tung mỗi khi gió thổi. Một số sống ở nhà nông dân, số khác sống trong những nhà tập thể thường do chính họ dựng nên. Điện để chiếu sáng chưa được biết đến, người ta chiếu sáng bằng đèn dầu, nước sinh hoạt được lấy từ giếng. Như hầu hết những người dân khác, rất ít giảng viên sống cùng gia đình: chồng làm việc một nơi, vợ và các con sơ tán ở một nơi khác, hoặc là vợ làm việc một nơi và các con thì gửi cho một người thân trong gia đình ở một nơi thứ ba. Gia đình chỉ đoàn tụ khi có dịp và có khi chỉ một ngày mỗi tháng, và họ thường phải mất hàng chục giờ để đi và về, lại còn bằng xe đạp. Việc di chuyển chủ yếu vào ban đêm để tránh bị ném bom trên đường giữa ban ngày. Những con đường liên tục bị tàn phá rồi sửa chữa, nên cách tốt nhất để di chuyển một mình là đi xe đạp, người ta có thể cõng nó trên vai không khó khăn để có thể vượt qua những đoạn đường bị phá. Ở làng mạc cũng như ở thành phố người ta luôn sống với nỗi ám ảnh sẽ xuất hiện một cuộc tấn công trên không. Rất thường xuyên, khi trời đẹp, trường đại học bị những máy bay địch phát hiện, rồi chúng thả bom, một cách ngẫu nhiên, để xả hết bom trước khi trở về căn cứ, và đôi khi làm bị thương hay làm chết những người dân thường. Tháng trước khi tôi đến đây, hai trẻ em nông dân đã bị giết chết như vậy. Cho đến nay, hiện chưa có một cuộc không kích nào nhằm vào một trong các ngôi làng nơi sơ tán của trường đại học Tổng hợp hay hai trường Sư phạm. Giống như ở các nơi khác, các giảng viên được đào tạo "tự vệ" để sử dụng súng trường chống lại các cuộc không kích có thể đến. Tất cả mọi người đều dự phòng tự bảo vệ chống lại bom bi bằng cách đội mũ chống-bi, nhưng ở nông thôn khá yên tĩnh nên các hướng dẫn an toàn không phải lúc nào cũng được chỉ dẫn. Tuy nhiên có những hầm gia đình ở gần tất cả các lều, những hầm này chôn dưới đất, có mái bằng tre được phủ bằng đất, rất hiệu quả để chống lại những sức ép của các quả bom và các vụ nổ. Sự đề phòng các tình huống bất ngờ được thực hiện ở các phòng học hay phòng họp, cũng giống như trong các lớp học của trẻ em. Có một hệ thống giao thông hào, thường bắt đầu từ trong phòng và được che chắn ở bên ngoài, cho phép việc sơ tán từ trong phòng mà không bị máy bay địch phát hiện. Những giao thông hào này phổ biến nhất ở ngay dưới ghế băng, nằm về hai phía của phòng, cho phép mọi người có thể trú ẩn ngay lập tức khi có tấn công. Những phòng học thường nằm một nửa dưới mặt đất, phần tường bằng bùn trên mặt đất được gia cố bằng một lớp đất khô, dày khoảng một mét để bảo vệ khỏi các vụ nổ. Mái nhà là phần yếu nhất vì dễ bị xuyên thủng do các vụ nổ, đặc biệt là của loại bom chùm, chúng thường nổ từ trên cao khoảng vài mét để sát thương dân chúng một cách hiệu quả. Vấn đề ứng dụng khoa học, đối với các nhà toán học là đơn giản, đang đặt ra hàng loạt câu hỏi cho các đồng nghiệp ở những khoa khác. Vậy mà tôi đã thấy một phòng thí nghiệm hóa học đang hoạt động với khoảng hai mươi sinh viên đang làm thí nghiệm về thắp sáng bằng đèn dầu (thậm chí rất hoàn hảo, với công suất sáng tương đương bóng đèn điện loại mạnh). Ông Nguyễn Hoàn, trưởng khoa hóa, đã làm tôi rất ngưỡng mộ khi thấy trong phòng thí nghiệm của ông nước máy được chứa trong thùng xăng của một máy bay Mĩ đã bị bắn hạ ở trong vùng, thùng chứa này đã được ngụy trang kỹ bởi một mái bằng tre để tránh tầm nhìn từ trên cao. Những học trò của ông đến lượt mình làm việc "bơm vặt", để làm đầy một thùng chứa với một bơm tay bơm nước đến từ một thùng chứa thấp hơn, lấy nước từ một nguồn nước. Trong những trường hợp cần thiết, trong phòng thí nghiệm, người ta cũng trang bị điện từ máy nổ.

Thực phẩm được tiết kiệm một cách nghiêm ngặt, tuy nhiên vẫn chưa đến nỗi như những gì chúng ta biết ở Pháp trong cuộc chiến vừa qua. Mọi người trông không đến nỗi đói khổ, ở thành phố cũng như ở nông thôn. Những việc đồng áng có vẻ diễn ra với nhịp độ bình thường. Một số công việc được thực hiện vào đêm để tránh máy bay. Các giảng viên cũng như sinh viên được đề nghị chăn nuôi (gà, thỏ, v.v.) và làm vườn, để giúp giải quyết vấn đề lương thực; các giảng viên dành ra khoảng nửa giờ mỗi ngày, sinh viên thì nhiều hơn. Nhìn chung tôi có cảm giác rằng những nhu cầu thiết yếu về ăn, mặc, ở, chăm sóc y tế vẫn được đảm bảo cho mọi người, hoặc hầu hết mọi người, không chỉ riêng cho các cán bộ nhờ có những cố gắng trong việc tổ chức và sự bền bỉ phi thường.

Như tôi đã nói, lịch làm việc của một đồng nghiệp Việt Nam là rất dày đặc. Anh ta phải giảng dạy mười hai tiếng mỗi tuần, thêm vào đó thời gian di chuyển đôi khi rất lớn do những làng nơi anh ta giảng dạy có thể khá xa nhau. Ngoài ra còn có khá nhiều những cuộc họp chung mà anh ta phải tham gia. Mỗi tuần có hai buổi họp ba tiếng dành cho việc thảo luận chung để những giảng viên có kinh nghiệm giúp đỡ những người mới giải quyết các vấn đề của họ trong việc giảng dạy. Khi những vấn đề chung đã được thảo luận xong, thật khó hình dung còn chuyện gì để bàn trong những buổi họp như vậy, trong trường hợp khả dĩ những người "lớn tuổi" giúp đỡ những người trẻ hơn giải quyết các bài toán của họ, những người này đến lượt mình lại giao cho sinh viên; trong những trường hợp tệ hơn họ cố gắng phát hiện với ít nhiều niềm tin vai trò của chủ nghĩa duy vật biện chứng trong nhánh này hay nhánh khác của toán học. Mỗi tuần còn có một buổi chiều dành cho bài giảng nâng cao về chủ nghĩa Marx-Lenin, tổng cộng khoảng sáu tiếng (hai buổi ba tiếng), dường như tất cả các giảng viên chủ chốt đều phải tham dự, gồm cả những người đã có dịp hoàn thiện môn học này từ mười năm hay hơn nữa. Nói chung, đời sống chính trị có ảnh hưởng vô cùng lớn tới đời sống cá nhân cũng như đời sống chuyên môn của từng người, và hiển nhiên rằng ngay cả khi không tính đến những hoàn cảnh do chiến tranh tạo nên, thì điều đó cũng đã gây ra cho những người bạn Việt Nam của chúng ta sự thiếu hụt trầm trọng của hoạt động sáng tạo trí tuệ, những hoạt động cần nỗ lực liên tục và không chia sẻ. Ngoài những hoạt động chính trị kể trên và một số hoạt động khác tùy theo hoàn cảnh, còn những việc vặt khác bởi hoàn cảnh chiến tranh: sửa chữa nhà cửa hỏng hóc do thời thiết, đào giao thông hào, tiếp nhiên liệu, và thêm cả việc làm vườn, chăn nuôi đã kể trên. Với tất cả những việc đó, những đồng nghiệp Việt Nam của chúng ta chỉ còn lại một ngày mỗi tuần mà anh ta có thể dành cho công việc cá nhân, để nâng cao hiểu biết của mình và nếu thuận tiện thì còn có thể nghiên cứu nữa. Và rất hiếm khi anh ta thật sự có một ngày thảnh thơi trọn vẹn.

(còn nữa)

Người dịch: **Phan Thị Hà Dương** (Viện Toán học)
Viết lời tựa: **Ngô Việt Trung**

Tin tức hội viên và hoạt động toán học

LTS: *Để tăng cường sự hiểu biết lẫn nhau trong cộng đồng các nhà toán học Việt Nam, Tòa soạn mong nhận được nhiều thông tin từ các hội viên HTHVN về chính bản thân, cơ quan hoặc đồng nghiệp của mình.*

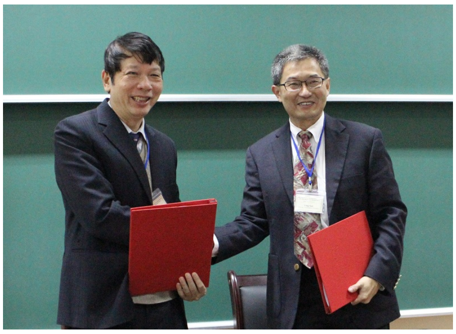
Ngày 22/12/2014 tại Hà Nội đã diễn ra lễ ký thỏa thuận hợp tác giữa Hội Toán học Việt Nam và Hội Toán học Đài Loan. Nội dung chính của bản thỏa thuận bao gồm

- Hai hội toán học trao đổi đại diện hai năm một lần để trao đổi khoa học và thảo luận hợp tác.

- Tăng cường hợp tác về toán học giữa hai nước, hỗ trợ các hoạt động chung trong trường hợp cần thiết để thúc đẩy trao đổi giữa các hội viên của hai hội.

- Tạo điều kiện trao đổi các nhà nghiên cứu và sinh viên giữa hai nước, trao đổi định kỳ các tạp chí do hai hội xuất bản (Vietnam Journal of Mathematics; Taiwanese Journal of Mathematics), tổ chức các hội nghị chung Việt Nam-Đài Loan.

Thỏa thuận hợp tác giữa Viện NCCC về Toán (VIASM) và ĐH Kỹ thuật Nanyang (NTU), Singapore, đã được ký kết ngày 27/12/2014 tại Hà Nội nhân dịp Hội thảo Toán rời rạc NTU-VIASM lần thứ nhất. Hai cơ quan đã đồng ý ba nội dung chính trong quan hệ hợp tác: (1) Trao đổi nhân sự cho các mục đích nghiên cứu, giảng dạy và thảo luận; (2) Trao đổi thông tin bao gồm về thư viện và xuất bản; (3) Các hoạt động nghiên cứu chung.



GS. Nguyễn Hữu Dư và GS. Ling San tại buổi ký kết. *Nguồn: Viện NCCC về Toán*

Danh sách giáo sư và phó giáo sư năm nay đã được thông qua tại kỳ họp ngày 13/1/2015 của Hội đồng Chức danh Giáo sư Nhà nước. Đây là kỳ họp đầu tiên của Hội đồng Chức danh nhiệm kỳ 2014-2019.

Năm nay ngành Toán học có 15 người đăng ký công nhận chức danh trong đó có 3 ứng viên cho chức danh giáo sư và 12 ứng viên cho chức danh phó giáo sư. Kết quả đã có 9 ứng viên được công nhận chức danh giáo sư và phó giáo sư, đạt tỷ lệ 60%. Danh sách cụ thể như sau

Giáo sư

1. Bùi Xuân Hải (Trường đại học KHTN - ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh, Đại số).
2. Nguyễn Minh Trí (Viện Toán học, Phương trình vi phân).

Phó giáo sư

1. Nguyễn Thị Dung (Trường đại học Nông Nghiệp - ĐH Thái Nguyên, Đại số).
2. Nguyễn Ngọc Hải (Đại học Quốc tế - ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh, Tối ưu).
3. Lê Văn Hiện (ĐH Sư phạm Hà Nội, Phương trình đạo hàm riêng).
4. Trần Đình Kế (ĐH Sư phạm Hà Nội, Phương trình đạo hàm riêng).
5. Hà Trần Phương (Trường đại học Sư phạm - ĐH Thái Nguyên, Giải tích).
6. Lê Văn Thành (ĐH Vinh, Xác suất).
7. Trịnh Tuân (ĐH Điện lực, Giải tích).

Thông tin luận án

Danh sách các nghiên cứu sinh đã bảo vệ thành công luận án tiến sỹ ngành toán tại Trường đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG Hà Nội từ năm 2010:

1. Võ Thị Như Quỳnh
CN: Đại số và Lý thuyết số
Tên luận án: *Toán tử squaring trong nghiên cứu đối đồng điều của đại số Steenrod và đồng cấu Lannes - Zarati*
CBHD: GS.TSKH. Nguyễn Hữu Việt Hưng
Ngày bảo vệ: 8/6/2010

2. Nguyễn Thành Chung
CN: Phương trình vi phân và tích phân

Tên luận án: *Sự tồn tại nghiệm yếu của một lớp phương trình và hệ phương trình elliptic không tuyến tính với hệ số không trơn trong* $\mathbb{R}^n$
CBHD: PGS.TS. Hoàng Quốc Toàn
Ngày bảo vệ: 25/08/2010

3. Đào Phương Bắc
CN: Phương trình vi phân và tích phân
Tên luận án: *Số học, hình học của nhóm đại số và các không gian thuần nhất liên quan trên trường số học*
CBHD: PGS.TS. Nguyễn Quốc Thắng
Ngày bảo vệ: 11/9/2010

4. Trần Mạnh Cường
CN: Lý thuyết xác suất và Thống kê toán học
Tên luận án: *Thác triển toán tử ngẫu nhiên trong không gian Banach khả ly*
CBHD: GS.TSKH. Đặng Hùng Thắng - PGS.TS. Phan Viết Thư
Ngày bảo vệ: 10/6/2011

5. Tống Thành Trung
CN: Phương trình vi phân và tích phân
Tên luận án: *Nghiên cứu dáng điệu tiệm cận của động học các quần thể được mô tả bởi phương trình vi phân*
CBHD: GS.TS. Nguyễn Hữu Dư - TS. Trịnh Tuấn Anh
Ngày bảo vệ: 28/06/2011

6. Trịnh Thị Thúy Giang
CN: Bảo đảm TH cho MT & HTTT
Tên luận án: *Một số thuật toán lập lịch để phân phối tài nguyên trong hệ thống tính toán lưới*
CBHD: PGS.TS. Nguyễn Thanh Thủy - PGS.TS. Hoàng Chí Thành
Ngày bảo vệ: 28/07/2011

7. Nguyễn Tất Thắng
CN: Hình học và Tô pô
Tên luận án: *Các tính chất tô pô của ánh xạ đa thức*
CBHD: PGS. TSKH. Hà Huy Vui
Ngày bảo vệ: 7/9/2011

8. Phan Hoàng Chơn
CN: Đại số và Lý thuyết số
Tên luận án: *Một số vấn đề về đại số Steenrod*
CBHD: TS. Lê Minh Hà - GS.TSKH. Nguyễn Hữu Việt Hưng
Ngày bảo vệ: 4/2/2012

9. Nguyễn Thanh Hồng
CN: Toán giải tích
Tên luận án: *Các phép biến đổi tích phân kiểu tích chập suy rộng Fourier, Fourier cosine, Fourier sine và ứng dụng*
CBHD: PGS.TS. Nguyễn Xuân Thảo, GS.TS. Nguyễn Văn Mậu
Ngày bảo vệ: 1/3/2012

10. Nguyễn Tiến Dũng
CN: Lý thuyết xác suất và Thống kê toán học
Tên luận án: *Một số quá trình ngẫu nhiên phân thứ và ứng dụng trong tài chính*
CBHD: PGS.TS. Trần Hùng Thao
Ngày bảo vệ: 28/04/2012

11. Đỗ Đức Thuận
CN: Toán giải tích
Tên luận án: *Một số bài toán của các hệ động lực chịu miễn*
CBHD: GS.TSKH. Nguyễn Khoa Sơn
Ngày bảo vệ: 26/04/2012

12. Bùi Thị Giang
CN: Toán giải tích
Tên luận án: *Tích chập của một số phép biến đổi tích phân với nhân lượng giác và ứng dụng*
CBHD: PGS.TS. Nguyễn Minh Tuấn
Ngày bảo vệ: 16/06/2012

13. Nguyễn Thị Thu Huyền
CN: Toán giải tích
Tên luận án: *Tích chập của một lớp các phép biến đổi tích phân và tính giải được của một lớp phương trình toán tử, phương trình tích phân*
CBHD: PGS.TS. Nguyễn Minh Tuấn
Ngày bảo vệ: 18/07/2012

14. Vũ Nhật Huy
CN: Toán giải tích
Tên luận án: *Nguyên cứu các tính chất của hàm số thông qua giá của phép biến đổi Fourier*
CBHD: GS.TSKH. Hà Huy Bảng
Ngày bảo vệ: 6/8/2012

15. Nguyễn Chí Liêm
CN: Toán giải tích
Tên luận án: *Tính ổn định của phương trình động học ẩn trên Time Scales*
CBHD: GS.TS. Nguyễn Hữu Dư - PGS. TS. Vũ Hoàng Linh
Ngày bảo vệ: 27/08/2012

16. Tạ Ngọc Ánh
CN: Lý thuyết xác suất và Thống kê toán học
Tên luận án: *Một số vấn đề về phương trình toán tử ngẫu nhiên*
CBHD: GS.TSKH. Đặng Hùng Thắng
Ngày bảo vệ: 30/08/2012

17. Nguyễn Huy Hoàng
CN: Phương trình vi phân và tích phân
Tên luận án: *Một số lớp nghiệm tường minh của*

phương trình truyền sóng phi tuyến
CBHD: PGS.TS. Hà Tiến Ngoạn - PGS.TS. Hoàng Quốc Toàn
Ngày bảo vệ: 25/12/2012

18. Cao Văn Chung
CN: Toán học tính toán
Tên luận án: *Phương pháp song song giải một số bài toán không chỉnh*
CBHD: GS.TSKH. Phạm Kỳ Anh - PGS.TS. Nguyễn Bường
Ngày bảo vệ: 25/01/2013

19. Phan ĐứcTuấn
CN: Toán giải tích
Tên luận án: *Phép biến đổi tích phân dạng Fourier và ứng dụng giải một số phương trình vi - tích phân trong các bài toán kỹ thuật*
CBHD: PGS.TS. Nguyễn Minh Tuấn
Ngày bảo vệ: 17/01/2013

20. Lê Hoàng Sơn
CN: Bảo đảm TH cho MT & HTTT
Tên luận án: *3D Geographical Information System for the Analysis, Placement and Optimization of Resources*
CBHD: PGS.TS. Nguyễn Đình Hóa, GS.TS. Pier Luca Lanzi
Ngày bảo vệ: 27/08/2013

21. Nguyễn Quang Thanh
CN: Bảo đảm TH cho MT&HTTT
Tên luận án: *Khai thác dữ liệu chuỗi theo thời gian*
CBHD: PGS.TS. Hoàng Chí Thành
Ngày bảo vệ: 30/08/2013

22. Đặng Quyết Thắng
CN: Bảo đảm TH cho MT & HTTT
Tên luận án: *Một số vấn đề lý thuyết và ứng dụng của các mô hình otomat nâng cao*
CBHD: PGS.TS. Phan Trung Huy
Ngày bảo vệ: 30/10/2013

23. Lê Văn Dũng
CN: Lý thuyết xác suất và Thống kê toán học
Tên luận án: *Một số dạng luật số lớn cho dãy biến ngẫu nhiên một hay nhiều chỉ số nhận giá trị trong không gian Banach*
CBHD: GS.TSKH. Nguyễn Duy Tiến
Ngày bảo vệ: 12/9/2013

24. Vũ Tiến Việt
CN: Lý thuyết xác suất và Thống kê toán học
Tên luận án: *Hệ động lực ngẫu nhiên ẩn và áp dụng*
CBHD: GS.TS. Nguyễn Hữu Dư - TS. Nguyễn Hồng Hải
Ngày bảo vệ: 25/02/2014

25. Trịnh Thị Minh Hằng
CN: Phương trình vi phân và tích phân
Tên luận án: *Ứng dụng phương pháp biến phân nghiên cứu sự tồn tại nghiệm của bài toán Neumann đối với phương trình và hệ phương trình elliptic không tuyến tính*
CBHD: PGS.TS. Hoàng Quốc Toàn
Ngày bảo vệ: 8/10/2014

26. Nguyễn Tiến Dũng
CN: Bảo đảm TH cho MT & HTTT
Tên luận án: *Giải hệ phương trình kích thước lớn và điều kiện xấu trên bó máy tính*
CBHD: GS.TSKH. Phạm Kỳ Anh
Ngày bảo vệ: 11/12/2014

Thông tin hội nghị

Hội nghị toàn quốc lần thứ V "Xác suất - Thống kê: nghiên cứu, ứng dụng và giảng dạy" sẽ được tổ chức từ 23-25/5/2015 tại Đà Nẵng. Đây là sinh hoạt khoa học qui mô toàn quốc của các nhà khoa học hoạt động nghiên cứu, ứng dụng và giảng dạy Xác suất và Thống kê cũng như những lĩnh vực liên quan. Hội nghị lần này được phối hợp tổ chức giữa Viện Nghiên cứu Cao cấp về Toán, Viện Toán học, Trường đại học KHTN - ĐHQG Hà Nội và Đại học Sư phạm Đà Nẵng.

Thời hạn đăng ký là 21/4/2015 và gửi tóm tắt là 11/4/2015. Thông tin chi tiết xem tại http://viasm.edu.vn/hdkh/xstk2015

Dành cho các bạn trẻ

LTS: "*Dành cho các bạn trẻ*" *là mục dành cho Sinh viên, Học sinh và tất cả các bạn trẻ yêu Toán. Tòa soạn mong nhận được các bài viết hoặc bài dịch có giá trị cho chuyên mục.*

ĐỊNH LÝ TURAN

(tiếp theo)

Trần Minh Hiền (Trường THPT chuyên Quang Trung, Bình Phước)

3. ÁP DỤNG TRỰC TIẾP ĐỊNH LÝ TURAN

Bài toán sau đây là một ví dụ được nhiều người biết đến.

Bài toán 1. *Giả sử $x_1, x_2, \ldots, x_n$ là các số thực. Chứng minh rằng có không quá $\dfrac{n^2}{4}$ cặp $(i, j) \in \{1, 2, \ldots, n\} \times \{1, 2, \ldots, n\}$ sao cho $i < j$ và $1 < |x_i - x_j| < 2$.*

Phân tích và giải.

- *Đây là bài toán đại số. Kết luận bài toán liên quan đến $\dfrac{n^2}{4}$, một kết quả giống kết luận định lý Mantel. Do đó ta nghĩ đến có thể mô hình hóa bài toán về ngôn ngữ đồ thị.*

Xét đồ thị G với các đỉnh là $1, 2, \ldots, n$. Hai đỉnh i, j được gọi là kề nhau (tức có cạnh ij) nếu thỏa mãn

$$1 < |x_i - x_j| < 2.$$

- *Ta đã chuyển **một cặp** (i, j) **mà** $1 < |x_i - x_j| < 2$ **thành một cạnh trong đồ thị** G. Kết luận của bài toán là khẳng định G có không quá $\frac{n^2}{4}$ cạnh.*

Điều này sẽ được suy ra nếu ta chứng minh được đồ thị G không chứa tam giác. Để chứng minh G không chứa tam giác, ta dùng phản chứng.

Giả sử G chứa tam giác, tức là ta tìm được 3 đỉnh i, j, k kề nhau đôi một. Do đó

$$1 < |x_i - x_j|, |x_j - x_k|, |x_i - x_k| < 2.$$

Do tính đối xứng, ta có thể giả sử $x_i < x_j < x_k$. Theo bất đẳng thức trên thì

$$x_j - x_i > 1, \quad x_k - x_j > 1 \Rightarrow x_k - x_i > 2,$$

mâu thuẫn với $1 < |x_i - x_k| < 2$. Vậy G không chứa tam giác. Bài toán được giải quyết xong. □

Bài toán 2 (IMO 2003). *Cho A là một tập con chứa 101 phần tử của tập*

$$S = \{1, 2, \ldots, 1000000\}.$$

Chứng minh rằng tồn tại các số $t_1, t_2, \ldots, t_{100}$ trong S sao cho các tập hợp

$$A_j = \{x + t_j | x \in A\}, \quad j = 1, 2, \ldots, 100$$

rời nhau đôi một.

Phân tích và giải.

- Đặt

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_{100}\} \quad \text{với } a_i \in S.$$

- *Bài toán liên quan đến chứng minh tồn tại 100 phần tử trong S, sao cho 100 tập hợp dạng A_i tương ứng với 100 phần tử đó, có tính chất **hai tập hợp tùy ý có giao khác rỗng**. Chuyển qua ngôn ngữ đồ thị thì đây là K_{100}. Điều này dẫn dắt ta xây dựng mô hình đồ thị cho bài toán.*

Xét đồ thị G với tập đỉnh là S. Vậy G có 10^6 đỉnh. Hai đỉnh i, j trong G là hai đỉnh kề nhau (tức có cạnh ij) khi

$$\{a_1+i, \ldots, a_{101}+i\} \cap \{a_1+j, \ldots, a_{101}+j\} = \emptyset.$$

- *Bài toán đưa về chứng minh tồn tại K_{100}. Ta tìm thấy ứng dụng của định lý Turan ở đây.*

Để chứng minh G chứa K_{100} ta cần chứng minh số cạnh của G thỏa mãn

$$E(G) > \frac{98}{99} \cdot \frac{10^{12}}{2}.$$

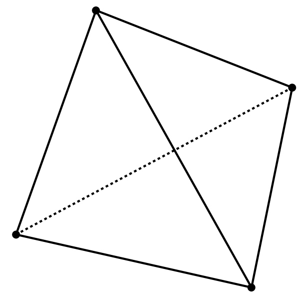
- *Do đó chỉ cần tính được số cạnh của G. Muốn tính số cạnh của G cần quan tâm có bao nhiêu cặp đỉnh kề nhau.*
Với i là đỉnh tùy ý trong G, khi đó đỉnh j trong G kề với i nếu
$$\{a_1+i,\ldots,a_{101}+i\}\cap\{a_1+j,\ldots,a_{101}+j\}=\emptyset.$$
Một cách tương đương, nếu $a_k+i\neq a_l+j$ với mọi $1\le k\le l\le 101$ thì $j\neq i+a_k-a_l$, với mọi $1\le k\le l\le 101$.
- *Do $a_i\in A$ với mọi $i=1,2,\ldots,101$, tập A chứa 101 phần tử khác nhau. Vậy thì hiệu a_k-a_i nhận nhiều nhất là bao nhiêu giá trị?*
Vì $a_k,a_l\in A$ nên có nhiều nhất 101×100 số dạng a_k-a_l. Do đó, khi đỉnh i cố định, biểu thức $i+a_k-a_l$ nhận nhiều nhất 101×100 giá trị. Suy ra, số các đỉnh j kề với i không ít hơn
$$10^6-100\times 101.$$
Suy luận trên cho thấy mọi đỉnh trong G đều có bậc ít nhất là $10^6-100\times 101$.
- *Từ thông tin bậc của mỗi đỉnh, ta suy ra số cạnh của G.*
Vì mỗi đỉnh có ít nhất $10^6-100\times 101$ cạnh xuất phát từ nó. Do đó, theo định lý Turan thì số cạnh của đồ thị phải thỏa mãn
$$|E(G)|\ge\frac{10^6(10^6-100\times 101)}{2}.$$
Dễ dàng kiểm tra được rằng
$$\frac{10^6(10^6-100\times 101)}{2}>\frac{98}{99}.\frac{10^{12}}{2},$$
Từ đó ta có điều phải chứng minh. □

Bài toán 3 (Trung Quốc TST 1987). *Nếu một đồ thị G có $2n$ đỉnh $(n\ge 2)$ và có n^2+1 cạnh. Chứng minh rằng G sẽ chứa hai tam giác có chung nhau một cạnh.*

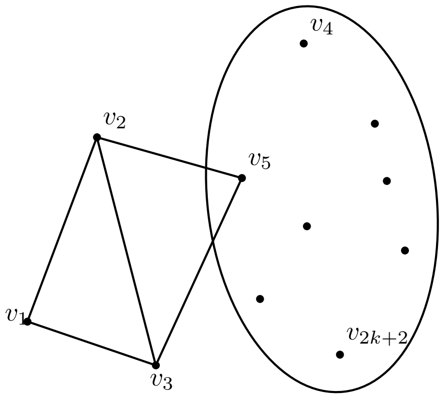
Phân tích và giải.

- *Bài toán liên quan đến số tự nhiên n gợi ý ta sử dụng phương pháp quy nạp.*
Trước hết, ta kiểm tra với $n=2$. Đồ thị G trong trường hợp đó có bốn đỉnh và năm cạnh.

Tuy nhiên trong đồ thị K_4, số cạnh là 6, nếu ta xóa đi bất kỳ cạnh nào trong K_4, ta sẽ được đồ thị G và rõ ràng G luôn chứa hai tam giác chung cạnh. Ví dụ trong hình dưới, đoạn thẳng bị xóa có nét đứt và ta được hai tam giác chung nhau đường chéo còn lại.



- *Giả sử bài toán đúng đến $n=k$ với $k\ge 2$.*
Xét đồ thị G có $2(k+1)$ đỉnh và k^2+2k+2 cạnh. Gọi các đỉnh là $v_1,\ldots,v_{2k+2}$. Đồ thị G phải chứa một K_3, vì số cạnh của G thỏa mãn
$$k^2+2k+2>[k^2+2k+1]=\left[\frac{(2k+2)^2}{4}\right],$$
nên theo định lý Mantel G sẽ chứa tam giác.
- *Giống như chứng minh định lý Turan, ta sẽ phải tách khỏi G một tam giác và đếm số cạnh nối giữa hai tập bù nhau.*
Hãy lấy một tam giác trong G và chia G thành hai tập bù nhau về đỉnh. Không mất tính tổng quát, giả sử G chứa tam giác $v_1v_1v_3$
$$d(v_1)\le d(v_2)\le d(v_3).$$
- *Tại sao lại phải sắp thứ tự bậc của ba đỉnh trên? Ta vẫn phải đếm như trong chứng minh của định lý Turan, nhưng do giả thiết đúng cho $2k$ nên sau khi đếm xong, ta phải xóa khỏi G hai đỉnh để được đồ thị G' có số đỉnh là $2k$. Điều quan trọng là G' có càng nhiều cạnh càng tốt. Từ đó trong ba đỉnh v_1,v_2,v_3 ta sẽ xóa đi hai đỉnh v_1,v_2 sau khi đếm.*
    - Nếu có một trong số các đỉnh $v_4,\ldots,v_{2k+2}$ mà kề với hai trong số hai đỉnh v_1,v_2,v_3 thì ta có hai tam giác chung cạnh. (*trong hình vẽ dưới, đỉnh v_5 kề với hai đỉnh v_2,v_3, ta được hai tam giác $v_1v_2v_3,v_5v_2v_3$ chung cạnh v_2v_3*).



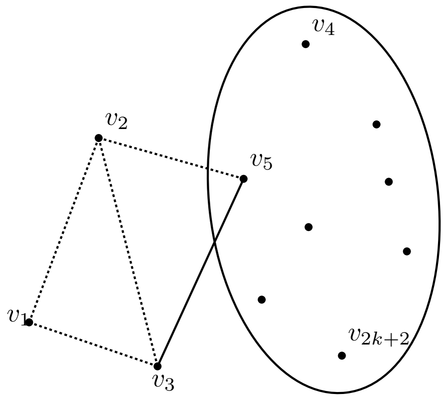
- Nếu mỗi đỉnh $v_4, \ldots, v_{2k+2}$ chỉ kề với không quá một đỉnh trong tập $\{v_1, v_2, v_3\}$ thì tổng số cạnh nối từ tập $\{v_4, \ldots, v_{2k+2}\}$ đến $\{v_1, v_2, v_3\}$ thỏa mãn

  $$\leq (2k+2) - 3 = 2k - 1.$$

  Suy ra số cạnh nối từ $\{v_1, v_2\}$ đến $v_4, \ldots, v_{2k+2}$ thỏa mãn

  $$\leq \frac{2}{3}(2k-1).$$

  Bây giờ, ta xóa khỏi G hai đỉnh v_1, v_2 và tất cả các cạnh xuất phát từ hai đỉnh này.



Nói cách khác, ta

* bỏ đi ba cạnh trong tam giác v_1, v_2;
* bỏ đi $\leq \frac{2}{3}(2k-1)$ số cạnh nối từ $\{v_1, v_2\}$ đến $\{v_4, \ldots, v_{2k+2}\}$.

Đồ thị G' có $2k$ đỉnh và số cạnh là

$$|E(G')| \geq k^2 + 2k + 2 - 3 - \frac{2}{3}(2k-1)$$
$$= k^2 + \frac{2}{3}k - \frac{1}{3} \geq k^2 + 1.$$

Theo giả thiết quy nạp, trong G' sẽ phải chứa hai tam giác có chung cạnh. □

Sau đây là một số bài tập tự rèn luyện.

Bài toán 4 (Ba Lan 1997). *Chứng minh rằng nếu n điểm nằm trên một đường tròn đơn vị, thì có nhiều nhất là $\frac{n^2}{3}$ đoạn thẳng nối các cặp điểm trong chúng có độ dài lớn hơn $\sqrt{2}$.*

Bài toán 5 (Olympic 30/4/2014). *Cho trước số nguyên dương $n \geq 2$. Trong một giải đấu cờ vua có $2n$ vận động viên tham gia, mỗi người đấu với người khác đúng một ván. Tại một thời điểm trong giải, người ta thấy có $n^2 + 1$ ván đấu đã diễn ra. Chứng minh rằng khi đó có thể chọn ra ba vận động viên sao cho hai người bất kỳ trong ba người được chọn đều đã thi đấu với nhau.*

Bài toán 6 (Ban Căng Shortlist 2008). *Một quốc gia có $n \geq 5$ thành phố. Từ thành phố này đến thành phố kia di chuyển bằng đường hàng không và tất cả các chuyến bay giữa các thành phố được điều hành bởi hai hãng hàng không. Hai thành phố bất kỳ di chuyển đến nhau được bằng các chuyến bay hai chiều bởi nhiều nhất một hãng hàng không. Chính phủ hạn chế các chuyến bay vòng quanh mà một hãng hàng không thực hiện ít nhất 6 thành phố. Chứng minh rằng có không quá $\left[\frac{n^3}{3}\right]$ chuyến bay được thực hiện bởi hai hãng hàng không này.*

Bài toán 7. *Chứng minh rằng nếu đồ thị G có $2n+1$ đỉnh và n^2+n+1 cạnh thì G phải chứa một tam giác.*

Bài toán 8 (Mỹ TST 2008). *Với mỗi cặp điểm $A(x_1, y_1)$ và $B(x_2, y_2)$ trong mặt phẳng Oxy, ta đặt*

$$d(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|.$$

Ta gọi cặp (A, B) (không phân biệt thứ tự) là cặp điểm điều hòa nếu $1 < d(A, B) < 2$. Xác định số cặp điểm điều hòa lớn nhất trong số 100 điểm cho trước trong mặt phẳng.

THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 18 Số 4 (2014)