

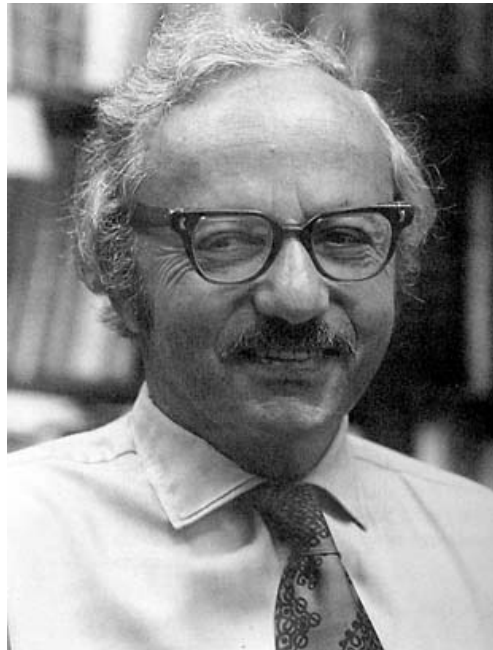
Hội Toán Học Việt Nam



THÔNG TIN TOÁN HỌC

Tháng 12 Năm 2013

Tập 17 Số 4



Thông Tin Toán Học

(Lưu hành nội bộ)

- Tổng biên tập
Phùng Hồ Hải
 - Ban biên tập
Phạm Trà Ân
Đoàn Trung Cường
Trần Nam Dũng
Nguyễn Hữu Dư
Đoàn Thế Hiếu
Nguyễn An Khương
Lê Công Lợi
Đỗ Đức Thái
Nguyễn Chu Gia Vượng
 - Địa chỉ liên hệ

*Bản tin: **Thông Tin Toán Học**
Viện Toán Học
18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội*
- Bản tin **Thông Tin Toán Học** nhằm mục đích phản ánh các sinh hoạt chuyên môn trong cộng đồng toán học Việt Nam và quốc tế. Bản tin ra thường kỳ 4 số trong một năm.
 - Thể lệ gửi bài: Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học. Bài viết xin gửi về tòa soạn theo email hoặc địa chỉ ở trên. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file với phong chữ unicode.

Email:

ttth@vms.org.vn

Trang web:

<http://www.vms.org.vn/ttth/ttth.htm>

© Hội Toán Học Việt Nam

Ảnh bìa 1. Xem trang 19

Nguồn: *Internet*

Trang web của Hội Toán học:

<http://www.vms.org.vn>

Du Xuân Giáp Ngọ

Nhân dịp năm mới 2014 và Tết Giáp Ngọ
Ban Chấp hành Hội Toán học Việt Nam kính chúc tất cả
Hội viên của Hội một năm mới luôn
Mạnh khỏe, Hạnh phúc và Thành công



BCH Hội Toán học Việt Nam trân trọng kính mời tất cả các hội viên của Hội đang có mặt tại Hà Nội và các vùng lân cận tham dự buổi Gặp mặt đầu Xuân và Du Xuân 2014.

Thời gian: Thứ Bảy, ngày 22/2/2014 (tức ngày 23 tháng Giêng năm Giáp Ngọ).

- 8h00 – 9h00: Gặp mặt đầu Xuân tại Viện Toán học.
- 9h00 – 16h00: Đi thăm chùa Vĩnh Nghiêm và chùa Bút Tháp (Bắc Ninh).

Xe khởi hành tại Viện Toán học, số 18 Hoàng Quốc Việt, lúc 9h00 (Những đơn vị tự tổ chức xe sẽ có thông báo riêng tại cơ quan). Trở về Hà Nội khoảng 16h.

Đăng ký tham dự: Để có thể bố trí xe và đặt tiệc phù hợp, kính đề nghị các hội viên có nguyện vọng tham dự gửi email tới: thuky@vms.org.vn

Người nhà đi cùng đóng 150.000đ/người, tối đa 2 người đi kèm. Rất mong sự có mặt của các quý vị.

(Lời mời này thay cho giấy mời riêng)

Toán học có cần cho Y tế cộng đồng?

Klaus Krickeberg

LND. Giáo sư K. Krickeberg là một nhà toán học tâm huyết với sự phát triển ngành thống kê ở Việt Nam. Từ những năm 1970, ông đã liên tục sang Việt Nam và tiến hành các hoạt động phổ biến kiến thức thống kê cũng như hỗ trợ nhiều hoạt động nghiên cứu và ứng dụng thống kê. Ông trực tiếp hướng dẫn nghiên cứu sinh, hỗ trợ thành lập nhóm ứng dụng thống kê tại Viện Vệ sinh Dịch tễ TW, giúp cập nhật bổ sung tài liệu,... Những năm gần đây ông vẫn thường xuyên sang Việt Nam mở các lớp thống kê cho cán bộ ngành y tại nhiều tỉnh trong cả nước.

Chúng tôi xin giới thiệu bài báo cáo của GS. Krickeberg tại Kallenberg Symposium "Invariance, Symmetry, Exchangeability", Viện Mittag-Leffler, Thụy Điển vào tháng 6/2013.

Tôi rất vui và vinh dự được mời tham dự "Olav Kallenberg symposium" mặc dù đã rời xa lý thuyết xác suất khá lâu. Như trong thư gửi Peter Jagers, đến giờ tôi vẫn giữ những hoài niệm về quãng thời gian khi tôi nghiên cứu trong lĩnh vực gần với các chủ đề quan tâm của Olav. Cụ thể, cả hai chúng tôi đều xem xét các điều kiện để một độ đo xác suất nào đó là bất biến theo nghĩa này hay nghĩa kia, tôi đã nghiên cứu vấn đề đó cho các quá trình đường thẳng.

Năm 1976 tôi xuất bản một cuốn sách về quá trình điểm. Ngoài nội dung căn

bản, cuốn sách còn chứa một số kết quả mới so với thời điểm đó và cũng đề cập đến một số chủ đề ít được biết đến như entropy của quá trình điểm. Cuốn sách không được biết đến rộng rãi vì được viết bằng tiếng Việt. Năm 1976, người ta cũng vừa mới thống nhất thuật ngữ toán học hiện đại bằng tiếng Việt, thực sự là mới chỉ có bốn năm. Đúng là một số nhà toán học ở miền Bắc Việt Nam đã thành lập từ năm 1952 một ủy ban để xây dựng bộ thuật ngữ này. Họ đã làm việc trong điều kiện khó khăn, chủ yếu trong các khu rừng nhiệt đới. Lúc đó cuộc kháng chiến chống Pháp vẫn đang tiếp diễn và đến tận năm 1954 thì trận chiến quyết định Điện Biên Phủ mới giành thắng lợi. Và phải mất hai mươi năm ủy ban này mới hoàn thành công việc của mình. Năm 1972 ủy ban đã xuất bản cuốn Từ điển toán học Anh-Việt, một ấn phẩm toàn diện tuyệt vời, chứa đựng hầu như mọi thứ, từ những thứ trừu tượng nhất tới những điều sát với ứng dụng nhất. Cuốn từ điển xuất hiện với tôi thật đúng lúc để chuẩn bị bài giảng cho một khóa học về quá trình điểm, dự định vào mùa hè năm 1974, và quyển sách của tôi đã được biên soạn dựa vào giáo trình đó.

Tại thời điểm đó tình hình tại Hà Nội vẫn rất khó khăn. Người ta bị cô lập nhưng rất tò mò về sự phát triển khoa học của bên ngoài. Trong sáu tuần tôi ở Hà Nội, nhiều nhà khoa học từ các ngành

khác nhau đã đến gặp tôi và mong muốn được biết thêm điều gì đó về các phương pháp toán học trong lĩnh vực làm việc của họ. Trước tiên là bộ trưởng Bộ đại học, Tạ Quang Bửu, một nhà toán học đã từng nghiên cứu tại Pháp trước chiến tranh thế giới thứ hai và từng tham gia vào nhóm Bourbaki. Ông quan tâm đến tất cả mọi thứ. Tôi vẫn còn nhớ cuộc thảo luận với ông ấy về các cơ sở thống kê để phát triển việc sử dụng năng lượng gió.



GS. Klaus Krickeberg ở Viện nghiên cứu Oberwolfach MFO, Đức, năm 1976.

Nguồn: Archives of the MFO

Tiếp theo, mọi người đến từ Đại học Lâm nghiệp đã hỏi về các phương pháp hiện đại để ước lượng sản lượng rừng. Vì vậy, tôi đã quan tâm đến các công trình của Bertil Matérn về thống kê không gian với các ứng dụng trong dự báo, từ đó tôi đã tổ chức buổi nói chuyện về chủ đề này tại Đại học Lâm nghiệp. Sau đó, những người nghiên cứu nông nghiệp đến và đưa ra các câu hỏi về thử nghiệm giống. Đó là chủ đề của thống kê cổ điển, phân tích phương sai, v.v. Một lần nữa lại dẫn đến một bài thuyết trình khác của tôi kèm theo các ý kiến trao đổi.

Cuối cùng, một cô học sinh cấp 3 đã được giới thiệu với tôi. Cô vừa giành được

giải nhì tại Olympic toán học quốc tế. Điểm đáng lưu ý hơn cả là cô đã từng học cấp 2 trong điều kiện khó khăn của chiến tranh, Hà Nội còn bị ném bom đến cuối năm 1972.

Tôi thuyết trình trước các nhà toán học Việt Nam một dịp nữa vào đầu năm 1978, lần này về chủ đề phân tích thống kê quá trình điểm, chủ yếu liên quan đến quá trình không gian, song cũng đề cập tới cách tiếp cận của Aalen đối với quá trình trên đường thẳng. Tổng cục Thống kê, đối tác Việt Nam của ngành thống kê Thụy Điển, đã đến gặp tôi. Họ muốn có một khóa học về điều tra chọn mẫu, tôi đã hứa thực hiện việc đó vào thời gian sau.

Tuy nhiên, nhu cầu cấp bách nhất đến từ lĩnh vực y tế. Từ mùa hè 1974, nhà lãnh đạo y học Việt Nam, Tôn Thất Tùng, đã xuất hiện trong thời gian giải lao giữa khóa học của tôi. Ông cũng đã từng nghiên cứu ở Pháp và trước cuộc chiến tranh Việt Nam lần thứ nhất (trước 1945) đã là một bác sĩ phẫu thuật gan nổi tiếng. Ông đã tổ chức các dịch vụ y tế của quân đội Việt Nam tại Điện Biên Phủ. Sau chiến tranh, ông trở thành giám đốc Bệnh viện Phẫu thuật trung ương tại Hà Nội. Ông muốn biết về kỹ thuật chẩn đoán với sự hỗ trợ của máy tính. Việc này vẫn còn rất mới mẻ vào năm 1974 và tất nhiên liên quan đến thống kê hơn là đến khoa học máy tính, ông đã hiểu được chính xác điều đó. Mặc dù là một bác sĩ phẫu thuật, ông Tùng đã có một cảm quan tuyệt vời về Dịch tễ học và phương pháp thống kê tương ứng. Năm 1978 ông lại đến gặp tôi và hỏi về thử nghiệm lâm sàng cho điều trị ung thư gan. Đây là Dịch tễ học lâm sàng, liên quan đến phân tích thống kê thời gian sống sót, mô hình Cox và những kiến thức tương tự. Trên hết, ông đã tiến hành các nghiên cứu dịch tễ học đầu tiên về hậu quả của chất độc da cam đối với

con cái các đối tượng tiếp xúc chất độc. Ông cho tôi xem bản thảo bài báo công bố kết quả nghiên cứu trước khi xuất bản và tôi đã có vinh dự sửa chữa một lỗi nhỏ trong tính toán.

Cũng vào đầu năm 1978, một lãnh đạo khác của ngành y tế Việt Nam đã tiếp xúc với tôi. Đó là nhà vi trùng học Hoàng Thủy Nguyên, người đã nghiên cứu ở Đông Đức và sau đó là giám đốc của "Viện Vệ sinh Dịch tễ Trung ương", gọi tắt là "Viện Vệ sinh Dịch tễ", nguyên là Viện Pasteur Hà Nội, có chức năng phòng ngừa và kiểm soát các bệnh truyền nhiễm. Ông Nguyên hỏi về các phương pháp toán học trong Dịch tễ học. Đó chính là chủ đề của buổi nói chuyện giới hạn nội dung về các bệnh truyền nhiễm. Câu hỏi có vẻ vô tình của ông đã trở thành nguồn gốc của sự hợp tác được tiếp diễn tích cực suốt 35 năm sau đó. Nó đã làm thay đổi hoàn toàn các mối quan tâm khoa học của tôi.

Ngay vào mùa hè cùng năm 1978, tôi đã trở lại Hà Nội để làm việc với Viện Vệ sinh Dịch tễ. Tôi đã trình bày một bản ghi nhớ mà tôi đã chuẩn bị trong thời gian sau chuyến thăm hồi đầu năm về cách tổ chức các nghiên cứu toán học trong Viện. Sau đó, trong mùa đông 1979 - 1980, tôi đã giảng khóa học về Phương pháp điều tra chọn mẫu tại Tổng cục Thống kê, có lẽ là khóa học đầu tiên về chủ đề này được trình bày ở Việt Nam. Tận dụng thời gian có mặt tại Hà Nội, tôi lại đến thăm Viện Vệ sinh Dịch tễ và một điều tuyệt vời xuất hiện. Ông Nguyên giới thiệu với tôi bốn cán bộ trẻ mới tốt nghiệp đại học. Ông đã bố trí cho họ những vị trí mới trong viện của ông. Ông gọi họ là "Nhóm Toán" của Viện Vệ sinh Dịch tễ và đề nghị tôi đào tạo thêm cho họ. Thành phần của nhóm này thật lý tưởng: hai bác sĩ, một nhà toán học và một cán bộ có chuyên môn về khoa học máy tính. Người sau cùng là

đàn ông duy nhất của nhóm. Nhà toán học chính là cô học sinh cấp 3 trước đây đã đoạt giải thưởng Olympic Toán mà tôi đã gặp năm 1974. Cô đã tốt nghiệp ngành Toán tại trường Đại học quốc gia Moscow theo chuyên ngành Xác suất. Cô nhanh chóng trở thành lãnh đạo trên thực tế của Nhóm Toán. Hiện nay chúng tôi vẫn còn làm việc với nhau.



GS. Klaus Krickeberg vào năm 1961 khi đang là giáo sư tại đại học Heidelberg, Đức.

Nguồn: Đại học Heidelberg

Bây giờ, tôi đã nhanh chóng nhận được tài trợ của Bộ Ngoại giao Pháp cho một chương trình 10 năm về ứng dụng phương pháp toán học trong y tế tại Việt Nam. Chương trình bắt đầu từ năm 1981 và bao gồm hai phần:

- Các khóa học dành cho cán bộ của hệ thống y tế về mọi khía cạnh toán học trong công việc của họ. Một số đồng nghiệp Pháp và bản thân tôi đã trực tiếp dạy các lớp học cho họ tại tất cả các viện của toàn bộ mạng lưới vệ sinh dịch tễ, từ Hà Nội đến Thành phố Hồ Chí Minh.

- Công việc của tôi với Nhóm Toán. Chúng tôi xử lý các vấn đề thực tế cụ thể và thời sự ngay khi chúng xuất hiện và

nhân đó, tôi đã chỉ cho họ những ý tưởng chung căn bản, chủ yếu rút ra từ Dịch tễ học.

Những ý tưởng chung đó là gì? Hãy để tôi quay lại một chút và tiếp cận vấn đề từ hướng khác, cụ thể là từ Pháp thay vì Việt Nam. Khi viết biên bản ghi nhớ cho Viện Vệ sinh Dịch tễ tại Hà Nội năm 1978 và suy nghĩ về việc thực hiện kế hoạch đào tạo và chương trình nghiên cứu tương ứng, tôi đã tự nhủ: "Trước tiên, phải tự học thêm những thứ mà chính mình đang trần trở". Tôi nhớ lại câu bằng tiếng Latinh "docendo discimus" đã được học từ thời phổ thông, có nghĩa là "thông qua giảng dạy, chính bản thân ta sẽ hiểu biết thêm". Tại thời điểm đó tôi là một giáo sư tại Đại học Paris V, vì vậy tôi đã dành cho sinh viên Toán ứng dụng của tôi một khóa học về "Dịch tễ học" theo nghĩa rộng, bao gồm cả về Dịch tễ học lâm sàng và cụ thể về các thử nghiệm lâm sàng. Chương trình bao gồm 6 giờ lý thuyết và thực hành hàng tuần suốt toàn năm học. Trong đó có nhiều kiến thức Thống kê, nhưng cũng chứa các nội dung khác như Phương pháp mô hình hóa rời rạc trong di truyền học dân số và mô hình hóa phát triển dịch bệnh bằng phương trình vi phân, theo cả hai cách tiếp cận tất định và ngẫu nhiên. Cho phép tôi nhắc đến thử nghiệm vắc-xin như một ví dụ về chủ đề đòi hỏi nhiều toán một cách đặc biệt.

Tôi đã dạy giáo trình đó hơn chục lần cho đến khi nghỉ hưu vào năm 1998. Kết quả là những sinh viên theo đuổi thành công chương trình đó đã rất "đắt hàng" trong hệ thống y tế Pháp. Họ dễ dàng tìm được các vị trí trong các bệnh viện lớn, trong bộ máy quản lý y tế và trong các viện nghiên cứu y tế và y tế cộng đồng.

Nhưng "Y tế cộng đồng" là gì? Nó đã tồn tại từ thời cổ đại mà không có một định nghĩa chính thức. Nó đã phát triển

manh mẽ tại một số nước từ giữa thế kỷ 19 dưới những tên gọi khác nhau như "Y học xã hội". Nỗ lực định nghĩa khái niệm này bắt đầu tại một thời điểm nào đó trong thế kỷ 20, nhưng kết quả đã đem lại các định nghĩa dài dòng, không thật chính xác và không tiện dụng. Ví dụ, định nghĩa của WHO bao hàm một danh sách dài các ứng dụng như thành phần không thể thiếu. Rõ ràng điều đó là vô lý, chỉ cần liên tưởng đến một định nghĩa của khái niệm "nhóm" trong toán học mà dựa trên một danh sách tất cả các ứng dụng của lý thuyết nhóm. Ngoài ra trong định nghĩa của WHO còn liệt kê một danh sách các lĩnh vực khoa học có vai trò đóng góp cho Y tế cộng đồng, như là một phần của định nghĩa, và vô lý một cách ngạc nhiên, lĩnh vực quan trọng nhất là Thống kê lại bị lãng quên. Vì vậy, tôi đã xây dựng một định nghĩa của riêng mình, mang tinh thần toán học nhiều hơn. Định nghĩa đó như sau:

Y tế cộng đồng là toàn bộ các hoạt động lý luận và thực tiễn có liên quan đến sức khỏe của cộng đồng dân cư và biện pháp xử lý chung cho cả cộng đồng một cách tổng thể mà không quan tâm cụ thể từng cá nhân thành viên của cộng đồng.

Cho phép tôi nhắc lại định nghĩa hiện đại của "Dịch tễ học", may mắn thay, rất rõ ràng và dường như được chấp nhận rộng rãi hiện nay:

Dịch tễ học là khoa học về các phân bố của bệnh tật và các tính chất tương tự liên quan đến sức khỏe con người trong quần thể dân cư và về những yếu tố ảnh hưởng đến các phân bố đó.

Thứ nhất, định nghĩa trên cho thấy Dịch tễ học ở phạm vi rộng là Thống kê, thậm chí còn là Thống kê toán học trình độ cao.

Thứ hai, nội dung hai định nghĩa hàm ý Dịch tễ học là một phần của Y tế cộng đồng. Đó chính là điều cốt lõi và là lý do tại sao khóa học của tôi ở Paris là về Dịch tễ học. Thật vậy, nhìn vào chương trình giảng dạy trong các trường y tế cộng đồng khác nhau của toàn thế giới, bên cạnh Dịch tễ học ta sẽ tìm thấy các khóa học về Y học môi trường, Y học nghề nghiệp, Dinh dưỡng và sức khỏe, Giáo dục sức khỏe, Quản lý y tế, Kinh tế y tế và có thể có thêm một số môn khác. Nếu cố gắng đặt một môn học bất kỳ trong số những ngành đó trên một cột trụ vững chắc thì bạn sẽ thấy nó chủ yếu dựa vào Dịch tễ học. Vì vậy, Thống kê toán học là những gì cần có trước tiên trong Y tế cộng đồng. Ở một số nơi như các nước Bắc Âu, Pháp, Anh và những nước khác, quan điểm đó đã được nhận thức rõ ràng và có nhiều nhà thống kê toán học đang làm việc trong hệ thống y tế. Tuy nhiên tại một số nước khác, ví dụ như Đức và Việt Nam, nói chung nó vẫn chưa được chấp nhận.

Bây giờ ta hãy quay lại trải nghiệm của bản thân tôi. Năm 1983, Văn phòng UNICEF tại Hà Nội biết về sự tồn tại của Nhóm Toán chúng tôi. Họ đang tiến hành một chương trình liên quan đến bệnh tiêu chảy của trẻ em và yêu cầu chúng tôi giúp đỡ trong việc thiết lập một hệ thống thông tin cần thiết. Vì vậy, tôi đã trở thành cố vấn UNICEF tại Việt Nam và Campuchia về các chủ đề khác nhau trong chăm sóc sức khỏe ban đầu, cho đến tận năm 1987. Đó là trải nghiệm thú vị nhất, bởi vì nó đi kèm nhiều chuyến nghiên cứu thực địa, thăm các trạm y tế thôn bản và các hộ gia đình. Thường thì nhân viên của các trạm y tế nhỏ hiểu biết nhiều hơn về dịch tễ học và các vấn đề y tế cộng đồng khác so với các cán bộ trong

bộ máy quản lý y tế và các chuyên gia UNICEF.

Năm 1994, "Hiệp hội Hợp tác kỹ thuật Đức" (GTZ) đã thuê tôi cho chương trình của mình về kế hoạch hóa gia đình tại Việt Nam. Đó là một công việc có một hàm lượng thống kê toán học không tầm thường, cụ thể là các phương pháp điều tra chọn mẫu và nhân khẩu học. Năm 1999 và một lần nữa vào năm 2004, tôi đã làm việc trong "Chương trình phát triển hệ thống y tế Châu Âu - Việt Nam", phần tham gia của tôi là "Hệ thống thông tin y tế".



GS. Klaus Krickeberg và đồng nghiệp tại Đà Lạt năm 2009 trong dịp kỷ niệm sinh nhật lần thứ 80 của ông. Nguồn: Archives of the MFO

Tất cả các công việc thực tế này đã dạy tôi rằng tư duy chặt chẽ theo kiểu toán học là vô cùng quan trọng, thậm chí trong cả các hoạt động có vẻ đơn giản là nghiên cứu thực địa. Tôi xin đưa ra một ví dụ. Năm 1999, khi tôi đang làm việc cho Chương trình Châu Âu - Việt Nam, Bộ Y tế Việt Nam yêu cầu WHO thiết kế một hệ thống thông tin y tế mới được gọi là "Hệ thống thông tin quản trị y tế", trái ngược với lời khuyên của tôi. Lúc đó, "quản trị" đang là một từ thời thượng. Kết quả là một thảm họa. Một hệ thống thông tin y tế là một hệ thống báo cáo từ cơ sở y tế cấp thấp lên cấp cao hơn. Nó được dựa trên các bản đăng ký tại các đơn vị cấp

thấp như trạm y tế thôn bản và các bệnh viện. WHO đã quyết định đưa một lượng lớn các bản đăng ký riêng rẽ vào các đơn vị đó. Điều này đã đem tới một khối lượng công việc rất lớn cho nhân viên y tế, nhưng còn làm nảy sinh một vấn đề cơ bản hơn. Bạn không thể nghiên cứu mối quan hệ giữa các biến được ghi trong các sổ đăng ký riêng biệt khác nhau.

Hãy để tôi minh họa điều này bằng cách tập trung vào các sự kiện sinh đẻ, tức là sự kiện trẻ sinh ra tại một trạm y tế nào đó. Theo hệ thống thông tin quản trị y tế, trạm có một sổ đăng ký khám thai, một sổ về thông tin sinh, một sổ theo dõi phát triển của trẻ sơ sinh trong năm đầu tiên và thêm một sổ về tiêm chủng. Bây giờ sẽ thấy một ví dụ rất thú vị khi muốn biết liệu việc tham gia khám thai và kết quả các lần khám thai của mẹ có bất kỳ ảnh hưởng nào đối với việc sinh đẻ và đối với sức khỏe của người mẹ cùng đứa trẻ sau đó hay không, nếu không thì người ta có thể bỏ qua các kỳ khám thai. Tuy nhiên, với các sổ đăng ký riêng rẽ, rõ ràng không thể biết được điều đó.

Mười một năm sau, vào năm 2010, tôi đến thăm một bệnh viện huyện nhỏ ở Lào. Giám đốc bệnh viện đã có ý tưởng thông thường là ghi tất cả dữ liệu liên quan đến mang thai cùng trên một tờ giấy, từ lúc thụ thai cho đến hết năm đầu tiên của cuộc sống đứa trẻ. Bây giờ những mối quan hệ như đề cập ở trên có thể dễ dàng nghiên cứu được bằng các phương pháp thống kê sơ cấp.

Nhưng tại sao tôi lại có mặt ở Lào vào năm 2010? Kết cục, câu chuyện của tôi lẽ ra có thể chấm dứt khi tôi nhận quyết định nghỉ hưu của Đại học Paris V vào năm 1998 và kết thúc nhiệm vụ của tôi trong Chương trình Châu Âu - Việt Nam vào năm 2004. Tuy nhiên, năm 2005 tôi đã đến Việt Nam một lần nữa, lần đầu

tiên như một du khách, và tôi đã đến thăm người bạn cũ Hoàng Thủy Nguyên, khi đó đã thôi chức giám đốc Viện Vệ sinh Dịch tễ và nghỉ hưu. Ông nói với tôi rằng một trường đại học y tế nhỏ của khu vực Đông Bắc Việt Nam muốn được giúp đỡ về giảng dạy y tế cộng đồng cho sinh viên của mình. Đó là khởi đầu cho một chương khác trong câu chuyện của tôi.

Tôi bắt đầu một chương trình, mà theo dòng thời gian đã trải rộng tới tất cả khoa y hoặc các trường đại học y của Việt Nam, ngoại trừ hai trung tâm lớn là Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh. Chương trình được Quỹ "Else Kröner-Fresenius-Stiftung" của Đức tài trợ. Trong giai đoạn đầu hiện nay Chương trình tập trung vào việc giảng dạy Y tế cộng đồng cho sinh viên y khoa bình thường trong thời gian 6 năm học cơ bản. Ở Việt Nam, chương trình đào tạo y tế cơ bản này thực tế bao gồm hầu hết các khóa học về các chủ đề của Y tế cộng đồng, điều đó rất hợp lý vì các bác sĩ ở nông thôn hoặc ở các thành phố nhỏ cũng phải làm rất nhiều việc của Y tế cộng đồng, chẳng hạn như quản lý một trạm y tế thôn bản, thúc đẩy giáo dục sức khỏe, các hoạt động phòng bệnh bao gồm hoạt động vệ sinh thông thường, cùng các nhiệm vụ khác nữa. Điều đó thật tuyệt vời, song tiếc là nội dung của các khóa học này chất lượng cực kỳ kém, như rập khuôn theo thói quen.

Nhưng điều tồi tệ hơn là trình độ giáo viên của các trường này thường rất thấp. Các giảng viên áp dụng cách đọc thành lời các tài liệu viết sẵn mà không bao giờ suy nghĩ về nó. Điều đó có nhiều lý do: truyền thống Nho giáo, làm việc quá sức, nhưng cũng là do ảnh hưởng tai hại của các tổ chức quốc tế, bất kể là tổ chức phi chính phủ (NGO) hay không, là gốc rễ của thói quen làm việc hời hợt của nhân viên. Nhiều giảng viên thậm chí không

biết về hệ thống y tế Việt Nam ngoài phạm vi làm việc nhỏ hẹp của riêng mình. Ngoài ra, tôi nghĩ rằng sự thiếu tư duy chặt chẽ và thiếu nhận thức rõ ràng về vai trò của toán học đã ngăn cản bất kỳ sự cải thiện tình hình đáng kể nào. Gần như không có nhà toán học nào làm việc trong hệ thống y tế.

Vì thế, trong giai đoạn đầu của Chương trình, chúng tôi cố gắng mở rộng tầm nhìn của các giảng viên, đồng thời giúp họ có thể làm việc độc lập hơn và tư duy chặt chẽ hơn. Chúng tôi thực hiện điều đó theo hai cách. Thứ nhất, chúng tôi tiến hành các hội thảo hàng năm tại Việt Nam, trong đó không dạy cho người tham dự về bất kỳ vấn đề cụ thể nào, mà để một số người đại diện cho họ trình bày công việc của mình. Suốt cả quá trình, chúng tôi cùng thảo luận và làm việc với nhau về một số chủ đề, chẳng hạn như về cấu trúc của một kế hoạch bài giảng hoặc một phương pháp giảng dạy mới như "giảng dạy từ phía dân cư". Các chuyến đi thực địa đến cơ sở y tế địa phương và các hộ gia đình ở nông thôn luôn được đưa vào chương trình của hội thảo.

Thứ hai, chúng tôi đã cùng các giảng viên Việt Nam viết các bài giảng mới về nhiều chủ đề. Việc này được thực hiện bằng cách trao đổi liên tục qua e-mail. Chúng tôi luôn bắt đầu bằng phân tích đánh giá các giáo trình sẵn có. Trong giáo trình mới, các ví dụ, ứng dụng và nghiên cứu tình huống chủ yếu được lấy từ hệ thống y tế Việt Nam; các tình huống của nước ngoài đều được so sánh với những tình huống tương tự của Việt Nam. Tất cả các cuốn sách đều được viết dạng song ngữ riêng rẽ thành hai bản tiếng Việt và tiếng Anh, được in trong cùng một quyển, nếu có thể. Để tạo một kênh cho tất cả các cuốn sách này và để cho thấy rõ ràng chúng tạo thành một khối tài liệu thống

nhất, tôi đã lập một bộ sách trong Nhà xuất bản Y học Hà Nội, được gọi là "Tài liệu giáo khoa cơ bản trong y tế cộng đồng". Cho đến nay, có hai cuốn sách đã được hoàn thành là:

- Dịch tễ học: chìa khóa để phòng ngừa dịch bệnh;

- Khoa học Dân số và Y tế cộng đồng.

Như một trường hợp ngoại lệ, hai phiên bản tiếng Anh và tiếng Việt của cuốn sách về Dịch tễ học được phát hành riêng, không trong cùng một tập; phiên bản tiếng Anh được ra mắt năm ngoái tại Nhà xuất bản Springer, New York, trong bộ "Thống kê trong Sinh học và Y tế" mà tôi đã lập ra từ nhiều thập kỷ trước.



GS. Klaus Krickeberg. Nguồn: Internet

Hai cuốn sách ở trình độ cao hơn là:

- Giáo dục sức khỏe;

- Toán học bao gồm Thống kê.

Những cuốn khác đang được lên kế hoạch, đặc biệt chú trọng về Y học môi trường, Y học nghề nghiệp, Dinh dưỡng.

Trong các cuốn sách này vai trò của toán học tất nhiên sẽ được chỉ ra rõ ràng. Cuốn sách về toán học cung cấp các phương pháp ứng dụng không chỉ dùng trong Y tế cộng đồng mà có một số còn được sử dụng trong Y học lâm sàng. Cuốn sách chứa các nội dung của nhiều chuyên

ngành toán học cần thiết để mô hình hóa các hiện tượng trong các lĩnh vực như Dược học, Miễn dịch học, Di truyền học và Tiến trình dịch bệnh. Do vậy, ngoài các khái niệm cơ bản chung và Thống kê, ta có thể tìm thấy trong cuốn sách một số nội dung khác về phương trình vi phân và giải tích rời rạc chẳng hạn.

Khi bắt đầu chương trình này, chúng tôi thêm một thành phần là hệ thống y tế Lào. Một trong các cuộc hội thảo của chúng tôi đã diễn ra tại Viêng Chăn vào năm 2010. Nhưng theo thời gian, thành viên này đã rơi vào chế độ ngủ đông.

Để kết luận, ta thấy:

- Toán học có vai trò thiết yếu trong hầu hết các thành phần của Y tế cộng đồng, bắt đầu từ các yếu tố cơ bản nhất và không thể thiếu của Y tế cộng đồng như được giảng dạy cho sinh viên y khoa bình thường.

- Tư duy chặt chẽ và sáng sủa theo phương pháp toán học là không thể thiếu để cải thiện hiệu quả giảng dạy và thực hành Y tế cộng đồng.

- Các nhà toán học cần phải được tuyển dụng vào nhiều vị trí trong Hệ thống y tế.

- Các nhà quản lý y tế, giảng viên đại học y, cán bộ ngành y tế và nghiên cứu y học nói chung nhất thiết phải nhận thức rõ ràng về vai trò của toán học trong Y tế cộng đồng. Điều đó đã trở thành phổ biến ở nhiều nước nhưng chưa được quán triệt tại Việt Nam.

Thay cho lời kết

Tại bữa tiệc chào mừng của Symposium này, John Kingman đã nhắc đến công trình của nhà thống kê người Anh đương thời vĩ đại nhất, đó là David Cox. Công trình của Ngài David là một minh chứng tuyệt vời về vai trò của các nhà toán học trong Y tế cộng đồng. Ông đã nhận được "Giải thưởng Kettering và Huy chương vàng cho nghiên cứu ung thư", với mô hình Cox mà tôi đã nhắc tới ở phần trên, một phương pháp toán học đã trở thành công cụ thiết yếu cho phân tích thống kê thời gian sống sót sau điều trị ung thư. Đây là một phần của Dịch tễ học lâm sàng và thuộc về Y tế cộng đồng.

Người dịch: **Hồ Đăng Phúc** (Viện Toán học)

Trung tâm Lưu trữ quốc gia tiếp nhận tài liệu của giáo sư Hoàng Tụy

Phùng Hồ Hải (Viện Toán học)

Ngày 22/11/2013, Trung tâm Lưu trữ Quốc gia III đã tổ chức lễ tiếp nhận tài liệu cá nhân từ giáo sư Hoàng Tụy. Tới dự buổi lễ, ngoài đại diện của Trung tâm, các ban ngành của Cục lưu trữ, đại diện của báo chí truyền thông, về phía đồng nghiệp của GS. Hoàng Tụy, có các giáo sư

Lê Tuấn Hoa, Ngô Việt Trung và Nguyễn Xuân Tấn - đại diện cho Viện Toán học, và GS. Phùng Hồ Hải - thay mặt cho Ban chấp hành Hội Toán học Việt Nam.

Khởi tài liệu của GS. Hoàng Tụy tương đương 364 đơn vị bảo quản, bao gồm bản viết tay và bản in các công trình nghiên

cứu khoa học, thư từ trao đổi với đồng nghiệp quốc tế, và đặc biệt là nhiều bản đóng góp ý kiến của giáo sư cho việc cải cách nền giáo dục Việt Nam. Có thể nói đây là một hoạt động rất có ý nghĩa, tôn vinh những đóng góp của GS. Hoàng Tụy đồng thời cũng thể hiện sự quan tâm của cơ quan lưu trữ tới các đóng góp của các nhà khoa học trong một thời kỳ dài phát triển với vô vàn khó khăn của đất nước. Xin trích lời phát biểu chân thành và khiêm tốn của GS. Hoàng Tụy tại buổi lễ "Có lẽ, lý do duy nhất để những tài liệu này của tôi được lưu trữ là bởi đời làm khoa học của tôi gắn liền với một thời kỳ lịch sử có những sự kiện vĩ đại đồng thời cũng có nhiều mất mát. Trong hoàn cảnh bị cô lập khỏi thế giới, tôi và các đồng nghiệp đã nỗ lực trong phạm vi khả năng của mình để duy trì trình độ khoa học của đất nước ở mức không đến nỗi quá kém cỏi ... Có thể Trung tâm Lưu trữ quốc gia coi tài liệu của tôi có giá trị như những chứng tích về hoạt động khoa học trong một giai đoạn khó khăn của nước nhà".

Giáo sư Hoàng Tụy sinh tháng 12/1927 tại làng Xuân Đài, huyện Điện Bàn, tỉnh Quảng Nam. Cùng với GS. Lê Văn Thiêm, ông là một trong những người tiên phong trong việc xây dựng ngành toán học Việt Nam. Ông được coi là cha đẻ của lĩnh vực Tối ưu toàn cục trong lý thuyết tối ưu. Dưới đây là một số mốc trong hoạt động nghiên cứu vào đào tạo của ông.

Tháng 5/1946: Đỗ tú tài phần một. Bốn tháng sau, ông đỗ đầu tú tài toàn phần ban Toán tại Huế.

1951: Vào học tại trường Khoa học cơ bản (GS. Lê Văn Thiêm phụ trách).

1954: Dạy toán tại trường đại học Khoa học (ĐH Tổng hợp Hà Nội sau này).

Tháng 3/1959: Ông là một trong hai người Việt Nam đầu tiên bảo vệ thành

công luận án phó tiến sỹ khoa học Toán-Lý tại ĐH Lomonosov, Moscow, Liên Xô.

1961-1968: Chủ nhiệm khoa Toán của ĐH Tổng hợp Hà Nội.

1964: Đưa ra phương pháp mà sau này được gọi "Lát cắt Tụy" (Tuy's cut), đánh dấu sự ra đời của Lý thuyết tối ưu toàn cục (Global Optimization).



GS. Hoàng Tụy trao tài liệu cho Trung tâm lưu trữ quốc gia III. Nguồn: Trung tâm lưu trữ quốc gia III

1980-1989: Viện trưởng Viện Toán học.

1990: Cùng với Reiner Horst viết sách "Global Optimization: *Deterministic Approaches*" (Tối ưu toàn cục: các tiếp cận tất định), xuất bản tại NXB Springer, tái bản lại các năm 1993 và 1996.

1995: Nhận bằng tiến sỹ danh dự tại ĐH Linköping, Thụy Điển.

1996: Giải thưởng Hồ Chí Minh đợt 1.

1997: Xuất bản sách "Optimization on low rank nonconvex structures" (Tối ưu trên những cấu trúc không lồi có hạng thấp) tại NXB Kluwer (Kluwer Academic Publishers) cùng với các tác giả Hiroshi Konno và Phan Thiên Thạch.

Tháng 8/1997: Hội thảo "Tìm tối ưu từ địa phương đến toàn cục" được tổ chức tại Viện công nghệ Linköping, ĐH Linköping, Thụy Điển, nhân dịp ông tròn 70 tuổi.

1998: Xuất bản sách "Convex analysis and Global optimization" (Giải tích lồi và tối ưu toàn cục) trong bộ sách "Nonconvex Optimization and Its Applications" của NXB Springer.

Tháng 9/2007: Tham gia thành lập Viện Nghiên cứu Phát triển IDS cùng một số nhà nghiên cứu độc lập khác.

Tháng 12/2007: Hội nghị "Quy hoạch không lồi" được tổ chức tại đại học Rouen, Pháp, nhân dịp ông tròn 80 tuổi.

2010: Giải thưởng Phan Châu Trinh.

Tháng 9/2011: Người đầu tiên nhận giải thưởng Constantin Carathéodory của Hội Tối ưu toàn cục quốc tế.

OSCAR ZARISKI, 1899 - 1986

David Mumford

LND. *Lời giới thiệu của giải thưởng Steele 1981 mục thành tựu trọn đời viết "... Tất cả các công trình của Zariski là cơ sở dẫn đến sự bùng nổ ngày nay các kết quả của hình học đại số...". Điều này cũng đúng với sự nghiệp giáo dục của ông, những học trò của ông đều là những nhà toán học tên tuổi: S. S. Abhyankar, M. Artin (giải thưởng Wolf 2013), I. Barsotti, I. Cohen, D. Gorenstein (giải thưởng Steele 1989), R. Hartshorne (giải thưởng Steele 1979), H. Hironaka (huy chương Fields 1970), S. Kleiman, J. Lipman, D. Mumford (huy chương Fields 1974), M. Rosenlicht (giải thưởng Cole 1960), P. Samuel và A. Seidenberg. Chúng tôi xin giới thiệu bài viết của D. Mumford về ông.*

Oscar Zariski sinh ngày 24 tháng Tư năm 1899 trong một gia đình Do Thái tại thị trấn Kobryn nằm giữa vùng biên giới giáp ranh giữa Ba Lan và Nga. Vào thời điểm Zariski sinh ra, vùng này là một phần của Nga, giữa hai cuộc chiến tranh thế giới trở thành một phần của Ba Lan và bây giờ nằm trong lãnh thổ Cộng hòa Belarus. Zariski là con trai của Bezalel và

Chana Zaristky, lúc bé được gọi là Asher Zaristky, sau đó ông đã đổi thành Oscar Zariski khi đến Ý. Thời đó Kobryn là một thị trấn nhỏ, ở đó mẹ ông là chủ một quầy tạp hoá, còn cha ông qua đời khi ông được hai tuổi. Người mẹ muốn bảo đảm con trai bà sẽ có một nền giáo dục tốt nên đã mời gia sư đến dạy con từ khi Zariski mới bảy tuổi. Ở tuổi đó, ông thể hiện một khả năng đáng chú ý về tiếng Nga và số học.

Giữa thời điểm đấu tranh cách mạng căng thẳng vào năm 1918, do không thể vào khoa toán vì hết chỗ nên Zariski vào học tại khoa triết của đại học Kiev, Ukraine. Một lần kẹt giữa một đám đông bị quân đội xả súng, một chân của ông đã bị thương nặng, nhưng rồi sau hai tháng nằm viện viết thư đã hồi phục. Khi còn là sinh viên, ông đã đặc biệt bị đại số và lý thuyết số thu hút cũng như những ý tưởng chính trị mang tính cách mạng đương thời. Một cách ủng hộ của ông là viết bài cho một tờ báo cộng sản địa phương.

Vào năm 1921, do những hạn chế cơ hội học hành dành cho người Do Thái ở Nga cũng như sự rối loạn do tình hình chính trị ở Kiev nên Zariski đã sang Ý để tiếp tục việc học, đầu tiên đến đại học Pisa, sau đó là đại học Roma. Roma lúc đó là trung tâm của trường phái hình học đại số nổi tiếng của Ý với những tên tuổi như Castelnuovo, Enriques và Severi. Việc miễn học phí tại các trường đại học Ý đối với sinh viên nước ngoài là lý do quan trọng Zariski lựa chọn sang đây vì lúc đó ông không có tiền.



Oscar Zariski. Nguồn: Internet

Zariski đã đặc biệt thu hút Castelnuovo, người đã ngay lập tức nhận ra tài năng của ông. Ông kể là Castelnuovo đã đưa ông đi quanh Roma khoảng ba tiếng đồng hồ, sau này Zariski nhận ra rằng ông đã được tham gia một buổi thi vấn đáp về tất cả các lĩnh vực của toán học. Ông cũng làm việc gần gũi với Enriques, dù ông ấy không quan tâm lắm đến những chuẩn mực của toán học đương đại với phát biểu: "Những người ở tầng lớp cao như chúng tôi không cần có chứng minh; chứng minh là dành cho tầng lớp thường dân các người". Enriques chính là người đã gợi ý Zariski đổi tên từ Ascher Zaritsky sang cách phát âm tiếng Ý là Oscar Zariski, tên mới này theo ông từ công trình đầu tiên cho đến cuối đời.

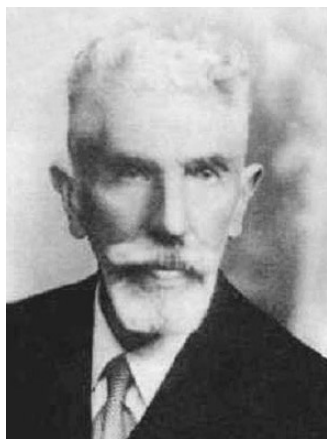
Castelnuovo thấy ở Zariski một tiềm năng không chỉ mang đến sự chặt chẽ và làm sâu sắc hơn lĩnh vực hình học đại số mà còn tìm ra những hướng tiếp cận thực sự mới mẻ về bản chất, có thể vượt qua được những hạn chế đương thời. Zariski thường thích nhắc lại lời Castelnuovo về xu hướng thiên về đại số cũng như những hoài nghi của ông với sự chặt chẽ trong các chứng minh của họ: "Oscar, cậu đang ở đây với chúng tôi, nhưng không phải là một trong số chúng tôi". Đó không phải là lời trách móc, vì Castelnuovo thường nhắc đi nhắc lại với ông là các phương pháp của trường phái hình học Ý đã làm tất cả những gì có thể làm được, đã tiệm cận điểm kết thúc và không đủ để tiến xa hơn nữa trong hình học đại số.

Zariski gặp Yole Cagli khi là sinh viên ở Roma, họ kết hôn ngày 11/9/1924 tại thị trấn quê nhà Kobryn. Cùng năm đó ông nhận bằng tiến sĩ dưới sự hướng dẫn của Castelnuovo với luận án về lý thuyết Galois.

Trong luận án của mình, Zariski phân loại những hàm hữu tỷ $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ theo biến x thỏa mãn điều kiện: 1) x có thể giải được bằng phép lấy căn thức, bắt đầu với y ; và 2) Cho trước hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 , mọi nghiệm khác đều là hàm hữu tỷ theo x_1 và x_2 . Ngay từ công trình đầu tiên, Zariski đã cho thấy khả năng kết hợp những ý tưởng đại số (nhóm Galois), tô pô (nhóm cơ bản) với ý tưởng tổng hợp của hình học cổ điển. Sự tương quan giữa những công cụ khác nhau này là một đặc trưng trong những công trình trong suốt cuộc đời ông.

Những năm 1925-1927 tiếp theo, Zariski có cơ hội theo đuổi những ý tưởng của mình nhờ một học bổng Rockefeller tại Roma. Con trai Raphael đã được sinh ra ở đó năm 1925. Thời điểm đó cũng là

lúc chủ nghĩa phát xít dưới sự lãnh đạo của Mussolini nhanh chóng lan đến nhiều nơi ở Ý, Zariski cảm thấy cần phải di chuyển một lần nữa, lần này cũng bởi lý do chính trị. Castelnuovo đã giúp Zariski liên lạc với Solomon Lefschetz, lúc đó đã di cư sang Mỹ và đang giảng dạy ở đại học Princeton. Lefschetz giúp Zariski tìm một vị trí tại đại học Johns Hopkins và ông nhận vị trí này vào năm 1927, đến 1937 ông trở thành giáo sư ở đó. Phải một năm sau, năm 1928, ông mới đoàn tụ cùng gia đình ở Mỹ, con gái Vera của ông ra đời bốn năm sau đó.



Guido Castelnuovo (14/8/1865 - 27/4/1952).

Nguồn: Internet

Bài báo quan trọng đầu tiên trong sự nghiệp của Zariski nhằm phân tích một chứng minh không hoàn chỉnh của Severi rằng mọi tự đồng cấu của Jacobian của một đường cong đặc trưng giống bằng 9 là tầm thường. Chứng minh của Severi dường như hoàn chỉnh, nhưng Zariski phát hiện ra một chỗ hổng và khắc phục bằng một lời giải thông minh. Severi không vui vẻ đón nhận những kết quả này và công bố bản sửa lỗi của riêng mình một cách độc lập.

Khám phá này cộng với việc học hỏi những công trình đột phá của Lefschetz trong tô pô đã ảnh hưởng sâu sắc đến

Zariski và ông bắt đầu nghiên cứu những tính chất tô pô của các đa tạp đại số, đặc biệt là nhóm cơ bản của chúng. Ông sử dụng đồng thời những kỹ thuật chặt chẽ cùng với những công cụ mới trong sáng. Cả Castelnuovo và Severi đều đồng ý rằng Zariski nên xem các phương pháp tô pô của Lefschetz là con đường phát triển phía trước của hình học đại số. Vì vậy ông thường xuyên qua lại Princeton để thảo luận với Lefschetz. Trong giai đoạn này của sự nghiệp, khoảng từ 1927 đến 1935, ông nghiên cứu nhóm cơ bản của một đa tạp thông qua nhóm cơ bản của phần bù của một ước (divisor) trong không gian xạ ảnh n -chiều. Tinh thần khai phá và phát minh là điểm nổi bật của công trình này. Một kết quả cho chúng ta những cảm nhận về những khám phá mới mẻ của ông là mọi đường cong phẳng với bậc và số nút (node) cố định đều thuộc về cùng một họ đại số (Đây là kết quả trong một bài báo không hoàn chỉnh khác của Severi và chỉ nhiều năm sau chứng minh chính xác mới được đưa ra). Điều Zariski phát hiện ra là những đường cong mà cố định bậc và số nếp gấp (cusp) - loại điểm kép phức tạp nhất sau các nút - có thể thuộc vào nhiều họ khác nhau. Ông đã đưa ra hai đường cong có bậc 6 với sáu nếp gấp mà phần bù có nhóm cơ bản không đẳng cấu với nhau.

Năm 1935 Zariski hoàn thành một việc đáng nhớ là tóm lược lại những kết quả quan trọng nhất của trường phái hình học đại số Ý trong tập chuyên khảo "Các mặt đại số". Mục đích của ông từng là để phổ biến rộng rãi những ý tưởng và kết quả của những người thầy của mình, nhưng kết quả lại là "Sự biến mất của thiên đường hình học mà tôi đã từng hạnh phúc sống ở đó". Ông đã nhận thấy rõ ràng là sự thiếu chặt chẽ mà ông đã chạm phải

không chỉ hạn chế trong một vài trường hợp riêng lẻ mà là một căn bệnh phổ biến.



Francesco Severi (13/4/1879 - 8/12/1961).

Nguồn: Internet

Mục đích của ông bấy giờ trở thành phải xây dựng lại hình học đại số một cách chặt chẽ. Tình yêu ban sơ của ông

là đại số khi đó đang nảy nở và tràn đầy những ý tưởng mới đẹp đẽ dưới bàn tay của Noether và Krull. B. L. van der Waerden cũng đề xuất những ứng dụng phong phú của đại số vào một số khía cạnh của hình học đại số. Zariski sau này có nói "Đáng tiếc là các thầy giáo Ý của tôi chẳng bao giờ nói với tôi về một sự phát triển dữ dội của đại số với kết nối đến hình học đại số như vậy. Tôi chỉ phát hiện ra điều đó rất lâu sau này khi đến Mỹ". Zariski đã ném mình vào lãnh địa mới này. Ông dành các năm 1935-1936 tại Viện nghiên cứu cao cấp ở Princeton, gặp gỡ thường xuyên Noether, sau đó tại Bryn Mawr, học hỏi lĩnh vực mới qua tiếp xúc với bậc thầy. Tại đại học Johns Hopkins, giai đoạn 1939-1940 ông tiến hành dự án nghiên cứu các ứng dụng của đại số hiện đại vào cơ sở của hình học đại số.

(còn nữa)

Người dịch: **Đoàn Trung Cường** (Viện Toán học) và **Phạm An Vinh** (ĐH Missouri)

Lược dịch từ bản tiếng Anh với sự cho phép của tác giả.

Ronald Aylmer Fisher⁽¹⁾

Nguyễn Đình Thi

(ĐH Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh)

Sir Ronald Aylmer Fisher (17/2/1890 - 29/7/1962) là một nhà thống kê, sinh học tiến hóa, thuyết ưu sinh và di truyền học người Anh. Fisher được biết đến như là một trong những kiến trúc sư trưởng của chủ nghĩa Darwin với những đóng góp quan trọng cho thống kê sinh học. Theo lời Anders Hald, ông là "một thiên

tài gần như tự mình tạo ra nền tảng cho ngành khoa học thống kê hiện đại", còn Richard Dawkins thì gọi ông là "nhà sinh học lớn nhất kể từ sau Darwin".

Fisher bắt đầu việc học tại trường Harrow năm 1904. Do mắt kém nên Fisher theo học kèm riêng môn toán mà không dùng giấy và bút, điều này giải thích khá

⁽¹⁾Được Tòa soạn bổ sung từ bài viết của tác giả Nguyễn Đình Thi

năng đặc biệt nhìn các bài toán thông qua các đối tượng hình học của ông. Năm 1909, ông được nhận học bổng vào học trường Caius và Gonville, ĐH Cambridge.

Ở Cambridge, Fisher được học về di truyền Mendel, một lý thuyết mới lúc bấy giờ. Ông đã nhận ra tiềm năng của các phương pháp thống kê để giải thích sự phù hợp giữa tính rời rạc trong lý thuyết của Mendel và thuyết tiến hóa theo thời gian. Ông đặc biệt quan tâm đến thuyết ưu sinh⁽¹⁾ mà theo ông là một vấn đề vừa của xã hội vừa của khoa học, bao trùm cả di truyền và thống kê. Năm 1911, ông đã tham gia thành lập hội ưu sinh ĐH Cambridge cùng với John Maynard Keynes, R.C. Punnett và Horace Darwin (con trai của Charles Darwin). Năm 1912, ông tốt nghiệp loại xuất sắc ngành toán.

Sau khi tốt nghiệp, ông xung phong tham gia quân đội Anh trong Chiến tranh thế giới I nhưng không được chấp nhận vì thị lực kém. Trong khoảng từ 1913-1919, Fisher là nhân viên thống kê, sau đó làm giáo viên toán và vật lý. Ông cũng tình nguyện viết bài nhận xét cho tạp chí *Eugenic Review*. Trong thời gian 1916-1919 Fisher công bố một số bài báo về thống kê sinh học (biometry), bao gồm bài báo có tính đột phá "The Correlation Between Relatives on the Supposition of Mendelian Inheritance", (1918). Bài báo đã đặt nền tảng cho chuyên ngành di truyền thống kê (biometrical genetics).

Sau chiến tranh Fisher muốn tìm một công việc mới, lúc đó có rất ít. Ông tìm được một vị trí ở Phòng thí nghiệm Galton của Karl Pearson, người sáng lập ngành thống kê tại Anh. Tuy nhiên, cho rằng cạnh tranh với Pearson có thể gây

trở ngại cho công việc nên ông đã chấp nhận một công việc tạm tại trung tâm thí nghiệm nông nghiệp Rodhamsted. Fisher ở đó từ 1919 cho đến 1933. Ông bắt đầu một chương trình thu thập dữ liệu lớn kéo dài trong nhiều năm, đây cũng là giai đoạn làm việc cực kỳ năng suất của ông. Trong bảy năm đầu tiên, Fisher là người tiên phong trong hướng thiết kế thí nghiệm và phân tích phương sai. Năm 1925 ông xuất bản quyển sách đầu tiên "Statistical Methods for Research Workers" (Các phương pháp thống kê cho người nghiên cứu), tiếp tục bằng quyển "The Design of Experiments" (Thiết kế thí nghiệm) in năm 1935. Những quyển sách này đều được in lại nhiều lần, dịch ra nhiều ngôn ngữ và trở thành tài liệu tham khảo chuẩn cho nhiều ngành khoa học.

Fisher là người đặt nền tảng cho rất nhiều chuyên ngành khoa học khác nhau, từ lý thuyết thống kê đến di truyền học dân số, di truyền sinh thái, thuyết tiến hóa hiện đại theo chủ nghĩa Darwin. Ví dụ, các khái niệm chọn lọc giới, bất chước và tiến hóa do thống trị được Fisher phát triển trong một cuốn sách quan trọng khác xuất bản năm 1930 "The Genetical Theory of Natural Selection" (Lý thuyết di truyền của chọn lọc tự nhiên).

Những đóng góp của Fisher được ghi nhận một phần khi ông được bầu là hội viên Hội hoàng gia (một dạng viện hàn lâm) vào năm 1929. Khi Karl Pearson nghỉ hưu năm 1933, Fisher trở thành người kế nhiệm tại University College London. Năm 1943 Fisher quay về ngôi trường cũ Cambridge khi được bổ nhiệm ghế giáo sư Arthur-Balfour về ưu sinh. Ông ở đó cho đến khi về hưu năm 1957.

⁽¹⁾ Wikipedia: Thuyết ưu sinh là "khoa học ứng dụng hoặc là phong trào sinh học-xã hội ủng hộ việc sử dụng các phương thức nhằm cải thiện cấu trúc gen của một nhóm sinh vật".

Tin tức hội viên và hoạt động toán học

LTS: Để tăng cường sự hiểu biết lẫn nhau trong cộng đồng các nhà toán học Việt Nam, Tòa soạn mong nhận được nhiều thông tin từ các hội viên HTHVN về chính bản thân, cơ quan hoặc đồng nghiệp của mình.

Hội đồng Chức danh giáo sư nhà nước đã họp và ra quyết định (Số 148/QĐ-HĐCDGSNN ngày 04/11/2013) công nhận đạt tiêu chuẩn chức danh giáo sư (56 người) và phó giáo sư (491 người) năm 2013. Ngành Toán có một giáo sư và 6 phó giáo sư được công nhận trong đợt này. Danh sách như sau:

Giáo sư:

1. Nguyễn Văn Quảng, Đại học Vinh, chuyên ngành Xác suất-Thống kê. GS. Nguyễn Văn Quảng sinh ngày 19/1/1957 tại Hương Sơn, Hà Tĩnh.

Phó Giáo sư:

1. Cung Thế Anh (22/8/1977), Đại học Sư phạm Hà Nội.
2. Phan Thanh Nam (17/1/1974), Đại học Quy Nhơn.
3. Huỳnh Văn Ngãi (25/6/1971), Đại học Quy Nhơn.
4. Sĩ Đức Quang (16/8/1981), Đại học Sư phạm Hà Nội.
5. Phan Văn Thiện (28/3/1964), Trường ĐH Sư phạm, Đại học Huế.
6. Lê Anh Vinh (29/7/1983), Trường ĐH Giáo dục, Đại học Quốc gia Hà Nội.

Kỳ thi Olympic Toán sinh viên năm 2014 sẽ được tổ chức tại trường đại học Phạm Văn Đồng, Quảng Ngãi. Đây là hoạt động thường niên của Hội Toán học Việt Nam nhằm thúc đẩy phong trào học tập toán của sinh viên, qua đó nâng cao chất lượng dạy và học toán cũng như phát hiện các sinh viên giỏi toán ở các trường

đại học, cao đẳng. Năm nay kỳ thi được phối hợp tổ chức giữa Hội Toán học Việt Nam và Bộ Giáo dục và Đào tạo, Liên hiệp các hội khoa học và kỹ thuật Việt Nam, Trung ương hội sinh viên Việt Nam và trường đại học Phạm Văn Đồng.

Thông tin thêm về kỳ thi có thể xem trên trang web của Hội Toán học.

Ngày 27-28/11/2013, "Hội nghị về nhóm, biểu diễn nhóm và các vấn đề liên quan" đã được tổ chức tại trường đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh. Đây là hội nghị về đại số lần đầu tiên được tổ chức tại trường ĐH KHTN và đã thu hút trên 50 đại biểu đến dự với 20 báo cáo. Hai nhà toán học đọc báo cáo mời toàn thể tại hội nghị là GS. Nguyễn Quốc Thắng (Viện Toán học) và GS. Nikolai Vavilov (Saint Petersburg State University, Nga). Nhân dịp này, hội nghị cũng dành thời gian để tôn vinh các đóng góp của PGS. TS. Bùi Xuân Hải trong nghiên cứu và đào tạo nhân dịp sinh nhật lần thứ 60 của ông.

Trách nhiệm mới

Ngày 18/10/2013, GS. TS. Nguyễn Hữu Dư được Bộ trưởng Bộ GD&ĐT bổ nhiệm làm Giám đốc điều hành Viện NCCC về Toán. Trước đó ông là phó hiệu trưởng trường ĐH Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội và cũng là Thư ký Hội đồng Khoa học của Viện NCCC về Toán. Tháng 8/2013, ông được bầu là Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam. Lĩnh vực nghiên cứu chính của ông là Xác suất - Thống kê.

Trước GS. Nguyễn Hữu Dư, cương vị Giám đốc điều hành Viện NCCC về Toán do GS. TSKH. Lê Tuấn Hoa đảm nhiệm từ ngày 1/6/2011 tới 18/10/2013. GS. Lê

Tuấn Hoa mới đây được bổ nhiệm là Viện trưởng Viện Toán học, Viện hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Danh sách ủng hộ quỹ Lê Văn Thiêm

(Tiếp theo kỳ trước)

188	Ngô Văn Lược		1.000.000
189	Mai Thế Duy	ĐH Hải Phòng	1.000.000
190	Nguyễn An Khương	ĐH Công nghệ Tp. Hồ Chí Minh	1.950.000
191	Nguyễn Quân Việt	Công ty CN mới, Viện HLKHCN Việt Nam	100.000
192	Phạm Hùng Quý	Đại học FPT	500.000

Tin toán học thế giới

Jean-Pierre Bourguignon vừa được bổ nhiệm là chủ tịch của Hội đồng Nghiên cứu châu Âu (European Research Council - ERC). Trong gần hai thập kỷ, Bourguignon đảm nhiệm vai trò giám đốc Viện Nghiên cứu khoa học cao cấp IHÉS, Pháp. Vào tháng 9 vừa rồi, vị trí giám đốc này đã được chuyển cho Emmanuel Ullmo - giáo sư tại đại học Paris XI ở Orsay, Pháp.

Hội đồng Nghiên cứu châu Âu ERC, thành lập năm 2007, hoạt động như một quỹ nghiên cứu khoa học và là một hạt nhân trong chiến lược phát triển nghiên cứu dài hạn của châu Âu. Mục đích chính của ERC là hỗ trợ các nghiên cứu chất lượng cao ở châu Âu thông qua các đăng ký có tính cạnh tranh. Phạm vi tài trợ của ERC bao phủ tất cả các lĩnh vực nghiên cứu. Trong giai đoạn 2007-2013, ERC đã tài trợ tổng cộng 7.5 tỷ euro.

Jean-Pierre Bourguignon hiện đang là một thành viên trong ban Tư vấn quốc tế của Viện NCCC về Toán. Ông bắt đầu

nhiệm kỳ chủ tịch ERC từ cuối tháng 12/2013.

Ban lãnh đạo mới của Hội Toán học Mỹ đã được bầu trong đợt bầu cử tháng 12/2013. Một số vị trí chủ chốt mới sẽ gồm chủ tịch - Robert Bryant (ĐH Duke), phó chủ tịch - Susan Montgomery (ĐH Nam California), ủy viên thường trực - Robert Lazarsfeld (ĐH Stony Brook). Các vị trí này đều bắt đầu từ đầu năm 2014.

Hoàng gia Anh đã chính thức xóa tội cho Alan Turing sau khi ông mất gần 60 năm. Turing là nhà toán học Anh và là người đã giúp bẻ gãy các mật mã Enigma của quân đội Đức trong chiến tranh thế giới thứ hai, ông được coi là cha đẻ của máy tính. Ông bị kết tội đồng tính luyến ái năm 1952, khi đó là một tội hình sự ở Anh. Hai năm sau, ông đã tự sát khi mới 42 tuổi.

Việc xóa tội đã được thứ trưởng bộ tư pháp Anh Chris Grayling công bố nhân danh nữ hoàng Elizabeth II, ông nói "Alan

Turing xứng đáng được nhớ đến và công nhận vì những đóng góp tuyệt vời của ông trong chiến tranh cũng như những di sản của ông cho khoa học". Thủ tướng Anh David Cameron nhấn mạnh "Việc làm của ông đã cứu sống vô số nhân mạng. Ông cũng để lại một di sản quốc gia với những thành tựu khoa học quan trọng của mình và thường được nhắc đến như là "cha đẻ của máy tính hiện đại"."

Trong một bài báo năm 1936, Alan Turing dự đoán một máy tính có thể thực hiện nhiệm vụ khác nhau bằng cách thay đổi phần mềm của nó chứ không phải phần cứng. Ông cũng đưa ra khái niệm "máy Turing" nổi tiếng ngày nay để xác định trí thông minh nhân tạo. Trong thử nghiệm, một người đưa ra những câu hỏi cho một máy tính và một người khác mà người đó đều không nhìn thấy nhằm cố gắng xác định đâu là máy tính, đâu là con người. Nếu máy tính có thể đánh lừa người hỏi thì nó được coi là thông minh.

Trong năm 2009, Thủ tướng Anh lúc đó Gordon Brown đã đưa ra lời xin lỗi chính thức⁽¹⁾ với Turing, cho rằng vụ xử lý ông là "kinh hoàng" và "hoàn toàn bất công".

Những nghiên cứu xung quanh giả thuyết số nguyên tố sinh đôi đang rất sôi nổi trong cộng đồng toán học. Kể từ công trình đột phá của Yitang Zhang, ĐH New Hampshire (Mỹ), chứng minh rằng có vô hạn cặp số nguyên tố (p, q) sao cho $|p - q| \leq 70.000.000$, đã có rất nhiều cố gắng đưa ra những chặn nhỏ hơn. Nếu có thể đưa chặn này về giá trị nhỏ nhất 2 thì đó chính là một lời giải cho giả thuyết tồn tại vô hạn cặp số nguyên tố sinh đôi nổi tiếng. Terrence Tao, ĐH California (Los Angeles, Mỹ), đã khởi động và lãnh đạo một dự án có tên là Polymath 8 với các thảo luận online nhằm mục đích giảm các

chặn này xuống, do đó cải tiến kết quả của Zhang. Kết quả tốt nhất của dự án này là chứng minh được có vô hạn cặp số nguyên tố với khoảng cách nhỏ hơn 5.000. Gần đây nhất, một nghiên cứu viên sau tiến sỹ, James Maynard, ở đại học Montreal (Canada) đã đưa chặn khoảng cách hai số nguyên tố xuống nhỏ hơn 600.

Các giải thưởng Leroy P. Steele, còn gọi là giải thưởng Steele, năm 2014 đã được công bố. Mục Trình bày toán học (Mathematical Exposition) được trao cho các tác giả Dmitri Burago (ĐH bang Pennsylvania, Mỹ), Yuri Burago (Viện Toán Steklov, Nga), and Sergei Ivanov (Viện Toán Steklov, Nga) nhờ cuốn sách thuộc lĩnh vực hình học "A Course in Metric Geometry".

Mục Đóng góp nền tảng cho nghiên cứu (Seminal Contribution to Research) được trao cho các nhà toán học Luis Caffarelli (ĐH Texas (Austin, Mỹ) - Lĩnh vực phương trình đạo hàm riêng phi tuyến), Robert Kohn (ĐH New York, Mỹ) and Louis Nirenberg (Viện các khoa học về Toán Courant, Mỹ). Ngoài giải thưởng này, Luis Caffarelli cũng đã từng nhận được giải thưởng Steele mục thành tựu trọn đời năm 2009 và giải thưởng Wolf 2012, còn Louis Nirenberg nhận được giải thưởng Steele mục thành tựu trọn đời năm 1994, ông cũng là chủ nhân đầu tiên của huy chương Chern (2010).

Mục thành tựu chọn đời (Lifetime Achievement) của giải thưởng Steele 2014 sẽ được trao cho Phillip A. Griffiths - giáo sư về hưu tại Viện Nghiên cứu cao cấp IAS Princeton, Mỹ. Ông được trao giải thưởng do những đóng góp xuất sắc trong hình học đại số, hình học vi phân, phương trình vi phân, đồng thời cho những đóng góp không mệt mỏi của

⁽¹⁾Xem thêm bài của tác giả Phạm Trà Ân tại số 4 tập 13 TTTH: <http://www.vms.org.vn/ttth/T13S4.pdf>

ông cho các hoạt động của cộng đồng toán học cũng như cho giảng dạy.



GS. Phillip A. Griffiths hiện là thành viên ban Tư vấn quốc tế của Viện NCCC Toán. *Nguồn: Internet*

Được Hội Toán học Mỹ trao hàng năm, giải thưởng Steele được coi là một trong những giải thưởng cao nhất dành cho các nhà toán học. Giải thưởng năm 2014 sẽ được trao vào ngày 16/1/2014 tại Baltimore, Mỹ.

Giải thưởng của lý thuyết số Cole (Frank Nelson Cole) năm 2014 sẽ được trao cho tác giả của hai cụm công trình liên quan đến giả thuyết số nguyên tố sinh đôi. Nhóm thứ nhất gồm Daniel Goldston (ĐH bang San Jose, Mỹ), János

Pintz (Viện Toán Alfréd Rényi, Hungary) và Cem Y. Yildirim (ĐH Boğaziçi, Thổ Nhĩ Kỳ) với công trình "Primes in tuples. I", *Ann. Math.* 170(2) (2009). Công trình này dẫn đến công trình đột phá của Yitang Zhang "Bounded gaps between primes", *Ann. Math.* 179(3) (2014). Yitang Zhang cũng là nhóm tác giả thứ hai nhận giải thưởng Cole năm 2014.

Giải thưởng Cole được Hội Toán học Mỹ trao ba năm một lần cho một bài báo nghiên cứu xuất sắc trong lý thuyết số xuất bản trong vòng 6 năm trước đó.

Một số giải thưởng khác của Hội Toán học Mỹ năm 2014 cũng đã công bố người được nhận. Giải thưởng Bôcher sẽ được trao cho Simon Brendle (ĐH Stanford, Mỹ - Lĩnh vực Hình học vi phân và Phương trình đạo hàm riêng phi tuyến). Alexander Kontorovich sẽ được trao giải thưởng Levi L. Conant, hay giải thưởng Conant. Chủ nhân huy chương Fields 2010, nhà toán học Cédric Villani (Pháp), sẽ được trao giải thưởng Doob nhờ cuốn sách chuyên khảo "Optimal Transport: Old and New" (Springer-Verlag, 2009). Một giải thưởng khác dành cho những đóng góp phục vụ cộng đồng sẽ được trao cho Philip Kutzko (ĐH Iowa, Mỹ).

Đố vui: Đây là ai?

Người trong ảnh bìa kỳ này là một nhà toán học với một thuật toán nổi tiếng. Ông là ai? Giải thưởng 300.000 đồng sẽ được Thông tin Toán học tặng cho độc giả gửi câu trả lời chính xác tên nhà khoa học này cùng bài viết hay nhất, không quá 500 từ về ông. Tên người đoạt giải và bài viết sẽ được đăng trong số TTTH tiếp theo.

Câu trả lời và bài viết xin gửi về ttth@vms.org.vn trước ngày 15/3/2013.

Giải đố kỳ trước: Người trong ảnh bìa của Tập 17 Số 3 là nhà thống kê Ronald Aylmer Fisher (17/2/1890 - 29/7/1962). Chúc mừng người nhận giải thưởng giải câu đố kỳ trước là Nguyễn Đình Thi, ĐH Khoa học tự nhiên - ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh (xem bài trang 14).

Dành cho các bạn trẻ

LTS: "Dành cho các bạn trẻ" là mục dành cho Sinh viên, Học sinh và tất cả các bạn trẻ yêu Toán. Tòa soạn mong nhận được các bài viết hoặc bài dịch có giá trị cho chuyên mục.

Số Frobenius cho ba phần tử

Lưu Bá Thắng (Đại học Sư phạm Hà Nội)

Ferdinand Georg Frobenius (1849-1917) là nhà Toán học nổi tiếng người Đức, được biết đến với những đóng góp về lý thuyết số, lý thuyết phương trình vi phân và lý thuyết nhóm. Theo [2], Frobenius là người đầu tiên đặt vấn đề nghiên cứu bài toán đổi tiền mà sau này được gọi là bài toán Frobenius (FP): Giả sử ta có n đồng xu, $n \geq 2$, với các mệnh giá a_1, \dots, a_n nguyên tố cùng nhau và $a_i \geq 2$ với $i = 1, 2, \dots, n$. Lượng tiền lớn nhất không thể quy đổi ra các đồng xu mệnh giá a_1, \dots, a_n được gọi là số Frobenius của a_1, \dots, a_n , ký hiệu là $g(\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n)$. Theo ngôn ngữ toán học, số Frobenius của một tập hữu hạn $n \geq 2$ các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau a_1, \dots, a_n , $a_i \geq 2$ là số tự nhiên lớn nhất không thể biểu diễn dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên không âm của các số a_1, \dots, a_n . Trong trường hợp có hai phần tử, Sylvester đã tìm ra công thức tường minh cho số Frobenius. Tuy nhiên trong trường hợp, thậm chí có ba phần tử, một công thức tường minh cho số Frobenius vẫn chưa được biết đến mặc dù người ta đã tìm được nhiều thuật toán để tính nó, ví dụ như [4, 5, 7]. Bài viết dưới đây nêu một số công thức tính số Frobenius trong trường hợp có ba phần tử với điều

kiện hạn chế của a_1, a_2, a_3 . Chú ý rằng nếu một trong các số $a_i = 1$ thì mọi số tự nhiên đều biểu diễn được dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên không âm của các a_i . Vì vậy, trong bài viết này chúng tôi luôn giả thiết các số a_i lớn hơn 1.

1. SỰ TỒN TẠI CỦA SỐ FROBENIUS

Định lý 1.1. (Sylvester [8]) Cho $a \geq 2, b \geq 2$ là các số nguyên dương và nguyên tố cùng nhau. Khi đó

$$g(a, b) = ab - a - b.$$

Chứng minh. Giả sử N là số nguyên dương và $N > ab - a - b$. Do $(a, b) = 1$ nên tồn tại $0 \leq x \leq b - 1$ để $ax \equiv N \pmod{b}$. Như vậy $ax + by = N$ với $y = \frac{N - ax}{b} \in \mathbb{Z}$. Chú ý rằng $y > \frac{ab - a - b - a(b - 1)}{b}$, hay $y > -1$, nên số nguyên y là không âm.

Để chứng minh $g(a, b) = ab - a - b$, ta cần chỉ ra rằng $ab - a - b$ không biểu diễn được thành tổ hợp tuyến tính của a, b với các hệ số nguyên không âm. Giả sử ngược lại, tồn tại các nguyên không âm x, y sao cho $ax + by = ab - a - b$. Ví $(a, b) = 1$ nên ta có ngay $a \mid (y + 1), b \mid (x + 1)$. Nói

riêng, $y + 1 \geq a$ và $x + 1 \geq b$. Do đó

$$\begin{aligned} ax + by &\geq a(b - 1) + b(a - 1) \\ &= 2ab - a - b > N. \end{aligned}$$

Mâu thuẫn. Vậy $g(a, b) = ab - a - b$. \square

Định lý 1.2. Luôn tồn tại số tự nhiên g sao cho mọi số tự nhiên $N \geq g$ đều được biểu diễn dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên không âm của các a_i . Từ đó suy ra luôn tồn tại số Frobenius $g(a_1, a_2, \dots, a_n)$.

Chứng minh. Ta chỉ ra, bằng qui nạp theo n , mọi số nguyên $N \geq a_1 \cdots a_n$ biểu diễn được dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên không âm của a_1, \dots, a_n . Trường hợp $n = 1$ là hiển nhiên, trường hợp $n = 2$ được chứng minh trong định lý 1.1.

Các bước qui nạp được tiến hành như sau. Giả sử $(a_1, \dots, a_n) = 1$. Đặt $d = (a_1, \dots, a_{n-1})$ và $a_1 = da'_1, \dots, a_{n-1} = da'_{n-1}$. Thế thì $(a'_1, \dots, a'_{n-1}) = 1$ và $(d, a_n) = 1$. Giả sử $N \geq a_1 \cdots a_n$. Tồn tại $0 \leq x_n \leq d - 1$ để $a_n x_n \equiv N \pmod{d}$. Viết $dN' + a_n x_n = N$. Ta dễ dàng chỉ ra được $N' > a'_1 \cdots a'_{n-1} - 1$ và do đó $N' \geq a'_1 \cdots a'_{n-1}$. Từ đây, theo giả thiết qui nạp, ta có một biểu diễn

$$N' = a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \cdots + a'_{n-1} x_{n-1},$$

với x_i là các số nguyên không âm. Đăng thức này rõ ràng cho ta một biểu diễn cần tìm

$$N = a_1 x_1 + \cdots + a_{n-1} x_{n-1} + a_n x_n. \quad \square$$

2. SỐ FROBENIUS CỦA BA PHẦN TỬ

Kỳ thi Olympic Toán quốc tế lần thứ 24, đã có một bài toán như sau: Cho a, b, c là ba số nguyên dương phân biệt, đôi

một nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng $2abc - ab - bc - ca$ là số nguyên lớn nhất không thể biểu diễn được dưới dạng $xbc + yac + zab$ trong đó x, y, z là các số tự nhiên. Phát biểu khác của bài toán này là chứng minh rằng số Frobenius

$$g(ab, bc, ca) = 2abc - ab - bc - ca.$$

Lời giải.

Bước 1: Ta chứng minh $2abc - ab - bc - ca$ không thể biểu diễn được dưới dạng tổ hợp tuyến tính của ab, bc, ca với các hệ số nguyên không âm. Thật vậy, giả sử $2abc - ab - bc - ca = xbc + yca + zab$. Thế thì bằng rút gọn modulo a, b và c , kết hợp với việc a, b, c đôi một nguyên tố, ta suy ra ngay $a \mid (x + 1), b \mid (y + 1), c \mid (z + 1)$. Nói riêng $x \geq a - 1, y \geq b - 1, z \geq c - 1$. Từ đó suy ra $xbc + yca + zab \geq (a - 1)bc + (b - 1)ca + (c - 1)ab = 3abc - ab - bc - ca > 2abc - ab - bc - ca$, mâu thuẫn.

Bước 2: Ta chứng minh mọi số nguyên $N > 2abc - ab - bc - ca$ đều biểu diễn được dưới dạng tổ hợp tuyến tính của ab, bc, ca với các hệ số nguyên không âm. Thật vậy, do $(a, bc) = 1$, tồn tại $0 \leq x \leq c - 1$ để $bcx \equiv N \pmod{a}$. Tương tự, ta tìm được $0 \leq y \leq b - 1$ để $yca \equiv N \pmod{b}$. Từ đó suy ra $xbc + yca \equiv N \pmod{ab}$. Ta suy ra tồn tại số nguyên z để $xbc + yca + zab = N$. Bây giờ, các điều kiện $N > 2abc - ab - bc - ca$ và $x \leq c - a, y \leq b - 1$ dẫn đến

$$\begin{aligned} z &= \frac{N - xbc - yca}{ab} \\ &> \frac{2abc - bc - ca - ab - (a - 1)bc - (b - 1)ca}{ab} \end{aligned}$$

hay $z > -1$. Từ đó $z \geq 0$. Và bài toán được chứng minh.

Định lý 2.1. Cho $2 \leq a \leq b \leq c$ là các số nguyên dương, nguyên tố cùng nhau thỏa mãn $a + c = 2b$. Khi đó,

$$g(a, b, c) = \left(\left\lfloor \frac{a-2}{2} \right\rfloor + 1 \right) a \\ + (b-a-1)(a-1) - 1.$$

Ta chứng minh bài toán tổng quát sau.

Định lý 2.2. [6] Cho a, d, s là các số nguyên dương với $(a, d) = 1$ và $a, s \geq 2$. Khi đó,

$$g(a, a+d, \dots, a+sd) = \left(\left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor + 1 \right) a \\ + (d-1)(a-1) - 1.$$

Chứng minh. Đặt $y_i = \sum_{j=i}^s x_j$, $i = 0, \dots, s$. Vì

$$ay_0 + d(y_1 + \dots + y_s) \\ = a(x_0 + \dots + x_s) + d(x_1 + x_2 + \dots + x_s) \\ + d(x_2 + \dots + x_s) + \dots + dx_s \\ = a(x_0 + \dots + x_s) \\ + d(x_1 + 2x_2 + \dots + sx_s) \\ = \sum_{i=0}^s (a+id)x_i$$

nên một số nguyên dương L biểu diễn được dưới dạng $\sum_{i=0}^s (a+id)x_i$ khi và chỉ khi

$$L = ay_0 + d(y_1 + \dots + y_s),$$

với $y_0 \geq \dots \geq y_s \geq 0$.

Chú ý rằng nếu cho trước y_0 , những số nguyên dương biểu diễn được dưới dạng

$$y_1 + \dots + y_s, \quad \text{với } y_0 \geq \dots \geq y_s,$$

chính là các số nguyên z thỏa mãn $0 \leq z \leq sy_0$. Do đó L biểu diễn được bởi tổ hợp tuyến tính nguyên không âm của $a, a+d, \dots, a+sd$ khi và chỉ khi $L = ay + dz, 0 \leq z \leq sy$.

Đặt

$$R = \left(\left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor + 1 \right) a + (d-1)(a-1).$$

Giả sử $r \geq R$, vì $(a, d) = 1$ nên tồn tại số nguyên z sao cho

$$dz \equiv r \pmod{a} \quad \text{và } 0 \leq z \leq a-1.$$

Do đó, tồn tại $y \in \mathbb{Z}, r - dz = ay$. Hơn nữa

$$ay = r - dz \\ \geq r - d(a-1), \quad (\text{vì } z \leq a-1) \\ \geq R - d(a-1), \quad (\text{vì } r \geq R) \\ = \left(\left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor + 1 \right) a - (a-1) \\ = \left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor a + 1 > \left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor a.$$

Vì vậy $y > \left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor$ hay $y \geq \left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor + 1$.

Do $s \left(\left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor + 1 \right) > a-2$ nên

$$(1) \quad sy \geq s \left(\left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor + 1 \right) > a-1 \geq z.$$

Suy ra $r = ay + dz$ với $0 \leq z \leq sy$. Theo nhận xét trên, r biểu diễn được dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên không âm của $a, a+d, \dots, a+sd$.

Để kết thúc chứng minh định lý 2.2, ta sẽ chỉ ra $r = R - 1$ không biểu diễn được dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên không âm của $a, a+d, \dots, a+sd$.

Thật vậy, giả sử có y, z là các số nguyên thỏa mãn $r = ay + dz, sy \geq z \geq 0$. Do

$$R - 1 = \left(\left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor + 1 \right) a \\ + (d-1)(a-1) - 1 \\ = \left(\left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor + 1 \right) a + d(a-1) - a$$

nên $z \equiv a-1 \pmod{a}$. Vì vậy, $z \geq a-1$ và $y \leq \left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor$. Do đó,

$$sy \leq s \left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor \leq a-2 < a-1 \leq z,$$

mâu thuẫn với (1).

Vậy không tồn tại y, z nguyên sao cho $r = ay + dz, sy \geq z \geq 0$ và ta có

$$g(a, a+d, \dots, a+sd) = \left(\left\lfloor \frac{a-2}{s} \right\rfloor + 1 \right) a \\ + (d-1)(a-1) - 1.$$

Định lý được chứng minh. \square

Trở lại với Định lý 2.1, $a + c = 2b$ nên a, b, c là lập thành cấp số cộng với công sai $d = b - a$. Do $(a, b, c) = 1$ nên $(a, d) = 1$. Theo định lý 2.2 ta có

$$g(a, b, c) = \left(\left\lfloor \frac{a-2}{2} \right\rfloor + 1 \right) a + (b - a - 1)(a - 1) - 1.$$

Hệ quả 2.3. Cho $a > 1, k \geq 1$ là các số nguyên dương. Khi đó

$$g(a, a+1, \dots, a+k) = \left(\left\lfloor \frac{a-2}{k} \right\rfloor + 1 \right) a - 1.$$

Định lý 2.4. Cho a, b, c là các số nguyên dương lớn hơn 1, nguyên tố cùng nhau. Giả sử $a = a'd, b = b'd$ với $(a', b') = 1$ và $c = ua' + vb'$ với các số nguyên $u, v \geq 0$. Khi đó,

$$g(a, b, c) = \frac{ab}{d} - a - b + (d-1)c.$$

Chứng minh của định lý này dựa vào kết quả sau.

Bổ đề 2.5. [3] Giả sử a_1, a_2, \dots, a_n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau, $n \geq 3$. Đặt $(a_1, a_2, \dots, a_{n-1}) = d$. Khi đó

$$g(a_1, \dots, a_n) = dg\left(\frac{a_1}{d}, \dots, \frac{a_{n-1}}{d}, a_n\right) + (d-1)a_n.$$

Trước khi chứng minh Bổ đề 2.5, ta hãy giải thích vì sao kết quả này giúp thiết lập Định lý 2.4. Theo Bổ đề 2.5 ta có $g(a, b, c) = d \cdot g(a', b', c) + (d-1)c$. Thế nhưng do c biểu diễn được thành tổ hợp tuyến tính nguyên không âm của a', b' nên hiển nhiên $g(a', b', c) = g(a', b')$. Cuối cùng, theo Định lý 1.1, ta có $g(a', b') = a'b' - a' - b'$. Như vậy, $g(a, b, c) = d(a'b' - a' - b') - (d-1)c = \frac{ab}{d} - a - b + (d-1)c$.

Chứng minh Bổ đề 2.5. Đặt

$$G = G(a_1, \dots, a_n) = g(a_1, \dots, a_n) + \sum_{i=1}^n a_i.$$

G là số nguyên lớn nhất không biểu diễn được dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên dương của a_1, \dots, a_n . Khi đó, đẳng thức trong bổ đề tương đương với

$$G(a_1, \dots, a_n) - \sum_{i=1}^n a_i = d \left[G\left(\frac{a_1}{d}, \dots, \frac{a_{n-1}}{d}, a_n\right) - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{a_i}{d} a_n \right] + (d-1)a_n,$$

hay tương đương với

$$G(a_1, \dots, a_n) = dG\left(\frac{a_1}{d}, \dots, \frac{a_{n-1}}{d}, a_n\right) + a_n - da_n + (d-1)a_n = dG\left(\frac{a_1}{d}, \dots, \frac{a_{n-1}}{d}, a_n\right).$$

Để chứng minh đẳng thức này, trước hết ta có

$$(2) \quad G = \sum_{i=1}^{n-1} a_i x_i, \quad x_i > 0.$$

Thật vậy, vì G là số nguyên lớn nhất không biểu diễn được dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên dương của a_1, \dots, a_n và $a_n + G > G$ nên tồn tại các số nguyên dương x_1, \dots, x_n sao cho

$$a_n + G = \sum_{i=1}^{n-1} a_i x_i + a_n x_n.$$

Suy ra

$$G = \sum_{i=1}^{n-1} a_i x_i + a_n(x_n - 1).$$

Do tính chất của G nên $x_n = 1$, hay G phải có dạng (2).

Đặt $a_i = da'_i$, $i = 1, \dots, n-1$. Khi đó,

$$(3) \quad G = \sum_{i=1}^{n-1} a_i x_i = d \sum_{i=1}^{n-1} a'_i x_i = dG',$$

$$\text{với } G' = \sum_{i=1}^{n-1} a'_i x_i.$$

Để kết thúc chứng minh Bổ đề 2.5 ta sẽ chỉ ra $G' = G(a'_1, \dots, a'_{n-1}, a_n)$.

Rõ ràng, G' không thể biểu diễn được dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên dương của $a'_1, \dots, a'_{n-1}, a_n$. Thật vậy, giả sử $G' = y_n a_n + \sum_{i=1}^{n-1} a'_i y_i$, $y_i > 0$. Ta có

$$\begin{aligned} G = G'd &= y_n da_n + \sum_{i=1}^{n-1} da'_i y_i \\ &= y_n da_n + \sum_{i=1}^{n-1} a_i y_i. \end{aligned}$$

Tức là G được biểu diễn dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên dương của các a_i . Điều này mâu thuẫn với cách định nghĩa G . Do đó, G' không thể biểu diễn được dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên dương của $a'_1, \dots, a'_{n-1}, a_n$.

Với $h \in \mathbb{N}$, $h > G'$ ta có $hd > G'd = G$ nên tồn tại $z_i \in \mathbb{N}^*$, $i = 1, \dots, n$, sao cho

$$\begin{aligned} hd &= \sum_{i=1}^n a_i z_i = z_n a_n + \sum_{i=1}^{n-1} a_i z_i \\ &= z_n a_n + d \sum_{i=1}^{n-1} a'_i z_i. \end{aligned}$$

Do đó, $d \mid z_n$. Đặt $z_n = dz'_n$, ta có

$$hd = dz'_n a_n + d \sum_{i=1}^{n-1} a'_i z_i, \quad z_i > 0.$$

Suy ra

$$h = z'_n a_n + \sum_{i=1}^{n-1} a'_i z_i, \quad z_i > 0.$$

Điều này có nghĩa là h biểu diễn được dưới dạng tổ hợp tuyến tính nguyên

dương của $a'_1, \dots, a'_{n-1}, a_n$. Do vậy,

$$\begin{aligned} G' &= G(a'_1, \dots, a'_{n-1}, a_n) \\ &= G\left(\frac{a_1}{d}, \dots, \frac{a_{n-1}}{d}, a_n\right). \end{aligned}$$

Kết hợp với (3) ta có điều phải chứng minh. \square

Trong bài này, chúng tôi đã giới thiệu một vấn đề nghiên cứu khá thú vị của lý thuyết số. Bằng các kiến thức toán học sơ cấp, chúng ta cũng có thể tìm được công thức tính số Frobenius trong một vài trường hợp đặc biệt. Câu chuyện về số Frobenius còn rất nhiều vấn đề thú vị cần khám phá. Các bạn học sinh, sinh viên hay học viên cao học có thể bắt đầu tập dượt bằng cách tìm thêm các công thức tính số Frobenius khi thay đổi điều kiện của các số a, b, c hoặc tìm số Frobenius của một hệ nhiều hơn 3 phần tử.

TÀI LIỆU

- [1] M. Beck, R. Diaz and S. Robin, The Frobenius problem, rational polytopes, and Fourier-Dedekind sums, *J. Number Theory* **96**(1) (2002) 1-21.
- [2] A. Brauer, On a problem of partitions, *American J. Math.* **64** (1942) 299-312.
- [3] A. Brauer and J. E. Shockley, On a problem of Frobenius, *J. Reine. Ange. Math.* **211** (1962) 215-220.
- [4] J. L. Davison, On the linear diophantine of Frobenius, *J. Number Theory* **48** (1994) 353-363.
- [5] H. G. Killingbergtrø, Betjening av figur i Frobenius' problem (Using figures in Frobenius' problem), (Norwegian), *Normat* **2** (2000) 75-82.
- [6] J. B. Roberts, Note on linear form, *Proc. Am. Math. Soc.* **7** (1956) 465-469.
- [7] Ø. J. Rødseth, On a linear diophantine problem of Frobenius, *J. Reine Ange. Math.* **301** (1978) 171-178.
- [8] J. J. Sylvester, "Problem 7382", *Educational Times* **37** (1884) pp. 26; Reprint in: Mathematical question with their solution, *Educational Times* **41**, pp.21.

Kính mời quý vị và các bạn đồng nghiệp đăng kí tham gia Hội Toán học Việt Nam

Hội Toán học Việt Nam được thành lập vào năm 1966. Mục đích của Hội là góp phần đẩy mạnh công tác giảng dạy, nghiên cứu, ứng dụng và phổ biến toán học. Tất cả những ai có tham gia giảng dạy, nghiên cứu, ứng dụng và phổ biến toán học đều có thể gia nhập Hội. Là hội viên, quý vị sẽ được tham gia cũng như được thông báo đầy đủ về các hoạt động của Hội, được phát miễn phí bản tin Thông tin Toán học, được mua một số ấn phẩm toán với giá ưu đãi. Để gia nhập Hội lần đầu tiên hoặc để đăng kí lại hội viên, quý vị cần điền và cắt gửi phiếu đăng ký dưới đây tới BCH Hội theo địa chỉ:

Chị Cao Ngọc Anh, Viện Toán Học, 18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội

Việc đóng hội phí có thể thực hiện theo tập thể hoặc từng cá nhân bằng một trong các hình thức sau:

1. Đóng trực tiếp hoặc gửi tiền qua bưu điện đến chị Cao Ngọc Anh theo địa chỉ trên.
2. Chuyển khoản tới tài khoản của Hội:
Tên tài khoản: Hội Toán học Việt Nam.
Số tài khoản: 0491000028899.
Ngân hàng TMCP Ngoại thương Việt Nam - Chi nhánh Thăng Long.
(Đề nghị thông báo cho chị Cao Ngọc Anh danh sách những hội viên đóng hội phí).

Thông tin về hội viên Hội Toán học Việt Nam cũng như tình hình đóng hội phí được cập nhật thường xuyên trên trang web của Hội.

BCH Hội Toán học Việt Nam

✂

Hội Toán Học Việt Nam Phiếu đăng kí hội viên	Hội phí năm 2014
1. Họ và tên:	Hội phí: 100 000 Đ <input type="checkbox"/>
2. Nam <input type="checkbox"/> Nữ <input type="checkbox"/>	(Thực hiện từ năm 2014 theo nghị quyết tại Đại hội Toán học Việt Nam lần thứ 7)
3. Ngày sinh:	Acta Math. Vietnamica (*): 120 000 Đ <input type="checkbox"/>
4. Nơi sinh (<i>huyện, tỉnh</i>):	Vietnam J. Mathematics (*): 112 000 Đ <input type="checkbox"/>
5. Học vị (<i>năm, nơi bảo vệ</i>): Cử nhân:	Tổng cộng:
Thạc sỹ:	Hình thức đóng:
Tiến sỹ:	<input type="checkbox"/> Đóng tập thể theo cơ quan
TSKH:	Tên cơ quan:
6. Học hàm (<i>nơi được phong</i>): PGS:	<input type="checkbox"/> Đóng trực tiếp
GS:	<input type="checkbox"/> Chuyển khoản
7. Chuyên ngành:	<input type="checkbox"/> Gửi bưu điện (<i>Đề nghị gửi kèm bản chụp thư chuyển tiền</i>)
8. Nơi công tác:	
9. Chức vụ hiện nay:	
10. Địa chỉ liên hệ:	
.....	
Email:	
Điện thoại:	
Ngày: Kí tên:	

(*) Việc mua các tạp chí Acta Mathematica Vietnamica và Vietnam Journal of Mathematics là tự nguyện. Trên đây là giá ưu đãi dành cho hội viên Hội Toán học (gồm 4 số, kể cả bưu phí).

THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 17 SỐ 4 (2013)

Chúc mừng năm mới và thông báo mời tham dự buổi Gặp mặt đầu Xuân và Du Xuân 2014 của Hội Toán học	1
Toán học có cần cho y tế cộng đồng?	2
Klaus Krickeberg <i>Hồ Đăng Phúc dịch</i>	
Trung tâm Lưu trữ quốc gia tiếp nhận tài liệu của giáo sư Hoàng Tụy	9
Phùng Hồ Hải	
Oscar Zariski, 1899-1986	11
David Mumford <i>Đoàn Trung Cường và Phạm An Vinh dịch</i>	
Ronald Aylmer Fisher	14
Nguyễn Đình Thi	
Tin tức hội viên và hoạt động toán học	16
Tin toán học thế giới	17
<i>Dành cho các bạn trẻ</i>	
Số Frobenius cho ba phần tử	20
Lưu Bá Thắng	