Hội Toán Học Việt Nam

# THÔNG TIN TOÁN HỌC

Tháng 6 Năm 2012 Tập 16 Số 2

• Bản tin **Thông Tin Toán Học** nhằm mục đích phản ánh các sinh hoạt chuyên môn trong cộng đồng toán học Việt Nam và quốc tế. Bản tin ra thường kỳ 4-6 số trong một năm.

• Thể lệ gửi bài: Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học. Bài viết xin gửi về tòa soạn. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file (chủ yếu theo phông chữ unicode hoặc .VnTime).

• Mọi liên hệ với bản tin xin gửi về:

*Bản tin: **Thông Tin Toán Học***
*Viện Toán Học*
*18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội*

e-mail:
ttth@vms.org.vn



Website của Hội Toán học:
www.vms.org.vn

Ảnh bìa 1. Friedrich Hirzebruch (1927-2012)
*Nguồn: Internet*

# A. Grothendieck - Người chứng minh "định lí": *"Tồn tại nền toán học Việt Nam!"*

**Hà Huy Khoái** (Viện Toán học)

*LTS: Quan hệ giữa Việt Nam và Pháp về Toán học đã trải qua cỡ một thế kỷ với rất nhiều sự kiện, biến động, thăng trầm và cả thành tựu. Nhân dịp lần đầu tiên tổ chức Đại hội Toán học phối hợp giữa Hội Toán học Việt Nam và Hội Toán học Pháp (20-24/08/2012 tại Đại học Huế), chúng tôi xin giới thiệu một số bài viết về mối quan hệ đặc biệt này. Đây cũng là một dịp để chúng ta nhìn lại mối quan hệ trong Toán học giữa Việt Nam và Pháp và hướng đến những hợp tác trong tương lai.*

Đó là một trong những "Định lí tồn tại" nổi tiếng nhất của một trong những nhà toán học nổi tiếng nhất của thế kỉ XX: Alexandre Grothendieck. Ông đã chứng minh "định lí tồn tại" nổi tiếng của mình không phải theo cách thường dùng để chứng minh các "định lí Grothendieck" nổi tiếng khác. Lần này, thế giới toán học được biết đến một phương pháp chứng minh mới của Grothendieck: ông chứng minh bằng chuyến đi của mình đến miền Bắc Việt Nam trong thời kì ác liệt nhất của cuộc chiến tranh phá hoại của đế quốc Mỹ. Sau khi từ Việt Nam trở về, tháng 11 năm 1967, Grothendieck đã viết một bài về chuyến đi của mình, kết thúc bằng câu: "Tôi đã chứng minh một trong những định lí quan trọng nhất của mình, đó là: *Tồn tại một nền toán học Việt Nam*". Bài viết đó nhanh chóng trở thành nổi tiếng trong thế giới toán học, bởi vì bất cứ điều gì mà Grothendieck viết ra đều là điều mà mọi người làm toán quan tâm. Phải nói rằng, không phải Grothendieck chỉ "chứng minh" sự tồn tại của nền toán học Việt Nam, mà chính ông đã góp phần vào "sự tồn tại" đó. Tôi hiểu điều này một cách rõ ràng khi, rất nhiều năm sau chuyến đi của Grothendieck, nhiều đồng nghiệp nước ngoài nói với tôi rằng họ biết đến nền toán học Việt Nam từ sau khi đọc bài viết của Grothendieck. Và cũng nhiều lần, tôi phải kể lại tường tận những gì tôi đã được chứng kiến, những gì Grothendieck đã làm trong chuyến đi thăm Việt Nam. Bản thân sự kiện Grothendieck đến Việt Nam đã là một sự lạ. Ông, người được trao giải thưởng Fields, người mà bất kì một trường đại học lớn nào cũng lấy làm vinh dự khi ông đến thăm, lại đi đến Việt Nam đang dưới bom đạn ác liệt? Nhưng, để có thể hình dung tại sao những điều Grothendieck viết ra lại có ảnh hưởng to lớn như vậy trong thế giới toán học, xin được nói đôi lời về ông.

Alexandre Grothendieck là một trong những nhà toán học được nhắc đến nhiều nhất của thế kỷ 20. Dĩ nhiên người ta nhắc đến ông trước hết vì những đóng góp to lớn của ông cho toán học, nhưng cũng vì ông là một con người với thiên tài kì lạ, cá tính kì lạ. Mặc dù ông đã viết hơn 1000 trang hồi ký, người ta vẫn biết rất ít về cuộc sống riêng của ông! Bởi thế, nhiều điều trong tiểu sử của ông vẫn còn là bí ẩn, đôi khi chỉ là những "truyền thuyết". Những điều tôi viết sau đây dựa rất nhiều vào những lời kể của một số bạn bè gần gũi của ông.

Alexandre Grothendieck không phải là người có một thời thơ ấu êm ả và thuận lợi. Cha ông họ là Shapiro (không rõ tên là gì), sinh khoảng năm 1890 trong một thị trấn nhỏ thuộc Nga, gần giao điểm của ba nước Nga, Ucraina, Bêlôruxia. Dòng họ Shapiro gồm những người Do Thái rất sùng đạo. Ông Shapiro tham gia vào phong trào cách mạng 1905 ở Nga, sau đó bị đày đi Xibêri hơn 10 năm trời. Ông được trả tự do năm 1917 khi cách mạng Tháng Mười Nga thành công, và là một trong những nhà lãnh đạo của Đảng Xã hội – cách mạng cánh tả. Lúc đầu ông đi với những người Bônsêvich, nhưng sau đó rời bỏ họ. Thời kỳ này ở Châu Âu có nhiều phong trào cách mạng: Rosa Luxemburg ở Berlin, các Xôviết ở Munich, nhóm cách mạng của Bela Kun ở Hungari. Nước Nga bước vào cuộc nội chiến với sự tham gia của nhiều lực lượng khác nhau, trong đó có phái vô chính phủ do Makhnô cầm đầu ở Ucraina. Cha của Grothendieck tham gia vào tất cả các phong trào đó! Trong những năm 20 ông sống chủ yếu ở Đức, gia nhập các nhóm chính trị, vũ trang của các đảng cánh tả chống lại Hitler và bọn Quốc xã. Tại Đức, Shapiro gặp Hanka Grothendieck, một phụ nữ Do Thái đến từ miền bắc nước Đức. Ngày 28 tháng 3 năm 1928, họ sinh người con trai đặt tên là Alexandre. Chỉ ít lâu sau, Hitler lên cầm quyền và từ năm 1933, nước Đức trở nên rất nguy hiểm đối với những nhà cách mạng Do Thái. Cha mẹ của Alexandre lánh nạn sang Pháp, để lại con trai mình trong một trường tư thục gần Hamburg. Năm 1936 cuộc nội chiến Tây Ban Nha bùng nổ. Ông Shapiro tham gia trong đoàn quân chống phát xít Franco. Khi những người cộng hoà Tây Ban Nha thất bại, ông bị đưa vào nhà tù ở Vernet, sau đó chuyển về trại tập trung Ausschwitz (Ôtsơvenxim) và chết tại đó năm 1942.

Hanka Grothendieck cùng với con trai Alexandre sống sót một cách may mắn trong một nước Pháp bài Do Thái dưới thời Thống chế Pêtanh. Họ được những người kháng chiến theo đạo Tin Lành ở Cévennes che chở. Mục sư Trocmé, hiệu trưởng trường Tin Lành ở Cévennes biến vùng đó thành trung tâm kháng chiến chống bọn chiếm đóng quốc xã. Alexandre Grothendieck được học và sống ngay trong trường đó.

Về thời kỳ đó, Grothendieck viết trong "Reflexions et témoignages sur un passé de mathématicien" : *"Tôi học năm đầu lycée trước hết ở Đức, sau đó ở Pháp. Năm 1940 là năm đầu tiên tôi học lycée bên Pháp. Lúc đó là chiến tranh. Mẹ tôi và tôi bị giam trong trại tập trung ở Rieucros, gần Mende. Tôi là đứa trẻ lớn nhất ở trại và là đứa duy nhất đi học lycée. Trời tuyết hay trời gió, tôi đi tới trường với những đôi giày tạm, bị thấm nước. Mấy năm cuối của chiến tranh, trong lúc mẹ tôi vẫn bị giam ở trại tập trung, tôi sống ở một nhà dành cho trẻ con tị nạn của "Secours Suisse" ở Chambon sur Lignon. Phần lớn bọn trẻ chúng tôi là người Do Thái và khi cảnh sát địa phương báo cho chúng tôi là bọn Gestapo sắp vây lùng, chúng tôi chạy vào rừng ẩn náu độ một hai đêm, đi từng nhóm hai hay ba người, không có ý thức lắm về mối hiểm nguy chết người. Vùng Cévennes đầy những người Do Thái ẩn náu và nhiều người sống sót nhờ tình đoàn kết của dân địa phương. Ở đây, tôi đi học ở "Collège Cévenol" cho đến năm 1945. Giữa 1945 và 1948 tôi là sinh viên ở đại học Montpellier. Mẹ tôi và tôi sống ở xóm nhỏ Mairargner heo hút, cách Montpellier độ hơn chục cây số. Chúng tôi sống tằn tiện bằng cái học* *bổng sinh viên nghèo nàn của tôi. Để sống được qua ngày, mỗi hè tôi đi hái nho; và lại có cả cái vườn nữa cho chúng tôi rau quả. Đó là một cuộc sống tươi đẹp, trừ khi phải đối mặt với những tiêu pha như thay gọng kính hay thay đôi giày mòn vẹt cả đế . . . ".*

Sau hai năm học ở Montpellier, mùa thu năm 1948, Grothendieck được các thầy giáo giới thiệu lên Paris theo học ở Ecole Normale Superieure với Elie Cartan, một trong những nhà toán học nổi tiếng nhất thời đó. Đó là điểm kết thúc thời niên thiếu và bắt đầu một thời kỳ vinh quang của Grothendieck, từ 1949 đến 1970.

Sau một năm ở Paris, Grothendieck chuyển đến Nancy, làm việc dưới sự hướng dẫn của Dieudonné. Thời kỳ này anh quan tâm nhiều đến Giải tích hàm. Bản luận án tiến sĩ quốc gia "Tích tenxơ tôpô và các không gian hạch" của Grothendieck, bảo vệ năm 1950, đã trở thành kinh điển và là điểm khởi đầu cho lý thuyết hình học các không gian Banach. Cũng thời kỳ này Grothendieck gia nhập nhóm Bourbaki, cùng với Henri Cartan, Dieudonné, André Weil và một số người khác.

Từ năm 1950, Grothendieck nhận được tài trợ của Trung tâm nghiên cứu khoa học quốc gia Pháp. Ông làm việc ở trường Đại học tổng hợp Sao Paulo (Braxin) trong hai năm 1953-1955, sau đó chuyển về Đại học Kansas (Hoa Kỳ). Chính trong thời kỳ này, mối quan tâm của ông chuyển từ Giải tích hàm sang Tôpô và Hình học. Năm 1956 ông trở về Pháp, làm Nghiên cứu viên của Trung tâm nghiên cứu khoa học quốc gia Pháp.

Năm 1959 đánh dấu một cái mốc quyết định trong sự nghiệp của Grothendieck. Đó là năm ông nhận một "ghế" ở Viện nghiên cứu khoa học cao cấp (Institut des Hautes Etudes Scientifiques, nổi tiếng với tên gọi tắt là IHES) vừa mới thành lập, đặt tại Bures-sur-Yvette, trong vùng thung lũng Essonne xinh đẹp gần Paris. Người ta thường nói, những năm Grothendieck ở IHES (1959-1970) là những năm vàng (Golden Age) của cuộc đời ông. Tại đây, dưới sự lãnh đạo của Grothendieck đã xuất hiện một trường phái mới của toán học. IHES trở thành trung tâm lớn nhất thế giới về Hình học đại số. Nhờ Grothendieck, Hình học đại số mang một diện mạo mới sau thời kỳ phát triển hoàng kim của nó với "trường phái Italia" nổi tiếng (với những tên tuổi như Frobenius, Castelnuovo, Fano, . . . ). Cùng với việc đưa vào khái niệm "lược đồ" (scheme), Grothendieck "đại số hoá" những tư tưởng hình học rực rỡ của trường phái Italia, đưa đến cho Hình học đại số những công cụ tính toán mạnh mẽ. Hơn thế nữa, các công trình của Grothendieck cho ta khả năng nhìn nhận toán học hiện đại trong một thể thống nhất: các định lý của ông là sự hợp nhất của hình học, số học, tôpô và giải tích phức.

Khó có thể liệt kê hết những gì mà Grothendieck đã mang lại cho toán học. Đó là tích tenxơ tôpô, không gian hạch, đối đồng điều bó như là các hàm tử dẫn xuất, lược đồ, K- lý thuyết, Định lý Grothendieck-Riemann-Roch, định nghĩa đại số của nhóm cơ bản của một đường cong, xác định cấu trúc hình học thông qua các hàm tử, phạm trù phân thớ, hình thức luận của đối ngẫu địa phương và toàn cục, đối đồng điều étale, đối đồng điều crystalline, mô tả các L-hàm trong ngôn ngữ đối đồng điều, các "môtip", . . . Thật khó hình dung được rằng, tất cả những tư tưởng lớn như thế của toán học chỉ xuất hiện trong một cái đầu, và chỉ trong khoảng 10 năm! Điều xuyên suốt trong toàn bộ sự nghiệp của Grothendieck chính là cố gắng của ông nhằm "thống nhất" toàn bộ toán học, xoá nhoà ranh giới giữa hình học, đại số, số học, giải tích. Tư tưởng đó của Grothendieck có ảnh hưởng lớn trong sự phát triển của toán học hiện đại và được thể hiện trong nhiều công trình của nhiều nhà toán học được giải thưởng Fields sau ông: Deligne, Drinfeld, Kontsevich, Voevodsky, Lafforgue, Ngô Bảo Châu.

Grothendieck tại khu sơ tán Thái Nguyên. *Nguồn: Internet*

Grothendieck đã góp phần làm cho IHES thực sự trở thành một trong vài ba trung tâm lớn nhất của toán học thế giới. Chỉ một chi tiết sau đây cũng cho ta thấy rõ điều đó: từ ngày thành lập đến nay, IHES mới có 10 người là "giáo sư chính thức" (professeur permanent) thì đã có 7 người đoạt giải Fields, đó là: Alexandre Grothendieck, René Thom, Jean Bourgain, Alain Connes, Pierre Deligne, Maxim Kontsevich, Laurent Laforgue.

Grothendieck đã làm một cuộc cách mạng thực sự trong toán học. Ông để lại dấu ấn của mình trong mọi lĩnh vực của toán học hiện đại. Người ta có thể nhận ra ảnh hưởng của Grothendieck ngay cả khi không thấy trích dẫn định lí cụ thể nào của ông. Điều này cũng giống như ảnh hưởng của Picasso đến thẩm mĩ của thời đại chúng ta: ta nhận ra Picasso không chỉ qua các bức hoạ của ông, mà thấy Picasso ngay trong hình dáng của những vật dụng hàng ngày.

Việc Grothendieck đột ngột rời bỏ IHES, và nói chung, rời bỏ toán học vào năm 1970, thời kì thiên tài của ông đang ở đỉnh cao, đã làm xôn xao giới toán học. Cho đến tận bây giờ, người ta vẫn không thật hiểu rõ tại sao. Nhiều người cho rằng ông không đồng ý với việc IHES nhận một số tiền tài trợ của các cơ quan quân sự (vào thời điểm đó, số tiền này là vào khoảng $3,5\%$ ngân sách của Viện). Ông là người luôn có những quan điểm riêng của mình và có thể là như nhiều người quan niệm, ông khá "ngây thơ" về chính trị. Giáo sư Louis Michel kể lại: có một lần, ông chỉ cho Grothendieck xem bản thông báo về một hội nghị quốc tế mà Grothendieck được mời làm báo cáo viên chính. Trong phần liệt kê các cơ quan tài trợ có NATO, và Michel hỏi Grothendieck xem có biết NATO là gì không, thì Grothendieck trả lời "không"! Sau khi được giải thích NATO là gì, Grothendieck đã viết thư cho ban tổ chức hội nghị để phản đối. Và cuối cùng, vì không muốn mất Grothendieck, ban tổ chức đành chịu mất NATO!

Vậy mà con người có vẻ như ngây thơ về chính trị, không biết NATO là gì, đã đến thăm và giảng bài tại Việt Nam trong thời gian chiến tranh. Một số người bạn gần gũi với ông, như giáo sư Pierre Cartier, cho rằng Việt Nam chính là một trong những nguyên nhân làm thay đổi quan niệm của Grothendieck. Nhìn thấy những gì chiến tranh mang lại cho loài người, Grothendieck nghi ngờ về ý nghĩa của khoa học. Ông cho rằng khoa học đã bị lợi dụng để làm hại loài người. Chuyến thăm Việt Nam của ông đã gây một tiếng vang lớn trong cộng đồng toán học quốc tế. Khi đến Việt Nam (năm 1967), ông đọc bài giảng về Đại số đồng điều tại Hà Nội. Thường thì Giáo sư Tạ Quang Bửu (lúc đó là Bộ trưởng Bộ Đại học và Trung học chuyên nghiệp) hoặc Giáo sư Đoàn Quỳnh phiên dịch cho ông. Người ta thật sự kinh ngạc vì sự bình tĩnh của ông: các bài giảng của ông thường bị ngắt quãng vì những lần máy bay Mỹ bắn phá thành phố. Vậy mà ông, người đến từ một đất nước đã từ lâu không có chiến tranh, không hề tỏ ra mảy may lo sợ. Nhưng rồi thì các bài giảng của ông cũng phải chuyển lên khu sơ tán vì không thể nào giảng bài khi mà buổi học bị ngắt quãng hàng chục lần vì máy bay. Ở khu sơ tán, có một hình ảnh về ông mà không bao giờ tôi quên. Đó là có một lần, tôi thấy ông cởi trần ngồi đọc sách, cái áo ướt màu "phòng không" (tên gọi của "màu cỏ úa" thời chiến tranh) vắt trên bụi sim. Hỏi ra mới biết, ông dành toàn bộ va li của mình để mang theo sách vở sang tặng các nhà toán học Việt Nam và chỉ có bộ quần áo duy nhất mặc trên người! Vậy nên mỗi lần giặt, ông phải chờ quần áo khô để mặc lại chứ không có quần áo để thay! Trong thời gian ông ở Việt Nam, mỗi tuần ông đều nhịn ăn ngày thứ Sáu. Khi các nhà toán học Pháp biết chuyện, họ đều rất ngạc nhiên vì không thấy ông có thói quen đó khi ở Pháp. Và người ta cho rằng chỉ có thể có một cách giải thích: ông muốn tiết kiệm một phần lương thực cho Việt Nam! Theo lời ông nói, chuyến đi Việt Nam đã làm ông thật sự ngạc nhiên: ở một đất nước ngày đêm phải đối đầu với cuộc chiến tranh ác liệt bậc nhất trong lịch sử, người ta vẫn dạy toán, học toán, và biết đến những thành tựu hiện đại nhất của toán học! Từ sự ngạc nhiên đó, ông đã công bố "định lí" của mình trong bài viết về chuyến thăm Việt Nam (được lưu hành rất rộng rãi thời đó ở các trường đại học phương Tây): "*Tồn tại một nền toán học Việt Nam*".

"Định lí" trên đây của Grothendieck đã làm thế giới toán học biết đến nền toán học Việt Nam trong chiến tranh. Chuyến đi của Grothendieck đã mở đầu cho một loạt chuyến đi thăm và giảng bài của nhiều nhà toán học lớn đến Việt Nam, trong đó nhiều nhất vẫn là các nhà toán học Pháp: L. Schwartz, A. Martineau, P. Cartier, B. Malgrange, Y. Amice,... Có thể nói chuyến đi của Grothendieck là một cột mốc quan trọng trong lịch sử hợp tác khoa học giữa các nhà toán học Việt Nam và các nhà toán học Pháp.

Từ sau năm 1993, Grothendieck không còn địa chỉ bưu điện nữa, không ai có thể liên lạc với ông, ngoại trừ một số người bạn gần gũi. Ông sống trong một căn nhà nhỏ bên sườn dãy Pyrénées. Có lẽ bộ óc lớn bậc nhất của toán học đó đang muốn dành thời gian suy ngẫm về cuộc đời. Cả cuộc đời ông là một chặng đường gian nan đi tìm chân lý. Nếu như các chân lý toán học tìm đến với ông nhiều một cách đáng ngạc nhiên thì trong cuộc đời, như Cartier nói, Grothendieck không tìm được cho mình một chỗ mà ông thấy thoả mãn. Trong rất nhiều năm, ông không phải là công dân của một quốc gia nào và ông đi khắp nơi trên thế giới với tấm hộ chiếu của Liên hợp quốc. Xuất thân trong một gia đình Do Thái giáo truyền thống, Grothendieck được những người kháng chiến theo đạo Tin Lành che chở, và cuối cùng, ông quan tâm nhiều đến Phật Giáo. Ông luôn sống theo những nguyên tắc của riêng mình và nhiều khi cảm thấy thất vọng trước cuộc sống.

Cuộc đời Grothendieck là một cuộc đời đầy vinh quang, đầy bi kịch, mang đậm chất "tiểu thuyết", mà trong một bài viết nhỏ không thể nào nói hết được.

# *Những bước đi chập chững đầu tiên của Toán học Việt Nam*

**Ngô Thúc Lanh** (ĐHSP Hà Nội) và **Phạm Trà Ân** (Viện Toán học)

Dưới thời phong kiến, ở nước ta Toán học không được giảng dạy trong nhà trường. Đến thời thực dân Pháp, trong các trường dạy cho người Việt Nam, tuy Toán học đã bắt đầu được giảng dạy, nhưng trình độ cũng không vượt quá trình độ phổ thông. Ngay cả ở những trường cao đẳng kỹ thuật, như trường Cao đẳng Giao thông - Vận tải, thì trình độ Toán học cũng không vượt quá trình độ Giải tích lớp 12 hiện nay.

Cho đến năm 1941, khi Chiến tranh Thế giới thứ II bùng nổ, đường từ Việt Nam sang Pháp bị tắc nghẽn, chỉ khi đó thực dân Pháp mới mở ở Hà Nội trường Cao đẳng Khoa học Đông Dương để cho các con tây sau bậc tú tài có chỗ học. Trường đào tạo bậc cử nhân cho các ngành Lý, Hóa, Sinh. Toán học đến ngang trình độ Toán đại cương, với mục đích cung cấp các kiến thức toán cần thiết cho việc học các môn Lý, Hóa, Sinh cho sinh viên trong trường.

Sau Cách mạng tháng Tám năm 1945, Chính phủ Việt Nam Dân chủ Cộng hòa đã quyết định thành lập trường Đại học Khoa học và cử GS. Nguyễn Thúc Hào làm Quyền giám đốc kiêm Tổng thư ký. Về Toán học, ngoài lớp Toán học đại cương do GS. Nguyễn Thúc Hào giảng dạy, còn có các lớp Cơ học Lý thuyết do GS. Hoàng Xuân Hãn giảng và Cơ học Thống kê do GS. Tạ Quang Bửu phụ trách. Trường mới hoạt động được vài tháng thì cuộc Kháng chiến chống Pháp bùng nổ. Trường phải tạm thời đình giảng và tản cư ra khỏi Hà Nội.

Sau ngày Toàn quốc kháng chiến, GS. Nguyễn Thúc Hào tản cư về quê nhà ở Nghệ An và được Bộ Giáo dục giao nhiệm vụ mở các lớp Toán học đại cương ở đó. Các lớp này tiếp tục học cho đến năm 1951 thì sát nhập vào Trường Dự bị đại học và Trường Sư phạm cao cấp, hoạt động ở vùng Tự do khu IV cho đến tận ngày hòa bình lập lại, năm 1954.

Ở Việt Bắc, vào các năm 1948-1949, GS. Nguyễn Xiển cũng mở một lớp Toán đại cương và có khoảng 15 học viên tham dự. Thời gian đầu, các học viên tự học lấy phần lý thuyết là chính, sau đó gửi bài làm về để thầy chấm. Lớp được tập trung tại xã Đại Điền, huyện Tam Nông, tỉnh Vĩnh Yên, dưới chân núi Tam Đảo. Năm 1949, khi Pháp tấn công lên Vĩnh Yên, học viên phải lánh vào hang đá, rồi rút về nhà. Lớp học tạm thời đình giảng.

Cuối năm 1949, GS. Lê Văn Thiêm từ Paris bay về Bangkok, rồi xuyên qua rừng Campuchia, về bưng biền Nam Bộ, tham gia kháng chiến ở Nam Bộ. Giữa năm 1950, ông lặn lội đi bộ 6 tháng trời, theo giao liên vượt Trường Sơn ra chiến khu Việt Bắc. Đầu năm 1951, Chính phủ kháng chiến quyết định thành lập hai trường Khoa học cơ bản và Sư phạm cao cấp và cử GS. Lê Văn Thiêm làm hiệu trưởng cả hai trường này. Hai giáo sư Lê Văn Thiêm và Nguyễn Xiển đã đạp xe vào tận khu IV để tuyển sinh. Hai trường này được chính thức thành lập vào cuối năm 1951 ở Chiêm Hóa, Tuyên Quang. Về sau cả hai trường đều được chuyển sang khu Học xá Trung ương, đặt ở một xã gần thủ phủ Nam Ninh, tỉnh Quảng Tây, Trung Quốc. Về Toán, sinh viên hai trường học chung dưới sự giảng dạy của các GS. Lê Văn Thiêm và Nguyễn Xiển (lý thuyết) và giáo viên Nguyễn Cảnh Toàn (phụ trách phần bài tập).

BCH Hội Toán học Việt Nam khoá 1
Hàng đầu từ trái: Hoàng Tuỵ (thứ 3), Nguyễn Thúc Hào (thứ 4), Lê Văn Thiêm (thứ 5), Nguyễn Cảnh Toàn (thứ 6), Nguyễn Đình Trí (thứ 7). *Nguồn: Internet*

Trường Khoa học cơ bản hoạt động được 2 năm (1952 và 1953) thì dừng. Còn trường Sư phạm cao cấp tiếp tục tuyển sinh khóa II và chuyển sang cơ sở mới của khu học xá vừa được xây dựng xong. Khóa II bắt đầu học từ năm 1954. Phụ trách dạy Toán có GS. Lê Văn Thiêm và các cán bộ giảng dạy Nguyễn Cảnh Toàn và Ngô Thúc Lanh. Sau khi Hà Nội được giải phóng (10/10/1954), trường Sư phạm cao cấp được chuyển về Hà Nội và tiếp quản cơ sở của trường Cao đẳng Khoa học ở vùng tạm chiếm.

Cuối năm 1954, chính phủ ra quyết định thành lập trường Đại học Sư phạm văn khoa do GS. Đặng Thai Mai làm hiệu trưởng và trường Đại học Sư phạm khoa học do GS. Lê Văn Thiêm làm hiệu trưởng, trên cơ sở sát nhập các trường: Sư phạm cao cấp ở Trung Quốc về, trường Sư phạm cao cấp và Dự bị đại học ở khu IV ra và trường Cao đẳng khoa học ở vùng tạm chiếm. Cùng với trường Đại học Y- Dược và trường Đại học Nông nghiệp, đó là những trường đại học đầu tiên của nước ta sau ngày hòa bình lập lại. Phụ trách giảng Toán có các GS. Lê Văn Thiêm và Nguyễn Thúc Hào cùng các cán bộ giảng dạy Nguyễn Cảnh Toàn, Khúc Ngọc Khảm và Ngô Thúc Lanh.

Trường Đại học Sư phạm khoa học chỉ tồn tại có 2 năm (1955- 1956) và đã đào tạo được 3 khóa. Khóa I gồm các sinh viên từ khu Học xá Trung ương về, từ khu IV ra và các sinh viên ở lại Hà Nội. Khóa này học hết 1955 đến đầu năm 1956 thì tốt nghiệp. Khóa II tuyển sinh từ đầu năm 1955 và thi tốt nghiệp vào hè năm 1956. Khóa III tuyển sinh vào hè năm 1955 và thi tốt nghiệp vào cuối năm 1956. Như vậy khóa I học hơn 2 năm, còn các khóa II và III chỉ học có 1 năm rưỡi. Tuy thời gian học ngắn, nhưng chương trình vẫn là chương trình 3 năm tinh giản, mỗi năm được học trong 6 tháng và không có nghỉ hè.

Sở dĩ phải đào tạo gấp rút như thế vì nhu cầu về cán bộ giảng dạy Toán, Lý, Hóa, Sinh cho các trường đại học về khoa học và kỹ thuật sắp mở là rất lớn và rất cấp bách. Trong khi đó, nguồn duy nhất cung cấp cán bộ giảng dạy cho các trường này chỉ trông chờ vào các sinh viên tốt nghiệp trường Đại học Sư phạm khoa học. Vì thế vào thời gian này, những sinh viên tốt nghiệp trường Đại học Sư phạm khoa học vào loại khá giỏi, đều được phân công về làm cán bộ giảng dạy ở các trường đại học mới mở. Những người còn lại thì được phân công về các trường phổ thông trung học, các trường bổ túc công nông và các trường bổ túc của quân đội. Tiêu chuẩn duy nhất để chọn cán bộ giảng dạy đại học lúc bấy giờ chỉ là năng lực của bản thân sinh viên đã tốt nghiệp.

Trong lịch sử phát triển của nền khoa học tự nhiên ở nước ta, trường Đại học Sư phạm khoa học, tuy chỉ tồn tại có 2 năm, nhưng đã có một vị trí cực kỳ quan trọng. Ngày nay nhìn lại, có thể thấy rằng tất cả các sinh viên tốt nghiệp loại khá, giỏi và được bổ nhiệm làm cán bộ giảng dạy ở các trường đại học hồi ấy đều đã trưởng thành. Nhiều người đã trở thành các cán bộ khoa học tài năng, những cán bộ khoa học đầu ngành, những cán bộ quản lý khoa học có uy tín.

Đầu năm 1956, hai trường Đại học Sư phạm văn khoa và Đại học Sư phạm khoa học đã nhập lại để rồi sau đó lại tách ra thành hai trường mới và hoàn chỉnh hơn là trường Đại học Tổng hợp Hà Nội và trường Đại học Sư phạm Hà Nội.

"Cái thủa ban đầu đầy lưu luyến" của nền Toán học Việt Nam đã diễn ra như thế đó!

# Những kỷ niệm về Grothendieck và trường phái của ông

**Luc Illusie,** cùng **Alexander Beilinson, Spencer Bloch, Vladimir Drinfeld** và một số người khác

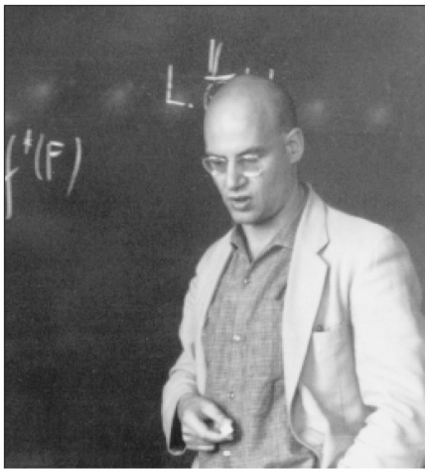
Luc Illusie, nguyên giáo sư tại Đại học Paris-Sud, là một học trò của Alexander Grothendieck. Chiều thứ Ba, ngày 30/1/2007, Illusie đã gặp gỡ các nhà toán học của Đại học Chicago: Alexander Beilinson, Spencer Bloch, Vladimir Drinfeld và một vài người khách khác tại nhà của Beilinson ở Chicago. Trong câu chuyện bên lò sưởi, Illusie đã nhớ lại những kỷ niệm về những ngày tháng của mình với Grothendieck. Dưới đây là nội dung của buổi nói chuyện trên đã được biên tập bởi Thanos Papaïoannou, Keerthi Madapusi Sampath và Vadim Vologodsky.

### Tại Viện Nghiên cứu cao cấp IHÉS

**Illusie:** Tôi bắt đầu tham dự các seminar của Grothendieck tại IHÉS (Institut des Hautes Etudes Scientifiques - Viện Nghiên cứu cao cấp) vào năm 1964 về phần đầu tiên của SGA 5 (1964-1965). Phần thứ hai vào 1965-1966. Buổi seminar diễn ra vào thứ Ba hàng tuần, bắt đầu lúc 2h15' và kéo dài một tiếng rưỡi. Sau đó là tiệc trà. Hầu hết các báo cáo đều do Grothendieck trình bày. Thường là ông đã chuẩn bị các bài viết trong mùa hè hoặc trước đó và cung cấp cho các báo cáo viên tiềm năng. Trước rất đông sinh viên của mình, ông trình bày các bài giảng (exposés) và yêu cầu các học trò của mình ghi chép lại. Lần đầu tiên gặp ông tôi đã sợ. Đó là vào năm 1964. Tôi được giới thiệu với ông là nhờ Cartan, ông ấy nói "Với những gì anh đang làm, anh nên gặp Grothendieck". Lúc đó tôi đang tìm kiếm một công thức chỉ số Atiyah-Singer cho một trường hợp tương đối. Làm việc với tương đối tất nhiên là phong cách của Grothendieck, vì vậy Cartan lập tức nhìn thấy điểm này. Tôi đã làm một số vấn đề với các phân thớ Hilbert, các phức của các phân thớ Hilbert với đối đồng điều hữu hạn, và ông nói, "Nó làm tôi nhớ đến một cái gì đó Grothendieck đã làm, anh nên thảo luận với ông ấy". Tôi đã được nhà toán học Trung Quốc Shih Weishu giới thiệu với Grothendieck. Shih Weishu đã ở Princeton trong thời gian của seminar Cartan-Schwartz về công thức Atiyah-Singer - có một seminar song song được chủ trì bởi Palais. Chúng tôi đã làm việc với nhau một chút về một số lớp đặc trưng. Sau đó ông ấy đến thăm IHÉS. Ông thân với Grothendieck và đã đề nghị giới thiệu tôi.

Vì vậy, một hôm, vào lúc 2h, tôi đã đến gặp Grothendieck ở IHÉS, tại phòng làm việc của ông ấy, nơi mà hiện nay tôi nghĩ là một trong những văn phòng của các thư ký. Cuộc gặp diễn ra tại phòng khách kề với đó. Tôi cố gắng giải thích những gì tôi đang làm. Sau đó, Grothendieck đột ngột chỉ cho tôi mấy sơ đồ giao hoán ngây ngô và nói, "Nó không dẫn đến đâu cả. Để tôi giải thích cho anh một vài ý tưởng của tôi". Sau đó ông đã có một bài nói dài về điều kiện hữu hạn trong các phạm trù dẫn xuất. Tôi đã không biết gì về các phạm trù dẫn xuất! "Anh không nên xét các phức các phân thớ Hilbert. Thay vào đó, nên làm việc với không gian vành (ringed spaces) và các phức tựa nhất quán (quasi-coherent) có chiều tor hữu hạn"... (cười)... Nó trông rất phức tạp, nhưng những gì ông ấy giải thích cho tôi cuối cùng đã chứng tỏ là hữu ích trong việc xác định điều tôi muốn. Tôi đã ghi lại nhưng không hiểu nhiều lắm.

Tôi không biết chút gì về hình học đại số vào thời điểm đó. Tuy nhiên, Grothendieck thông báo, "Vào mùa thu tôi sẽ bắt đầu một seminar, tiếp nối của SGA 4 ", nó không được gọi là SGA 4 mà gọi là "SGAA", "Séminaire de géométrie algébrique avec Artin". Ông ấy tiếp "Seminar sẽ về đối ngẫu địa phương. Năm tới chúng tôi sẽ đến phần đối đồng điều $\ell$-adic, các công thức vết, các L-hàm". Tôi nói, "Vâng, tôi sẽ tham dự, nhưng tôi không biết tôi có thể theo được không". Ông ấy nói, "Thực ra tôi muốn anh ghi lại bài giảng đầu tiên". Tuy vậy ông ấy không đưa cho tôi các bài viết chuẩn bị trước nào. Tôi đã đến dự bài giảng đầu tiên.



Alexander Grothendieck. *Nguồn: Internet*

Trên bảng Grothendieck trình bày báo cáo với năng lượng khổng lồ, nhưng ông luôn để ý nhắc lại các kiến thức cần thiết. Ông ấy cũng rất chính xác. Phần trình bày cực kỳ gọn gàng, thậm chí như tôi là người không biết chút gì về chủ đề này cũng có thể hiểu được cấu trúc chính. Bài giảng nhanh nhưng rất rõ ràng để tôi có thể chép lại. Ông ấy bắt đầu bằng cách nhắc lại đối ngẫu toàn cục, dạng hình thức của $f^!$ và $f_!$. Thời gian đó tôi đã học một chút về ngôn ngữ phạm trù dẫn xuất. Vì vậy tôi không thật sợ các tam giác đánh dấu (distinguished triangles) và tương tự như thế. Sau đó ông ấy chuyển sang chủ đề khó hơn nhiều là các phức đối ngẫu. Sau một tháng, tôi đã viết xong các bài giảng. Tôi đã rất lo lắng khi đưa chúng cho ông ấy. Bản thảo dài khoảng năm mươi trang. Đối với Grothendieck đó là một độ dài hợp lý. Có một lần, Houzel, người đã từng là trợ lý giảng dạy của tôi tại trường École Normale, đã nói với Grothendieck lúc kết thúc seminar, "Tôi đã viết một số thứ tôi muốn đưa cho ông". Đó là một cái gì đó về hình học giải tích, khoảng mươi trang. Grothendieck nói "Khi anh viết được năm mươi trang thì hãy quay lại" ... (cười) ... Dù sao, độ dài đó là hợp lý, nhưng tôi vẫn rất lo lắng. Lý do là tôi đã viết một chút về ý tưởng của tôi về các phức các phân thớ Hilbert. Bản cuối cùng tôi nghĩ là tốt. Grothendieck nói "Có thể tôi sẽ xem bản thảo đó". Vì vậy, tôi đã đưa bản thảo cho ông ấy. Không lâu sau đó, Grothendieck đến gặp tôi và nói "Tôi có một vài nhận xét về bản thảo của anh. Anh hãy đến nhà tôi, tôi sẽ giải thích cho anh".

### Tại nơi ở của Grothendieck

Khi tôi gặp ông ấy, thật ngạc nhiên vì bản thảo của tôi đã bị bôi đen với các chú thích bằng bút chì. Tôi đã nghĩ rằng đó là bản thảo cuối cùng, nhưng mọi thứ đã phải thay đổi. Thực tế, tất cả các nhận xét của ông ấy đều đúng, thậm chí là một câu hỏi về tiếng Pháp. Ông ấy đề nghị bổ sung về cách viết, cách tổ chức, mọi thứ. Vì vậy đối với trình bày về đối ngẫu địa phương, tôi đã rất lo lắng. Tuy nhiên, khoảng một tháng sau đó, ông ấy nói, "Tôi đã đọc các ghi chép của anh. Các ghi chép đó là được, nhưng tôi có một vài ý kiến, vì vậy anh có thể đến chỗ tôi lần nữa không?". Đó là khởi đầu của một loạt các chuyến thăm nơi ở của ông ấy. Vào thời gian này, Grothendieck sống tại Bures-sur-Yvette, rue de Moulon, trong một gian nhà nhỏ màu trắng với một tầng trệt và một tầng gác. Phòng làm việc rất mộc mạc và vào mùa đông rất lạnh. Có một bức chân dung của người cha được họa bằng bút chì và trên bàn để một chiếc mặt nạ của bà mẹ ông. Phía sau bàn làm việc là các ngăn tủ đầy tài liệu. Khi cần một tài liệu, chỉ cần quay lại lấy mà không mất thời gian. Ông ấy đã sắp xếp rất tốt. Chúng tôi ngồi với nhau và thảo luận các nhận xét của ông ấy về bài viết của tôi. Chúng tôi bắt đầu lúc 2h và làm việc cho đến 4h, và ông nói, "Có lẽ chúng ta cần giải lao". Đôi khi chúng tôi đi bộ, đôi khi chúng tôi uống trà. Sau đó chúng tôi trở lại và tiếp tục làm việc. Rồi chúng tôi ăn tối với vợ, con gái và hai con trai của ông ấy. Bữa ăn tối không kéo dài. Sau đó chúng tôi gặp lại trong phòng làm việc và ông thích thú giải thích cho tôi một số kiến thức toán học. Tôi nhớ một ngày nọ, ông ấy đã giảng cho tôi một khóa học về lý thuyết nhóm cơ bản theo một số quan điểm khác nhau: cách tiếp cận theo tô pô, theo lý thuyết lược đồ (với nhóm cơ bản mở rộng trong SGA 3), lý thuyết topos. Tôi đã cố gắng nắm bắt, nhưng rất khó.

Grothendieck rất hứng thú với viết chữ nhanh và tao nhã. Ông ấy đã nói rằng không thể nghĩ mà không viết. Bản thân tôi thì thấy thuận hơn là đầu tiên nhắm mắt lại và suy nghĩ, hoặc có thể ngả lưng, nhưng ông ấy thì không thể nghĩ bằng cách này, ông ấy phải lấy một mảnh giấy, và bắt đầu viết. Ông viết $X \to S$ và đồ qua đồ lại nhiều lần cho đến khi các ký tự và mũi tên trở nên rất đậm. Chúng tôi thường kết thúc lúc 11h30. Sau đó, ông ấy đi cùng tôi đến ga xe lửa và tôi đón chuyến tàu cuối cùng về Paris. Tất cả các buổi chiều tại nhà ông ấy đều như thế.

### Đi dạo trong rừng

Trong số những người đến dự seminar, tôi nhớ có Berthelot, Cartier, Chevalley, Demazure, Dieudonné, Giraud, Jouanolou, Néron, Poitou, Raynaud và vợ của ông Michèle, Samuel, Serre, Verdier. Tất nhiên có những khách nước ngoài, một số người tham dự trong thời gian dài (Tits, Deligne - tham dự từ 1965, Tate, và sau đó Kleiman, Katz, Quillen...). Sau khi seminar kết thúc, chúng tôi có tiệc trà lúc 4h ở phòng giải lao của IHÉS. Đó là nơi để gặp gỡ và thảo luận. Một chỗ khác như vậy là trong các bữa trưa tại IHÉS mà tôi quyết định đến đó sau một thời gian. Ở đó bạn có thể thấy Grothendieck, Serre, Tate thảo luận về motive và các chủ đề khác mà tôi nắm bắt được. SGA 6, seminar về Riemann-Roch, bắt đầu vào năm 1966. Trước đó không lâu, Grothendieck nói với tôi và Berthelot, "Các anh nên báo cáo". Ông ấy đưa cho chúng tôi một số ghi chép chuẩn bị về điều kiện hữu hạn trong các phạm trù dẫn xuất và về các K-nhóm. Vì vậy, tôi và Berthelot đã đọc một vài báo cáo và hoàn thành các bài viết. Trong thời gian này, chúng tôi thường gặp nhau để ăn trưa và sau bữa trưa - thật rất dễ chịu - Grothendieck đưa chúng tôi đi dạo trong các khu rừng của IHÉS và ngẫu nhiên giải thích cho chúng tôi những thứ ông ấy đang suy nghĩ và những thứ ông ấy đã đọc. Tôi nhớ có một lần ông kể, "Tôi đang đọc bài báo của Manin về các nhóm hình thức và tôi nghĩ rằng tôi hiểu những gì ông ấy đang làm. Tôi nghĩ nên đưa ra các khái niệm độ dốc và đa giác Newton", rồi ông ấy giải thích cho chúng tôi ý tưởng đa giác Newton nên xuất hiện qua đặc biệt hoá, và lần đầu tiên ông ấy hình dung khái niệm crystal (tinh thể). Rồi, vào cùng một thời gian đó hoặc có thể muộn hơn một chút, ông ấy đã viết bức thư nổi tiếng cho Tate: "...Un cristal possède deux propriétés caractéristiques : la rigidité, et la faculté de croître, dans un voisinage approprié. Il y a des cristaux de toute espèce de substance: des cristaux de soude, de soufre, de modules, d'anneaux, de schémas relatifs, etc." ("Một crystal có hai tính chất đặc trưng: độ cứng và khả năng tăng trưởng trong một lân cận thích hợp. Có các crystal của tất cả các loại chất: natri, lưu huỳnh, môđun, vành, lược đồ tương đối, v.v.").

Seminar Hình học đại số (SGA 3?) (1962-1964). *Nguồn: Internet*

### Künneth

**Bloch:** Còn ông thì sao? Phần của ông như thế nào? Ông phải nghĩ về luận án của mình chứ.

**Illusie:** Tôi phải nói rằng không thật tốt. Tất nhiên Grothendieck đã nêu cho tôi một số vấn đề. Ông ấy nói, "Phần thứ hai của EGA III thực sự là tệ hại, có hàng tá dãy phổ tiến đến đối đồng điều của các tích thớ. Đó là một mớ hỗn độn, vì vậy hãy làm rõ chỗ này bằng cách xét các phạm trù dẫn xuất, thiết lập các công thức Künneth theo dạng tổng quát của các phạm trù dẫn xuất". Tôi nghĩ về điều đó và nhanh chóng bị bế tắc. Tất nhiên, tôi có thể viết ra một số công thức, nhưng chỉ trong trường hợp tor-độc lập. Tôi không chắc là trong các tài liệu ngày nay có một công thức đẹp tổng quát cho trường hợp không phải tor-độc lập hay không. Đối với trường hợp này ta cần đại số đồng luân (homotopical algebra).

Anh có hai vành và phải lấy tích tensor dẫn xuất của hai vành này, những gì nhận được là một vật thuộc phạm trù dẫn xuất của các vành đơn hình (simplicial rings), hoặc anh có thể xem nó như là một đại số vi phân phân bậc trong trường hợp đặc số 0, nhưng các kiến thức cần thiết không có sẵn tại thời điểm đó. Trong trường hợp tor-độc lập, ta chỉ cần tích tensor thông thường. Tôi đã bị tắc trong trường hợp tổng quát.

## SGA 6

Tôi thấy hạnh phúc được làm việc về SGA 6 cùng với Grothendieck và Berthelot. Vào thời điểm đó, người ta không cần phải hoàn thành luận án của mình trong vòng ba năm. Việc hoàn thành một thèse d'État (luận án tiến sỹ khoa học) có thể cần đến bảy hoặc tám năm. Vì vậy áp lực không quá lớn. Seminar (SGA 6) cũng đã diễn ra tốt đẹp và chúng tôi cuối cùng đã chứng minh được định lý Riemann-Roch cho một trường hợp khá tổng quát, Berthelot và tôi khá hài lòng. Tôi nhớ rằng chúng tôi đã cố gắng bắt chước phong cách của Grothendieck. Khi Grothendieck trao cho tôi các ghi chép của ông về các điều kiện hữu hạn trong các phạm trù dẫn xuất, tôi đã nói, "Đây chỉ là trên một điểm. Chúng ta nên làm điều đó trong phạm trù thớ trên một số topos ..." (cười). Điều đó hơi ngây thơ, nhưng dù sao đi nữa, nó đã chứng tỏ là một mở rộng đúng.

**Drinfeld:** Những gì được viết trong bản cuối cùng của SGA 6? Có phải trong dạng tổng quát này không?

**Illusie:** Có, tất nhiên!

**Drinfeld:** Vậy, đây là đề nghị của ông, không phải là Grothendieck?

**Illusie:** Vâng.

**Drinfeld:** Ông ấy có bằng lòng nó không?

**Illusie:** Tất nhiên, ông ấy thích nó. Giống như với Berthelot, ông ấy có những đóng góp đầu tiên cho phần K-lý thuyết. Grothendieck đã tính $K_0$ của một phân thớ xạ ảnh. Chúng tôi không gọi là "$K_0$" thời điểm đó; lúc đó có các ký hiệu $K^\bullet$ cho phân thớ véc tơ và $K_\bullet$ cho các bó nhất quán mà ngày nay được ký hiệu là $K_0$ và $K_0'$. Grothendieck đã chứng minh rằng $K_0$ của một phân thớ xạ ảnh $P$ trên X được sinh ra trên $K_0(X)$ bởi lớp tương đương của $\mathcal{O}_P(1)$. Nhưng ông ấy không hài lòng với kết quả này. Ông nói, "Đôi khi ta không trong tình huống tựa xạ ảnh và không có bất kỳ một giải toàn cục nào cho các bó nhất quán. Tốt hơn là làm việc với các K-nhóm xác định nhờ sử dụng các phức hoàn hảo". Tuy nhiên, ông ấy không biết làm thế nào để chứng minh các kết quả tương tự cho K-nhóm này. Berthelot đã suy nghĩ về vấn đề này và, bổ sung cho các phức đó một số xây dựng $\mathrm{Proj}$ cho mô đun trong EGA II, ông đã giải quyết được. Berthelot chỉ cho Grothendieck điều này và sau đó Grothendieck đã nói với tôi "Berthelot est encore plus fonctorisé que moi (Berthelot hàm tử hơn tôi)"... (cười). Gothendieck đã đưa cho chúng tôi các ghi chép chi tiết về các toán tử lambda viết ra trước năm 1960. Berthelot đã thảo luận về các vấn đề này trong bài giảng của mình và giải quyết một số câu hỏi mà lúc bấy giờ Grothendieck không nghĩ tới.

Luc Illusie. *Nguồn: Internet*

**Bloch:** Tại sao ông chọn chủ đề này? Trước đó đã có bài báo của Borel và Serre dựa trên các ý tưởng của Grothendieck về Riemann-Roch. Tôi chắc chắn ông ấy đã không hài lòng với điều đó!

**Illusie:** Grothendieck muốn có một công thức tương đối trên một cơ sở tổng quát và cho các cấu xạ khá tổng quát (các cấu xạ giao đầy đủ địa phương). Ngoài ra, ông không muốn di chuyển các chu trình. Ông thích dùng lý thuyết giao (intersection theory) thông qua các K-nhóm.

**Bloch:** Nhưng ông ấy không quên chương trình để chứng minh giả thuyết Weil của ông ấy đấy chứ?

### SGA 7

**Illusie:** Không, nhưng ông ấy có một vài vũ khí khác. Trong các năm 1967-1968 và 1968-1969, có một seminar khác - SGA 7 - về đơn đạo (monodromy), các chu trình triệt tiêu (vanishing cycles), hai hàm tử $R\Psi$ và $R\Phi$, các lớp chu trình (cycle classes), chùm Lefschetz (Lefschetz pencil).

Chắc chắn ông ấy đã nghĩ đến xây dựng các chu trình gần (nearby cycle) vài năm trước đó. Đồng thời, ông ấy đã đọc cuốn sách của Milnor về kỳ dị của các siêu mặt. Milnor đã tính toán một số ví dụ và nhận thấy rằng tất cả các giá trị riêng của các đơn đạo (monodromy) của đối đồng điều của thớ Milnor của một kỳ dị cô lập là các căn của đơn vị. Milnor đưa ra giả thuyết là điều này luôn đúng, nghĩa là tác động luôn là tựa luỹ đơn (quasi-unipotent). Grothendieck nói, “Các công cụ để giải quyết của chúng ta là gì? Giải kỳ dị của Hironaka. Nhưng khi ta rời xa thế giới của kỳ dị cô lập, ta không thể lấy thớ Milnor được nữa thì ta cần một đối tượng toàn cục phù hợp”. Sau đó ông ấy nhận ra rằng phức của các chu trình triệt tiêu mà ông ấy đã định nghĩa là những gì ông ấy muốn. Sử dụng giải kỳ dị, ông đã tính toán được các chu trình triệt tiêu trong trường hợp quy về là tựa-nửa ổn định (với bội) và dẫn đến lời giải khá dễ dàng trong trường hợp đặc số $0$. Ông ấy cũng có được một chứng minh số học cho trường hợp tổng quát: lập luận tuyệt vời của ông cho thấy nếu trường thặng dư của trường địa phương không quá lớn, theo nghĩa không có mở rộng hữu hạn nào của nó có chứa tất cả các căn đơn vị bậc lũy thừa của $\ell$, thì các biểu diễn $\ell$-adic là tựa luỹ đơn. Ông ấy quyết định tổ chức seminar về vấn đề này và seminar hoành tráng này là SGA 7. Đây chính là seminar mà Deligne đã có bài giảng đẹp đẽ về công thức Picard-Lefschetz (theo đề nghị của Grothendieck, ông ấy đã không thể hiểu được các lập luận của Lefschetz) và Katz đọc các bài giảng rất hay về chùm Lefschetz.

### Phức đối tiếp xúc và các biến dạng

Tuy nhiên, luận án của tôi là vẫn chưa có gì, tôi mới tham dự SGA 7, không có một ghi chép nào. Tôi đã từ bỏ từ lâu câu hỏi về công thức Künneth. Tôi đã đăng một bài báo ngắn trên tờ *Topology* về các tác động của nhóm hữu hạn và số Chern, nhưng thế là không nhiều. Một ngày nọ, Grothendieck đến gặp tôi và nói "Tôi có một vài câu hỏi cho anh về các biến dạng (deformations)". Vì vậy, chúng tôi đã gặp nhau một buổi chiều và ông ấy nêu một số vấn đề về các biến dạng với các câu trả lời tương tự nhau: biến dạng của mô đun, nhóm, lược đồ, cấu xạ của lược đồ, v.v. Các câu trả lời cho các câu hỏi này đều liên quan đến một đối tượng mà ông ấy đã xây dựng gần đây, phức đối tiếp xúc (cotangent). Trong công việc của ông ấy với Dieudonné trong EGA IV, xuất hiện một bất biến vi phân của một cấu xạ, gọi là *mô đun khuyết* (module of imperfection). Grothendieck nhận ra rằng $\Omega^1$ và môđun khuyết thực chất là các vật đối đồng điều của một bất biến mịn hơn trong phạm trù dẫn xuất, đó là một phức có chiều dài 1 mà ông gọi là phức đối tiếp xúc. Ông ấy đã viết điều này trong "Catégories cofibrées additives et complexe cotangent relatif" (Springer LNM 79). Grothendieck nhận thấy để nhận được các cản trở, liên quan đến các nhóm $H^2$, lý thuyết của ông ấy có lẽ là không đủ, bởi vì hợp thành của các đồng cấu không tạo ra một tam giác đánh dấu đẹp cho các phức đối tiếp xúc. Cùng thời gian đó, một cách độc lập, Quillen cũng nghiên cứu đại số đồng luân và sau đó không lâu đã xây dựng trong trường hợp affine một phức với chiều dài vô hạn mà cắt ngắn lại thì thành phức của Grothendieck và tương thích với phép hợp thành của các đồng cấu. Cũng độc lập, Michel André đã định nghĩa các bất biến tương tự. Tôi quan tâm đến công việc của họ và nhận thấy rằng trong cách xây dựng của André, bổ đề kinh điển của Whitehead đóng một vai trò quan trọng và có thể dễ dàng được bó hoá. Trong một vài tháng, tôi đã thu được kết quả chính của luận án, ngoại trừ biến dạng của các lược đồ nhóm là những kết quả nhận được rất lâu sau này (trường hợp giao hoán cần nhiều công sức hơn).

**Sau tháng 5 năm 1968**

Vào tháng 5/1968, Grothendieck đã bị thu hút bởi các tư tưởng cánh tả. Ông ngưỡng mộ tư tưởng của Mao Trạch Đông và cuộc Cách mạng văn hóa. Ông cũng bắt đầu nghĩ về các chủ đề khác: Vật lý (ông nói với tôi rằng ông đang đọc một cuốn sách của Feynman), rồi Sinh học (đặc biệt là về Phôi học). Tôi có ấn tượng rằng kể từ thời điểm đó, Toán học từ từ trôi ra khỏi sự tập trung quan tâm chính của ông, mặc dù ông ấy vẫn rất tích cực (chẳng hạn, phần thứ hai của SGA 7 đã tiến hành vào những năm 1968-1969). Ông ấy đã dự tính tổ chức seminar về lược đồ abel sau đó nhưng cuối cùng lại quyết định nghiên cứu lý thuyết của Dieudonné các nhóm p-chia được (p-divisible groups), tiếp tục công việc về đối đồng điều crystalline.

Các bài giảng của ông về vấn đề này (1966) được ghi chép lại bởi Coates và Jussila, và ông ấy để Berthelot phát triển thành một lý thuyết chính thức. Ta có thể tiếc là ông không tổ chức seminar về các lược đồ abel. Tôi chắc chắn rằng điều đó sẽ dẫn đến một trình bày đẹp đẽ và thống nhất lý thuyết này, tốt hơn nhiều so với các tài liệu tham khảo phân tán hiện nay. Năm 1970 Grothendieck rời IHÉS và thành lập nhóm sinh thái học *Survivre* (sau đổi tên thành *Survivre et Vivre*). Tại Đại hội Nice (ICM 1970-ND), ông đã tuyên truyền về nhóm này. Ông dần dần coi toán học là không xứng đáng được nghiên cứu, theo quan điểm về của những vấn đề cấp bách của sự tồn tại của loài người. Tuy nhiên, vào nhữngnăm 1970 - 1971, ông đã tổ chức một khóa học tuyệt vời (cùng với một seminar) về các nhóm Barsotti-Tate tại Collège de France và sau đó cùng chuyên đề ở Montreal.

*(còn nữa)*

Người dịch: **Đoàn Trung Cường** (Viện Toán học)
và **Trần Giang Nam** (Đại học Đồng Tháp)

*Dịch từ bản tiếng Anh (với sự cho phép của Notices AMS. và các tác giả):*
L. Illusie, A. Beilinson, S. Bloch, V. Drinfeld et al., Reminiscences of Grothendieck and his school. Notices Amer. Math. Soc. **57**(9) (2010), 1106–1115.

# Friedrich Hirzebruch (1927-2012)

**Đoàn Trung Cường** (Viện Toán học)

GS. Friedrich Hirzebruch, nhà toán học hàng đầu nước Đức kể từ sau Thế chiến thứ 2, đã qua đời ngày 27 tháng 5 năm 2012, hưởng thọ 85 tuổi.

Từ đầu những năm 1950, Hirzebruch đã được biết đến với công trình mở rộng Định lý Riemann-Roch cổ điển cho các đa tạp phức chiều cao, sau này được biết đến với tên Định lý Hirzebruch-Riemann-Roch. Công trình này sử dụng kỹ thuật mới lúc bấy giờ là đối đồng điều bó và là một trong những kết quả trung tâm của hình học và tô pô trong những năm 1950. Mở rộng kết quả này đã dẫn đến những công trình toán học quan trọng bậc nhất những năm 1960 như Định lý chỉ số của Atiyah – Singer và Định lý Grothendieck-Riemann-Roch. Ông tiếp tục viết những bài báo mang tính chất nền tảng cho K-lý thuyết tô pô cùng với Michael Atiyah và cộng tác cùng Armand Borel trong các công trình về lý thuyết các lớp đặc trưng. Trong các công trình sau này, Hirzebruch nghiên cứu các mặt đại số và đa tạp đại số chiều 3, ông cùng với học trò là Don Zagier đã đưa ra một lý thuyết chi tiết về các mặt modular Hilbert.

Hirzebruch học đại học từ năm 1945-1950 ở Münster, Đức, với một năm ở Zürich, Thuỵ Sỹ. Sau hai năm ở Viện Nghiên cứu cao cấp IAS ở Princeton, Mỹ, ông trở thành giáo sư tại đại học Bonn. Theo trang Mathematics Genealogy Project, ông đã hướng dẫn 52 nghiên cứu sinh và tính đến nay, các học trò của ông cũng đã hướng dẫn 368 nghiên cứu sinh (theo hệ thống thứ tự của Việt Nam, ông có đến 368 cháu, chắt).

Hirzebruch là học giả có ảnh hưởng sâu sắc nhất trong quá trình xây dựng lại nền toán học Đức sau khi bị hủy hoại dưới thời kỳ phát xít và chiến tranh thế giới thứ 2. Thông qua sự hợp tác quốc tế rộng rãi, nhờ việc tạo ra các hình thức tổ chức hoạt động nghiên cứu như "Arbeitstagung" (hội thảo làm việc), Sonderforschungsbereich (đề án nghiên cứu đặc biệt) về Toán lý thuyết và sau đó là thành lập Viện Toán học Max – Planck, ông đã đưa Bonn trở thành trung tâm toán học nổi tiếng thế giới. Ông cũng từng giữ chức Chủ tịch Hội Toán học Đức từ 1961-1962, năm 1990 (năm nước Đức thống nhất) và là Chủ tịch Hội toán học Châu Âu nhiệm kỳ 1990-1994.

Những đóng góp của Hirzebruch đã được ghi nhận rộng rãi bằng nhiều giải thưởng như Giải thưởng Wolf (1988), Giải thưởng Lobachevsky (1989), Huy chương Lomonossov, Huy chương Einstein, Huy chương Cantor. Ông đã được trao bằng tiến sỹ danh dự của 14 đại học và là viện sỹ nhiều viện hàn lâm như Viện hàn lâm Khoa học quốc gia Hoa Kỳ, Viện hàn lâm khoa học Nga, Viện hàn lâm khoa học Pháp, Hội Hoàng gia Luân Đôn.

Hirzebruch có nhiều cảm tình với Toán học Việt Nam. Ông đã giúp đỡ nhiều nhà toán học trẻ Việt Nam khi làm việc tại Đức cũng như ủng hộ việc trao tài trợ cho nhiều cá nhân sang Đức làm việc (chẳng hạn Quỹ Humboldt) hoặc mời đến làm việc tại Viện Max-Planck. Ông cũng đã đôi lần bày tỏ ý định đến thăm Việt Nam, nhưng rồi vì nhiều lí do khác nhau, ý định đó đã mãi mãi không thành hiện thực.

Từ trái: Lê Tự Quốc Thắng, Hirzebruch, Lê Hồng Vân, Nguyễn Hữu Đức.
*Nguồn: Lê Tự Quốc Thắng*

# Vài nét về sự hình thành, phát triển của Khoa Toán, Trường ĐHSP, Đại học Huế

**Nguyễn Hoàng** và **Đoàn Thế Hiếu** (ĐHSP, Đại học Huế)

## 1. Sự hình thành và phát triển

Năm 1957 Viện Đại học Huế được thành lập với một số ngành học ban đầu. Ban Toán học đại cương mở ra và giảng dạy ở Phân khoa Khoa học. Còn trường ĐHSP (hồi đó mang tên Cao đẳng sư phạm) ngành Toán sư phạm được đào tạo chung với Lý và Hoá. Đến năm tiếp theo, trường được đổi tên thành Đại học sư phạm, lớp Toán hệ thường xuyên đầu tiên được khai giảng. Khoá này có tên là Khoá Nguyễn Trãi, chỉ có 5 sinh viên tốt nghiệp. Sau đó để đáp ứng với nhu cầu giáo dục của đất nước thời ấy, nhiều khoá đào tạo ngắn hạn, cấp tốc ra đời song song với hệ đào tạo thường xuyên theo niên chế 4 năm học. Từ khi thành lập cho đến năm 1974, Ban Toán sư phạm đã đào tạo được khoảng 140 thầy cô giáo dạy toán ở bậc Trung học đệ nhị cấp và 38 thầy cô ở bậc Trung học đệ nhất cấp, nay là Trung học phổ thông và Trung học cơ sở.

Ngay trước ngày thống nhất đất nước, Ban Toán có bốn lớp hệ thường xuyên 4 năm và một lớp cấp tốc. Năm 1976 Viện đại học Huế giải thể, Trường đại học Sư phạm Huế tách riêng và các khoa mới đã hình thành. Từ một ban Toán với quy mô đầu vào hàng năm khoảng chừng 30-40 sinh viên và đầu ra trên dưới 20 người được tốt nghiệp, nay Khoa đã tuyển sinh khoảng 100 sinh viên/năm, chia làm 2 lớp.

Đến năm học 1991-1992, nhằm đáp ứng nhu cầu của xã hội khi những ứng dụng tin học bắt đầu xâm nhập vào cuộc sống, Khoa mở hệ đào tạo Toán -Tin, thu hút được nhiều sinh viên khá giỏi vào học. Kể từ năm 1995 trở đi khi Khoa Tin học của Trường đại học Sư phạm được thành lập, Khoa Toán trở lại đào tạo đúng chuyên ngành của mình. Năm 1994, theo Nghị định 30CP của Chính phủ, Trường đại học Sư phạm Huế tái hợp nhất với các trường khác trở thành Đại học Huế, Khoa Toán tiếp tục tuyển sinh, đào tạo mỗi khoá gồm 2 hoặc 3 lớp hệ chính quy.

Song song với đào tạo sinh viên theo hệ chính quy, bắt đầu từ năm học 1980-1981, Khoa tham gia dạy hệ tại chức 5 năm cho các giáo viên đang giảng dạy ở trường Trung học cơ sở hay Tiểu học đạt được trình độ đại học sư phạm Toán. Hệ tại chức này kéo dài được 16 khoá, thu hút các học viên từ Quảng Bình cho đến Bình Thuận. Khoá cuối cùng đã kết thúc cách đây hơn 10 năm.

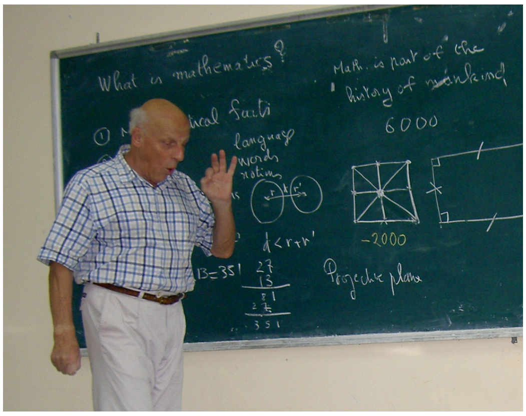
Một bước phát triển mới của Khoa Toán bắt đầu năm 1992 khi Khoa là một trong hai đơn vị đầu tiên của Trường ĐH Sư phạm đào tạo bậc Thạc sĩ. Khoá 1 với năm học viên theo chuyên ngành Giải tích. Cho đến nay 18 khoá đã tốt nghiệp, hiện Khoa đang đào tạo Khoá 19 và 20 với bốn chuyên ngành học là Giải tích, Đại số- lý thuyết số, Hình học và Phương pháp giảng dạy Toán. Năm học 2001-2002 cũng là năm đầu Khoa Toán đào tạo bậc Tiến sĩ chuyên ngành Đại số - Lý thuyết số.

## 2. ĐỘI NGŨ GIẢNG VIÊN

Việc xây dựng, bồi dưỡng đội ngũ giảng viên được lãnh đạo Trường, Khoa quan tâm. Cán bộ của Khoa được đi học Cao học tại Hà Nội khá sớm trong cuối thập niên 1970. Sau đó lãnh đạo Khoa liên hệ với các Giáo sư ở Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam, để tìm thầy giỏi và động viên, khuyến khích tạo điều kiện thuận lợi cho cán bộ trẻ đi làm nghiên cứu sinh. Đây là bước tiến quan trọng trong việc xây dựng lực lượng giảng viên cơ hữu có học vị tương xứng với nhiệm vụ đào tạo. Giảng viên đầu tiên của Khoa Toán bảo vệ thành công luận án Phó Tiến sĩ trong nước (nay gọi là Tiến sĩ) vào năm 1991 tại Viện Toán học.

Song song với việc giảng dạy, công tác nghiên cứu khoa học cũng được Khoa quan tâm. Ngoài các bài báo đăng trong các tập san, thông tin khoa học của Trường ĐHSP và Đại học Huế, phải kể đến không dưới 100 bài báo đăng trên các tạp chí chuyên ngành Toán học trong và ngoài nước, nhiều bài thuộc danh mục SCI hoặc SCIE.

Khoa Toán cũng đã tạo mối quan hệ tốt với nhiều Khoa Toán và các giáo sư trong nước và thế giới. Nhiều lượt giáo sư từ các đại học danh tiếng ở Mỹ, Pháp, Canada, Hà Lan, Đức, Nhật, Philippines, ... đã đến đọc bài giảng, trao đổi, giao lưu với sinh viên và cán bộ của Khoa. Đồng thời, cán bộ Khoa Toán đã đi nhiều nước để học tập, giảng bài, dự các hội nghị khoa học.




GS. Pierre Cartier (IHÉS) giảng bài tại Khoa Toán. *Nguồn: Tác giả*

## 3. Công tác đào tạo

Trong quá trình đào tạo của khoa Toán, quy luật sàng lọc và đào thải khá chặt chẽ nếu không nói là khắt khe. Sinh viên Khoa Toán ĐHSP Huế trải qua nhiều thử thách: đầu vào với chất lượng khá tốt, đầu ra thường ít hơn vì một số bị rơi rụng trong quá trình sàng lọc. Kết quả này diễn ra đều suốt 55 năm qua chứ không phải có tính chất cục bộ của một thời kỳ nào.

Trong một thời gian dài, Khoa Toán đảm trách nhiệm vụ đào tạo giáo viên toán cho các tỉnh miền Trung và Tây Nguyên. Đến nay, nhiều trường đại học mới ra đời có ngành đào tạo là Sư phạm Toán, nhưng sinh viên ĐHSP Toán của Huế vẫn được các địa phương đánh giá cao về năng lực chuyên môn, tư cách đạo đức và tinh thần trách nhiệm. Có thể nói rằng, sinh viên, giảng viên của Khoa Toán, Trường đại học Sư phạm Huế có niềm tự hào chính đáng từ những cống hiến, thành quả của mình.

Những năm gần đây cũng có nhiều học sinh giỏi đỗ vào Khoa Toán. Tuy nhiên với thành tích học tập tốt, các em thường được nhận các học bổng đi đào tạo ở nước ngoài và khả năng trở về khoa, trường sau này để phục vụ khá mỏng manh. Dù vậy, Khoa vẫn vui mừng vì vẫn tạo được niềm tin yêu nơi phụ huynh và học sinh bậc phổ thông, chọn Khoa Toán, ĐHSP Huế là địa chỉ để thi vào.

Điểm băn khoăn và nỗi lo của Khoa Toán là làm sao đáp ứng tốt yêu cầu của đất nước trong tiến trình hội nhập với thế giới. Người giáo viên tương lai cần nắm chắc kiến thức toán học nói chung mới đủ niềm tin và hứng thú để giảng dạy cho học sinh. Các chương trình, kế hoạch đào tạo cần xây dựng để vừa thể hiện đặc trưng của nghề sư phạm nhưng cũng vừa đi sâu vào những kiến thức hiện đại của toán học để một số sinh viên có năng lực, hoài bão tiếp tục con đường giảng dạy, nghiên cứu toán học.

## 4. Một vài con số

Khoa hiện có 32 giảng viên, trong đó có 3 phó giáo sư - tiến sĩ, 6 tiến sĩ và 18 thạc sĩ. Đội ngũ cán bộ được đào tạo bài bản, hệ thống. Khoa đảm nhiệm đào tạo loại hình chính quy ở các bậc đại học, cao học, tiến sĩ và một số loại hình phi chính quy. Quy mô tuyển sinh hàng năm như sau:

- Cử nhân Sư phạm Toán hệ chính quy: khoảng 100 sinh viên.

- Thạc sĩ Toán các chuyên ngành: Giải tích, Đại số, Hình học - Tôpô, Lý luận & Phương pháp giảng dạy Toán: khoảng 40 học viên.

- Tiến sĩ chuyên ngành Đại số - Lý thuyết số: từ 1-2 nghiên cứu sinh.

# *Tin tức hội viên và hoạt động toán học*

LTS: *Để tăng cường sự hiểu biết lẫn nhau trong cộng đồng các nhà toán học Việt Nam, Tòa soạn mong nhận được nhiều thông tin từ các hội viên HTHVN về chính bản thân, cơ quan hoặc đồng nghiệp của mình.*

**Ngày 4/4/2012 Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ quốc gia** (NAFOSTED) đã ra thông báo về giới thiệu và đề xuất danh sách Hội đồng khoa học ngành trong KHTN nhiệm kỳ 2012-2015. Các nhà khoa học có thể tự giới thiệu bản thân hoặc giới thiệu các nhà khoa học khác tham gia HĐKH nhiệm kỳ mới cho NAFOSTED. Nhiệm vụ của HĐKH là
- Xác định các định hướng nghiên cứu cơ bản được Quỹ tài trợ;
- Xét chọn các đề tài nghiên cứu cơ bản để Quỹ tài trợ;
- Đánh giá kết quả thực hiện đề tài nghiên cứu cơ bản do Quỹ tài trợ;
- Các vấn đề khác liên quan đến hoạt động của Quỹ.

Tiêu chí để một nhà khoa học được giới thiệu tham gia HĐKH của Quỹ là có thành tích nghiên cứu khoa học và uy tín, khách quan, đổi mới.

Giai đoạn 2011-2013, đã có 51 đề tài (có 16 đề tài đăng ký mới) của ngành Toán được NAFOSTED chọn tài trợ. Đợt đăng ký cho giai đoạn 2012-2014 cả ngành Toán có 20 đề tài mới nộp hồ sơ đăng ký.

**GS. Ngô Bảo Châu** được bầu làm viện sĩ Viện hàn lâm Khoa học và Nghệ thuật Mỹ. Ngày 17/4/2012, Viện HLKHNT Mỹ thông báo danh sách 220 thành viên mới của năm 2012 trong đó có giáo sư Ngô Bảo Châu, Giáo sư Đại học Chicago đồng thời là Giám đốc Khoa học của Viện NCCC về Toán.

Chủ tịch Leslie C. Berlowitz của Viện HLKHNT Mỹ nhấn mạnh: "Đây là niềm vinh dự đặc biệt đồng thời cũng là lời kêu gọi sự phục vụ cho nhân loại. Chúng tôi mong muốn được sử dụng những kiến thức và kinh nghiệm của những con người xuất chúng này vào việc giải quyết các vấn đề trọng tâm của thế giới ngày nay".

GS. Ngô Bảo Châu đã đưa ra những bước tiến mang tính chất quyết định trong toán học hiện đại, đặc biệt là trong Lý thuyết số và Lý thuyết biểu diễn. Nhờ đó, ông đã được trao các giải thưởng danh giá như Clay (2004), Oberwolfach (2007), Sophie Germain (2007) và Huy chương Fields (2010). Công trình của ông được báo Times xếp vào 10 thành tựu khoa học nổi bật trong năm 2009.

**PGS. TS. Lê Thanh Nhàn**, Đại học Khoa học, ĐH Thái Nguyên là một trong hai nhà khoa học nữ được nhận giải thưởng Kovalevskaia 2012. PGS. Lê Thanh Nhàn được trao giải thưởng do những đóng góp trong chuyên ngành Đại số giao hoán với nhiều công trình được đăng trong các tạp chí quốc tế. Năm 2005 chị được phong hàm Phó giáo sư và là phó giáo sư trẻ nhất lúc bấy giờ. Năm 2007 chị được Viện Toán học trao Giải thưởng Viện Toán học. PGS. Lê Thanh Nhàn hiện nay là phó hiệu trưởng của Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên.

Giải thưởng Kovalevskaia là giải thưởng do vợ chồng Giáo sư N. Koblitz thành lập năm 1985 nhằm tôn vinh những đóng góp xuất sắc trong nghiên cứu và ứng dụng của các nhà khoa học nữ. Giải thưởng hiện nay do Hội Liên hiệp phụ nữ Việt Nam thực hiện.

**Kỳ thi Olympic Toán sinh viên toàn quốc lần thứ 20** đã được tổ chức tại Đại học Phú Yên, tp. Tuy Hoà, Phú Yên, từ ngày 11-13/4/2012. Đây là hoạt động phối hợp thường niên giữa Hội Toán học Việt Nam, Bộ GD&ĐT, Liên hiệp các Hội KH&KT Việt Nam, TW Hội Sinh viên Việt Nam và các trường đại học, cao đẳng, các học viện. Mỗi trường hoặc học viện tham gia cử một đội tuyển dự thi hai môn Đại số và Giải tích.

Năm nay có 77 đoàn dự thi Olympic Toán sinh viên toàn quốc với gần 600 sinh viên. Ban tổ chức đã trao hơn 320 giải cho 2 môn thi. Trong số đó có 5 giải đặc biệt cho các sinh viên: Đặng Thành Nam (ĐH Kinh tế quốc dân) - thủ khoa môn Giải tích, Đinh Văn Chương (ĐH Sư phạm tp. Hồ Chí Minh) - thủ khoa môn Đại số; 3 sinh viên Nguyễn Tuấn Vũ (ĐH Ngoại Thương), Nguyễn Văn Quý (ĐH Kinh tế Quốc dân) và Lê Văn Huỳnh (ĐH Công nghệ - ĐHQG Hà Nội) đoạt giải Nhất ở cả hai môn Giải tích và Đại số.

Kỳ thi năm tới sẽ được tổ chức tại Đại học Duy Tân, thành phố Đà Nẵng.

*Mục Tin hoạt động số này được thực hiện với sự cộng tác của GS. TS. Nguyễn Hữu Dư (ĐH KHTN Hà Nội), Th. S. Lê Cường (ĐHBK Hà Nội).*

# *Tin Toán học Thế giới*

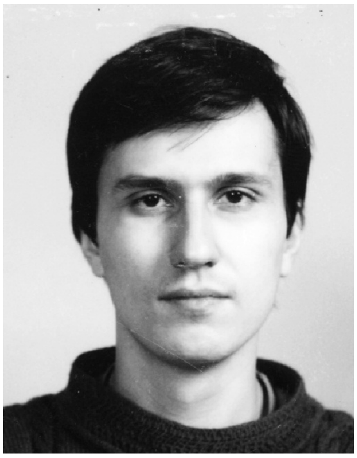
**Diễn đàn Heidelberg những người nhận các giải thưởng** với nội dung ”Chủ nhân các giải thưởng Abel, Fields, Turing gặp gỡ thế hệ kế tiếp” đã được thành lập nhân kỷ niệm 10 năm giải thưởng Abel. Ngày 22/5/2012, tại Oslo, Na Uy, đã diễn ra lễ ký Thoả thuận hợp tác về Diễn đàn Heidelberg giữa Quỹ Klaus Tschira - một quỹ phi lợi nhuận của Đức với mục đích thúc đẩy sự phát triển của Khoa học tự nhiên, Toán học và Khoa học máy tính, và Viện HL Khoa học và Văn học Na Uy, Liên đoàn Toán học thế giới và Hiệp hội Máy tính thế giới.

Diễn đàn sẽ dưới hình thức hội nghị thường niên, tổ chức tại thành phố Heidelberg, ở đó các nhà nghiên cứu trẻ tài năng sẽ có dịp gặp gỡ với những nhà khoa học đã nhận các giải thưởng cao quý của ngành Toán (Abel và Fields) và Khoa học máy tính (Turing). Diễn đàn được xây dựng theo mô hình Các cuộc hội ngộ thường niên Lindau của những người được giải Nobel được tiến hành hơn 60 năm qua. Klaus Tschira, nhà vật lý, người sáng lập và đồng quản lý Quỹ nói: “Gặp gỡ với các nhà khoa học hàng đầu của Toán học và Khoa học máy tính sẽ truyền cảm hứng và tiếp thêm động lực mạnh mẽ cho các nhà khoa học trẻ tuổi.”

Trong buổi ký kết thoả thuận ở Oslo, Chủ tịch LĐTHTG Ingrid Daubechies hi vọng diễn đàn mới này sẽ góp phần đáng kể trong việc thúc đẩy nhiệt huyết toán học cho các thế hệ sau. Việc gặp gỡ những người "anh hùng khoa học" đối với các nhà nghiên cứu mới vào nghề là điều rất quan trọng bởi nó có thể cho họ thấy những nhà khoa học lẫy lừng này không phải là những thần tượng không thể vươn tới được. Toán học, cùng với tất cả những gì trừu tượng của nó, vẫn được chinh phục bởi con người, trong đó mọi khía cạnh của sự trao đổi giữa người với người cũng đóng một phần quan trọng.

Cuộc gặp đầu tiên của Diễn đàn Heidelberg sẽ diễn ra từ 23-27/9/2013.

**Maxim Kontsevich** được trao Giải thưởng Shaw năm 2012 cho lĩnh vực Toán học vì "những công trình nghiên cứu tiên phong của ông trong Đại số, Hình học và Vật lý toán, và nói riêng trong Lượng tử biến dạng, Tích phân motivic và đối xứng gương".



Maxim Kontsevich. *Nguồn: Internet*

Kontsevich là giáo sư cơ hữu của Viện Nghiên cứu cao cấp ở Paris (IHÉS) và là giáo sư đặc biệt của Đại học Miami. Các nghiên cứu của ông tập trung vào các khía cạnh hình học của Vật lý Toán, đó là lý thuyết nút, lượng tử hoá và đối xứng gương. Ông được nhận Giải thưởng Poincaré (1997), Huy chương Fields (1998) và Giải thưởng Crafoord (2008).

Giải thưởng Shaw được trao hàng năm bởi Quỹ Giải thưởng Shaw có trụ sở tại Hong Kong. Giải thưởng kèm theo khoản tiền mặt trị giá 1 triệu USD.

**Lưu Lệ Hằng hay Jane Lưu**, người Mỹ gốc Việt, thành viên của Phòng thí nghiệm Lincoln, Học viện Kỹ thuật Massachusetts (MIT), Mỹ, đã được trao giải thưởng Shaw năm 2012 cho lĩnh vực Thiên văn học. Bà được trao giải thưởng cùng với đồng nghiệp là David C. Jewitt, giáo sư Đại học California, Mỹ. Giải thưởng được trao cho nhóm tác giả vì đã phát hiện và đặc trưng các thiên thể ngoài Hải Vương tinh, trong vành đai Kuiper. Hàng triệu thiên thạch bên mép rìa hệ Mặt trời, trong vành đai Kuiper là một kho tàng khảo cổ cực kỳ giá trị liên quan đến sự hình thành hệ Mặt trời và các sao chổi chu kỳ ngắn.

Lưu Lệ Hằng sinh năm 1963 tại Sài Gòn và định cư tại Mỹ năm 1975. Bà học đại học tại Đại học Stanford (1984) và bảo vệ luận án tiến sỹ về Thiên văn học tại MIT (1990). Bà đã từng làm việc tại nhiều đại học danh tiếng như Harvard, Berkeley, Stanford, MIT (Mỹ), Leiden (Hà Lan). Ngoài giải thưởng Shaw, Lưu Lệ Hằng còn được nhận một số giải thưởng khác như Annie J. Cannon (Hội Thiên văn học Mỹ, 1991), Kavli (Na Uy, 2012). Đã có nhiều tiểu hành tinh được bà phát hiện, một trong số đó được mang tên bà là Tiểu hành tinh 5430 Lưu.

# *Thông báo*

**VIỆN TOÁN HỌC TUYỂN SINH KHOÁ 2012-2014 CHO ĐỀ ÁN**

**"Đào tạo thạc sĩ Toán học phối hợp với các trường ĐH quốc tế"**

Đây là chương trình cao học do Đại học Sư phạm Hà Nội quản lý theo mô hình liên kết với Viện Toán học.

1. Điều kiện dự tuyển: Thí sinh tốt nghiệp đại học từ loại khá trở lên, có điểm trung bình các môn Toán từ 7 điểm trở lên, không quá 26 tuổi.

2. Phương thức đào tạo:

- Viện Toán học tổ chức giảng dạy với sự tham gia của các cán bộ của Đại học Sư phạm Hà Nội và các giáo sư từ các trường Đại học quốc tế.

- Học viên đạt kết quả tốt trong năm thứ nhất và đạt chuẩn ngoại ngữ sẽ được giới thiệu xin học bổng cao học năm thứ hai tại nước ngoài.

- Học viên không có học bổng để đi học ở nước ngoài sẽ học tiếp chương trình cao học năm thứ hai ở trong nước. Bằng cao học do Đại học Sư Phạm Hà Nội cấp.

3. Lịch tuyển chọn: Hồ sơ nộp trước ngày 15/08/2012. Thí sinh qua vòng sơ tuyển sẽ được thông báo bằng điện thoại.

- Thi viết 2 môn: Đại số (Đại số tuyến tính và Đại số đại cương), Giải tích (Giải tích cổ điển và một phần Giải tích hàm) ngày 27-28/8/2012.

- Phỏng vấn trực tiếp những thí sinh đã đạt yêu cầu ở phần thi viết các kiến thức chung về Toán và Tiếng Anh ngày 29/8/2012.

4. Hồ sơ dự tuyển: Làm thành 2 bộ giống nhau gồm

- Đơn xin dự tuyển.
- 02 ảnh chân dung cỡ 3x4, mới chụp trong thời gian 6 tháng.
- Sơ yếu lý lịch có xác nhận của cơ quan chủ quản hoặc chính quyền địa phương nơi thí sinh cư trú (đối với thí sinh tự do). Sơ yếu lý lịch phải có ảnh và đóng dấu giáp lai.
- Giấy chứng nhận sức khoẻ của một bệnh viện đa khoa.
- Bản sao giấy khai sinh (có công chứng).
- Công văn cử đi dự thi của thủ trưởng cơ quan chủ quản, đơn vị quản lý (nếu có).
- Bản sao có xác nhận bằng tốt nghiệp đại học, bảng điểm và các công trình khoa học (nếu có).
- Bản sao chứng chỉ Tiếng Anh (nếu có).

Tất cả các giấy tờ trên đựng trong túi hồ sơ và nộp tại Trung tâm Đào tạo Sau đại học Viện Toán học. Mọi chi tiết xin liên hệ:

Trung tâm Đào tạo sau đại học, Viện Toán học, nhà A14
18 Đường Hoàng Quốc Việt, Quận Cầu Giấy, Hà Nội
Điện thoại: 04-37560940; Fax: 04-37564303
Hoặc truy cập website: http://www.math.ac.vn

# *Dành cho các bạn trẻ*

LTS: "*Dành cho các bạn trẻ*" *là mục dành cho Sinh viên, Học sinh và tất cả các bạn trẻ yêu Toán. Tòa soạn mong nhận được các bài viết hoặc bài dịch có giá trị cho chuyên mục.*

# Hình học tĩnh và động

**Lê Bá Khánh Trình** (Đại học KHTN, ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh)

## 1. Hình học tĩnh hay động

Trong bài này, tôi muốn trình bày một đôi điều riêng tư về môn hình học phổ thông (hay còn được gọi là hình học sơ cấp) dưới hai cách nhìn có phần nào khác biệt nhau. Trước hết, thông dụng hơn cả là cách nhìn của một người quan tâm đến việc giải các bài toán hình học. Cách nhìn này thường yêu cầu xem xét, phân loại các bài toán khác nhau, trình bày kinh nghiệm giải quyết chúng và tìm ra các mối liên quan giữa chúng với các bài toán đã biết. Cách nhìn này thường được quan tâm hàng đầu và thường là nội dung chính trong các bài viết, các tài liệu về toán phổ thông. Bên cạnh đó, tôi cũng muốn trình bày các vấn đề ở đây dưới một cách nhìn khác, cách nhìn của người muốn tìm tòi, phát hiện ra các bài toán mới, những bài toán không chỉ mới về nội dung mà còn có tác dụng tích cực trong việc rèn luyện tư duy và các kỹ năng cần thiết của người học, đặc biệt là đối với những học sinh giỏi. Đây là công việc đòi hỏi ở chúng ta nhiều công phu không kém gì công việc giải quyết các bài toán. Tuy nhiên, ở nước ta dường như công việc này còn chưa được quan tâm đúng mức. Đây đó, được ưa chuộng hơn cả vẫn là sử dụng các bài toán hay, mẫu mực đã có hoặc tận dụng các đề toán mới được công bố ở các nước khác. Cách làm này khá tiện lợi, hợp lý và hiệu quả nhưng thực tế có hai nguy cơ:

- Một là, nếu sử dụng các bài toán đã được công bố trong các kỳ thi, việc đánh giá sẽ thiếu công bằng và chính xác;
- Hai là, đáp án của nhiều bài toán do vô tình hay hữu ý, đã ít nhiều bị biến dạng. Điều này có thể làm cho cách trình bày trở nên ngắn gọn hơn nhưng đồng thời cũng đã làm mất đi những ý tưởng trong sáng và tự nhiên ban đầu khi những bài toán đó được xây dựng nên. Vì thế, nếu sử dụng lại các đáp án một cách máy móc, thiếu sự biên tập cần thiết thì rất có thể chúng sẽ có tác dụng tiêu cực đến việc rèn luyện tư duy của người học.

Với những suy nghĩ đó, tôi nghĩ chắc cũng đã đến lúc chúng ta cần tăng cường sự quan tâm và đầu tư nhiều công sức hơn nữa cho công việc "sáng tác" này. Một công việc không dễ dàng nhưng chắc chắn sẽ rất thú vị và bổ ích. Bây giờ, đã đến lúc đi thẳng vào chủ đề của bài này: Hình học tĩnh hay động? Nếu chỉ nhìn các bài toán mà chúng ta vẫn thường giải quyết hoặc tìm tòi thì hình học vừa tĩnh lại vừa động. Hình học tĩnh trong những bài toán mà ở đó, các yếu tố như điểm, đường thẳng, đường tròn, ... đều không thay đổi và yêu cầu đặt ra ở đây thường là chứng minh các tính chất hình học hoặc tính toán các đại lượng nào đó trong hình vẽ đã cho. Còn hình học sẽ động trong những bài toán mà ở đó, bên cạnh các yếu tố cố định, không thay đổi có 1 vài yếu tố thay đổi và yêu cầu ở đây thường là tìm quĩ tích, tìm các điểm cố định hoặc tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của một đại lượng hình học. Tuy nhiên, đây chỉ là cái nhìn ban đầu. Trên quan điểm của những người mong muốn đi tìm lời giải cho các bài toán khó và cả trên quan điểm của những người mong muốn phát hiện ra những bài toán hình học mới, theo tôi, hình học luôn luôn cần vận động, vận động ngay cả trong những bài toán mà các yếu tố được cho đều cố định, không đổi. Bởi vì chính cách nhìn, cách tư duy trong các yếu tố của hình vẽ không ngừng biến động, tương tác, thậm chí toàn bộ cả hình vẽ đều không thay đổi sẽ giúp chúng ta tìm ra đúng những lời giải đẹp nhất và phản ánh trọn vẹn nhất bản chất hình học của một bài toán.

## 2. Động trong biến hình

Một trong những công cụ quan trọng hàng đầu để thực hiện việc biến đổi các yếu tố trong một hình chính là phép biến hình. Không phải ngẫu nhiên mà hiện nay, những lời giải hay nhất của nhiều bài toán hình học cũng như rất nhiều phát hiện hình học thú vị thường nhận được trên cơ sở vận động ý tưởng và kỹ thuật của các phép biến hình.

Thế nhưng để có thể vận dụng chúng một cách hiệu quả, trước hết phải có được một nền tảng tương đối vững chắc về biến hình mà cụ thể là phải nắm bắt được một vài mệnh đề quan trọng và làm quen được với một số tình huống tiêu biểu cho việc thực hiện các động tác biến hình hợp lý.

Vậy đó là những mệnh đề nào, những tình huống nào? Trong khuôn khổ bài này, tôi chỉ xin phép trình bày những gì liên quan đến phép quay, một loại phép biến hình tuy đơn giản nhưng lại có mức độ áp dụng cao và mang lại rất nhiều kết quả phong phú. Tương tự, không khác biệt với phép quay bao nhiêu là phép vị tự quay. Thông thường, phép vị tự quay đem lại các kết quả tổng quát hơn và nâng cao độ phức tạp của bài toán mà vẫn giữ nguyên ý tưởng ban đầu của phép quay.

Nhưng trước khi phát biểu ra đây các mệnh đề, tình huống cần thiết được nhắc ở trên, xin phép được nói qua một chút cái gọi là "cảm hứng" thúc đẩy tôi viết ra những dòng này. "Cảm hứng" đó nảy sinh từ việc xem xét giáo trình Hình học nâng cao lớp 11 vừa được đưa vào giảng dạy từ vài năm học vừa qua, trong đó điểm đáng lưu ý nhất là phần các phép biến hình được trình bày đầy đủ hơn và đặc biệt là đã được phân bố ngay vào đầu năm học (trước đây, phần này chỉ được giảng dạy vào cuối năm lớp 10). Rõ ràng, với sự thay đổi này, hội đồng biên soạn sách giáo khoa cho thấy ý định rất nghiêm túc của mình là tăng cường hơn nữa sự chú ý cho phần các phép biến hình và đây thực sự là điều rất nên làm.

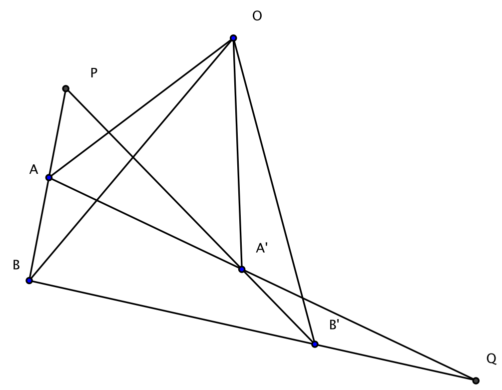
Các phép biến hình chính là mảng kiến thức mà ở đó, học sinh có thể làm được với những ý tưởng và những kỹ năng thích hợp nhất cho việc tiếp thu các kiến thức của toán học hiện đại. Những ý tưởng và những kỹ năng đó là gì? Đó là ý tưởng ánh xạ rất rõ nét trong cách trình bày và hệ thống các phép biến hình. Đó là ý tưởng phân loại và mô tả đầy đủ các lớp phép biến hình (mà tiêu biểu nhất là các phép dời hình). Và tất nhiên, quan trọng hơn cả là qua việc vận dụng các phép biến hình để giải toán, tư duy hình học của học sinh sẽ được nâng lên ở một cấp độ mới. Thay vì chỉ biết tính toán và so sánh các đại lượng hình học (góc, độ dài, diện tích,...) để từ đó đi đến một chứng minh như trước đây, nay với việc sử dụng các phép biến hình, các em sẽ được tập quan sát những vận động, những tương tác giữa các yếu tố, những cấu trúc tiềm ẩn trong một hình vẽ để rồi từ đó rút ra được những chứng minh, những kết luận sâu sắc, nêu bật toàn diện bản chất của hình vẽ đó.

Những ý định như vậy là rất đúng đắn và chắc cũng đã được hội đồng biên soạn sách giáo khoa đem ra cân nhắc kỹ lưỡng trước khi quyết định việc phân bố lại chương trình sách giáo khoa nâng cao về hình học. Chỉ tiếc một điều, theo nhận xét chủ quan của tôi, là nội dung trình bày trong sách giáo khoa lớp 11 có lẽ vẫn còn chưa đủ để học sinh rèn luyện, nắm bắt và vận dụng công cụ biến hình ở mức độ cần thiết, ít ra là chưa cho phép các em làm quen được với ba ý tưởng quan trọng và bổ ích được kể ra ở trên.

Vậy nên cần bổ sung những điều gì? Xin điểm qua một vài điều tôi cho là quan trọng nhất và nhân tiện, đây cũng chính là trả lời cho câu hỏi đặt ra ở đầu phần này. Đó là phát biểu các mệnh đề, các tình huống chính mà bất cứ ai khi học các phép toán biến hình (cụ thể là phép quay) đều phải biết để có thể vận dụng thực sự tốt công cụ này.

2.1. **Sự tồn tại của phép quay.** Trước hết, để giúp cho học sinh hiểu rõ và tự tin hơn khi sử dụng các phép biến hình, nên trang bị cho các em các mệnh đề về tồn tại duy nhất của một phép biến hình trong những tình huống đơn giản và thông dụng nhất. Đối với phép quay, mệnh đề sau đáp ứng đủ các yêu cầu đó.

**Mệnh đề 2.1.** *Cho hai đoạn thẳng $AB$ và $A'B'$ sao cho $AB = A'B'$ và $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{A'B'}$. Lúc đó, tồn tại duy nhất một phép quay $R$ biến tương ứng $AB$ thành $A'B'$.*




Mệnh đề này cho phép ta chỉ cần quan sát thấy có hai đoạn thẳng bằng nhau là có thể liên tưởng ngay đến một phép quay và sẵn sàng vận dụng nó nếu có thêm các điều kiện thích hợp chứ không phải chờ đến khi có được hai tam giác, hai hình bằng nhau mới bắt đầu nghĩ đến phép quay. Ngoài ra, mệnh đề này còn là cơ sở để mô tả đầy đủ các phép dời hình (sẽ đề cập ở dưới). Tuy nhiên, nó chỉ có ý nghĩa giúp ta làm quen với tình huống. Muốn mang lại hiệu quả thực sự phải bổ sung thêm một ít về việc xác định phép quay tồn tại nói trên.

**Mệnh đề 2.2** (Mệnh đề 1 bổ sung)**.** *Phép quay $R$ có góc quay $\alpha = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'})$ và tâm $O$ đồng thời nằm trên các trung trực của $AA', BB'$ cũng như các cung tròn (đơn) chứa các điểm nhìn các đoạn $AA', BB'$ dưới một góc có hướng bằng $\alpha$.*

Bổ sung này cho ta một cái nhìn khá toàn diện về tình huống đang xét (xem hình vẽ); nhưng để có được sự quan sát đầy đặn và sâu sắc hơn nữa, cần trang bị thêm:

**Mệnh đề 2.3.** *Ta giữ các giả thiết như trong các Mệnh đề 1 và 2.*

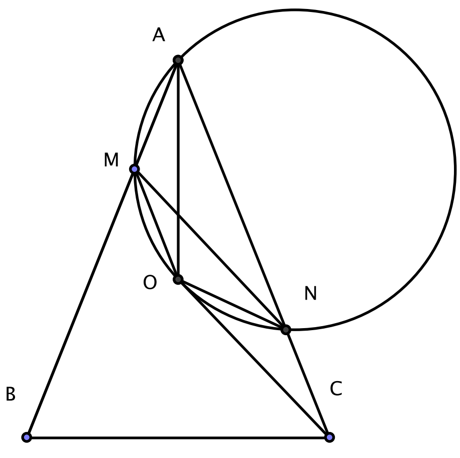
*(1) Giả sử các đường thẳng $AB$ và $A'B'$ cắt nhau tại điểm $P$. Khi đó, các tứ giác $AA'OP$ và $BB'OP$ nội tiếp;*

*(2) Giả sử các đường thẳng $AA'$ và $BB'$ cắt nhau tại điểm $Q$. Khi đó, các tứ giác $ABOQ$ và $A'B'OQ$ nội tiếp.*

Các mệnh đề này rõ ràng là chứng minh không khó (nên xin bỏ qua ở đây). Còn lợi ích mà chúng có thể mang lại thì lại khá phong phú. Xin bắt đầu bằng một bài tập khá quen thuộc trong đó việc vận dụng ý tưởng biến hình là rất tự nhiên và đơn giản.

**Ví dụ 2.4.** *Cho tam giác $ABC$ cân tại $A$. Trên cạnh $AB$ và $AC$ lần lượt lấy các điểm $M, N$ sao cho $AM = CN$. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác $AMN$ luôn đi qua một điểm cố định khác $A$.*

*Lời giải.* Để giải, ta xét phép quay $R$ biến đoạn thẳng $AM$ tương ứng thành đoạn thẳng $CN$.

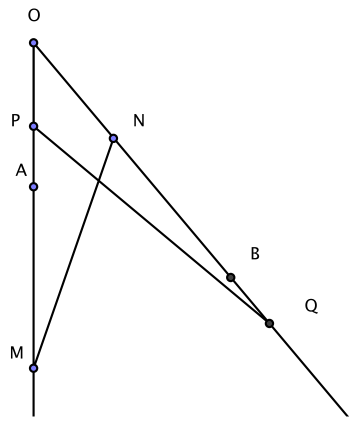



Tâm quay $O$ theo mệnh đề 2 là giao điểm của trung trực $AC$ và cung tròn quĩ tích những điểm $K$ sao cho $(\overrightarrow{KA}, \overrightarrow{KC}) = (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{CN})$ nên tâm quay $O$ cố định.

Cuối cùng, do $AM$ và $CN$ cắt nhau tại $A$ nên theo Mệnh đề 3, tứ giác $MNAO$ nội tiếp. Vậy đường tròn đi qua tam giác $AMN$ đi qua điểm $O$ cố định. □

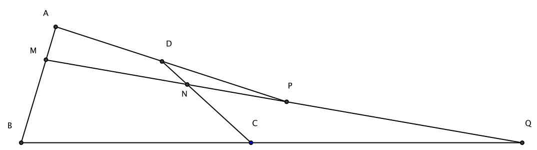
Bài tập này rất thích hợp cho việc làm quen với các ứng dụng của phép quay. Nó chỉ có một khiếm khuyết là nếu tam giác $ABC$ cân thì điểm $O$ cần tìm chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC$. Do đó, nhiều học sinh có thể mày mò, dự đoán và chứng minh kết quả trên mà không cần sử dụng phép quay. Thực ra, để khắc phục điều này, có thể xem tam giác $ABC$ không cân và còn tổng quát hơn là bài tập sau mà cách giải không có gì thay đổi.

**Ví dụ 2.5.** *Trên 2 tia $Ox$ và $Oy$ của góc $Oxy$, cho 2 điểm $A, B$. Gọi $M, N$ là 2 điểm thay đổi trên $Ox, Oy$ sao cho $AM = BN$ ($M$ khác phía $O$ đối với điểm $A$, còn $N$ cùng phía $O$ đối với điểm $B$). Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác $OMN$ luôn đi qua một điểm cố định khác $O$.*




Nếu bổ sung vào bài tập này thêm một vài yếu tố với những mối quan hệ tương tự (chẳng hạn lấy thêm các điểm $P, Q$ trên $Ox, Oy$ cũng với tính chất $AP = BQ$ để phép quay được xét cũng biến $P$ thành $Q$) và thay đổi chút ít cách phát biểu cũng như vận dụng tính chất còn lại (tính chất 2) của Mệnh đề 3. Ta nhận được:

**Bài toán.** *Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = CD$ và các điểm $M, N$ trên $AB, CD$ sao cho $AM = DN$. Giả sử đường thẳng $MN$ cắt $AD$ và $BC$ lần lượt tại $P, Q$. Chứng minh rằng tồn tại một điểm $O$ có cùng phương tích với tất cả bốn đường tròn ngoại tiếp các tam giác $PAM, PDN, QBM, QCN$.*

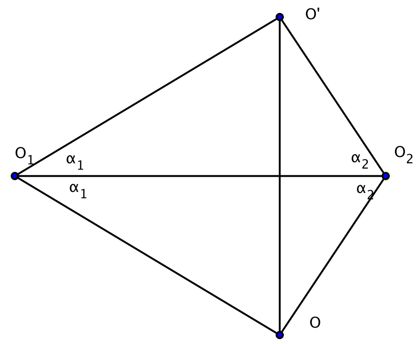



*Lời giải.* Gọi $O$ là tâm của phép quay $R$ biến $AB$ tương ứng thành $DC$ và $M$ thành $N$. Theo mệnh đề 3 (tính chất 2), các tứ giác $AMOP, DNOP, BMOQ, CNOQ$ đều nội tiếp. Vậy $O$ nằm trên bốn đường tròn nội tiếp các tam giác $PAM, PDN, QBM, QCN$ nên $O$ có cùng phương tích đối với các đường tròn này. □

2.2. **Tích của hai phép quay.** Điều cần bổ sung thứ hai liên quan đến bản chất ánh xạ của các phép biến hình. Một khi đã định nghĩa chúng như các ánh xạ thì lẽ tự nhiên cũng cần phải đề cập đến tích của hai phép biến hình. Vậy tích của hai phép quay là gì?

**Mệnh đề 2.6.** *Cho hai phép quay $R(O_1; \alpha_1), R(O_2; \alpha_2)$. Nếu $\alpha_1 + \alpha_2 \neq 2k\pi$ thì tích $R = R_2 \circ R_1$ cũng là một phép quay với góc quay $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$. Tâm $O$ của phép quay này được xác định từ điều kiện sau*

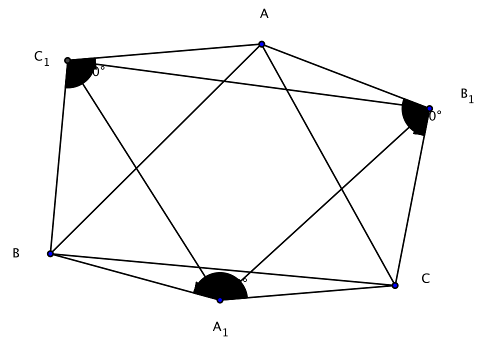
$$(\overrightarrow{O_1O}, \overrightarrow{O_1O_2}) = \frac{\alpha_1}{2} \text{ và } (\overrightarrow{O_2O_1}, \overrightarrow{O_2O}) = \frac{\alpha_2}{2}.$$




*Chứng minh.* Việc $R$ là một phép quay có thể suy ra ngay từ Mệnh đề 1. Còn tâm $O$ chính là điểm bất động duy nhất qua tích $R = R_2 \circ R_1$ nên nếu chọn $O$ như trên và lấy $O'$ đối xứng với $O$ qua $O_1O_2$ thì ta có $R_1(O) = O'$ và $R_2(O') = O$. Suy ra $R(O) = O$. Vậy điểm $O$ xác định với điều kiện trên chính là tâm quay. □

Bài tập sau có thể xem là ứng dụng mẫu mực việc vận dụng tích 2 phép quay.

**Ví dụ 2.7.** *Bên ngoài tam giác $ABC$ và trên các cạnh dựng các tam giác $BCA_1, CAB_1, ABC_1$ cân lần lượt tại $A_1, B_1, C_1$ với góc $BA_1C = 160^o$ và các góc $CB_1A = AC_1B = 100^o$. Tính góc $B_1A_1C_1$.*




*Lời giải.* Nhận xét rằng:

$$R(A_1; -160^o) = R(B1; 100^o) \circ R(C1; 100^o).$$

Như vậy, theo tính chất tâm của tích hai phép quay thì $\angle B_1A_1C_1 = 80^o$. □

Tất nhiên, với đề bài như trên, một số học sinh vẫn có thể đi "tính" góc $B_1A_1C_1$ với một khối lượng tính toán hết sức cồng kềnh và với kỹ thuật tính toán đáng nể. Nếu bây giờ biến tấu bài tập này đi một chút bằng cách cất đi điểm "mấu chốt" $A_1$ và gắn thêm tính di động cho các điểm $B_1, C_1$, ta nhận được phương án sau:

**Bài toán.** *Cho tam giác $ABC$ nội tiếp đường tròn $(O)$ có $B, C$ cố định, còn $A$ thay đổi trên $(O)$. Bên ngoài tam giác, trên các cạnh $AB, AC$ dựng các tam giác $ABC_1, ACB_1$ với $\angle AC_1B = \angle AB_1C = 100^o$. Chứng minh rằng trung trực của $B_1C_1$ luôn đi qua một điểm cố định.*

Rõ ràng điểm cố định cần tìm chính là điểm $A_1$ trong bài tập trên nay đã được "giấu" đi. Và chính vị trí không dễ đoán của $A_1$ đã làm cho bài toán trở nên vô cùng khó khăn cho những ai chưa nắm được ý tưởng về tích của hai phép quay.

2.3. **Về các phép dời hình khác.** Để kết thúc phần này, xin nêu ra điều cần bổ sung cuối cùng để cho nội dung về phép biến hình được cân đối, hoàn chỉnh. Chúng ta biết rằng lớp các phép biến hình được trình bày đầy đủ nhất chính là lớp các phép dời hình. Chúng có thể được mô tả rất trọn vẹn thông qua các phép dời hình cơ sở là tịnh tiến, quay và đối xứng trục. Vậy nên chăng sau khi đã học xong các phép biến hình cụ thể này, chúng ta sẽ khái quát bằng khái niệm các phép dời hình và kết thúc bằng một mệnh đề mô tả đầy đủ lớp các phép dời hình để làm sáng tỏ bản chất khá đơn giản của chúng. Đây thường là sơ đồ mẫu mực khi trình bày về một lớp các phép biến đổi nào đó trong các lĩnh vực khác của toán học.

Mệnh đề mô tả các phép dời hình ở đây rất gọn, đơn giản và có thể suy ra trực tiếp từ Mệnh đề 1 ở trên. Nhưng trước khi phát biểu nó, theo tôi nên phân loại các phép dời hình thành các phép dời hình thuận (là các phép dời hình bảo toàn định hướng) và các phép dời hình ngược (thay đổi định hướng). Điều này cũng gần giống như việc phân biệt hai tam giác bằng nhau thuận và bằng nhau nghịch mà học sinh đã rất quen thuộc. Việc phân loại các phép dời hình như vậy sẽ không gây ra khó khăn nào mà trái lại, nó còn có thể giúp học sinh hiểu và cảm nhận rõ ràng hơn về định hướng (cụ thể là chiều "quay" của một tam giác) trong các phép biến hình.

Đối với các phép dời hình thuận (quan trọng nhất và được xem xét kỹ lưỡng nhất) ta có sự mô tả đầy đủ sau:

**Mệnh đề 2.8.** *Một phép dời hình thuận chỉ có thể là một phép tịnh tiến hoặc một phép quay.*

Đối với các phép dời hình nghịch thì khó khăn hơn một chút:

**Mệnh đề 2.9.** *Một phép dời hình nghịch có thể được biểu diễn như là tích một phép tịnh tiến với một phép đối xứng trục.*

Trong phần bài tập của bộ sách giáo khoa Hình học nâng cao lớp 11, dạng tích này cũng được xét đến và được gọi là phép "đối xứng trượt". Theo tôi, Mệnh đề 2.9 có thể không nhất thiết phải trình bày hoặc chỉ cần nhắc qua và đưa ra như một bài tập. Nhưng Mệnh đề 2.8 thì nên phát biểu như một lời đúc kết của phần các phép dời hình để sao cho khi học xong phần này, học sinh có cảm giác nắm bắt trọn vẹn, rõ ràng, không còn chút gì mơ hồ về các phép dời hình.

*(còn nữa)*

**Kính mời quí vị và các bạn đồng nghiệp**
**đăng kí tham gia Hội Toán học Việt Nam**

Hội Toán học Việt Nam được thành lập từ năm 1966. Mục đích của Hội là góp phần đẩy mạnh công tác giảng dạy, nghiên cứu phổ biến và ứng dụng toán học. Tất cả những ai có tham gia giảng dạy, nghiên cứu phổ biến và ứng dụng toán học đều có thể gia nhập Hội. Là hội viên, quí vị sẽ được phát miễn phí tạp chí Thông Tin Toán Học, được mua một số ấn phẩm toán với giá ưu đãi, được giảm hội nghị phí những hội nghị Hội tham gia tổ chức, được tham gia cũng như được thông báo đầy đủ về các hoạt động của Hội. Để gia nhập Hội lần đầu tiên hoặc để đăng kí lại hội viên (theo từng năm), quí vị chỉ việc điền và cắt gửi phiếu đăng kí dưới đây tới BCH Hội theo địa chỉ:

**Chị Cao Ngọc Anh, Viện Toán Học, 18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội**

Về việc đóng hội phí có thể chọn một trong các hình thức sau đây:

1. Đóng tập thể theo cơ quan (kèm theo danh sách hội viên).
2. Đóng trực tiếp hoặc gửi tiền qua bưu điện đến chị Cao Ngọc Anh theo địa chỉ trên.

Thông tin về hội viên Hội Toán học Việt Nam cũng như tình hình đóng hội phí được cập nhật thường xuyên trên trang web của Hội.

**BCH Hội Toán học Việt Nam**

---

## <u>Hội Toán Học Việt Nam</u>
## Phiếu đăng kí hội viên

1. Họ và tên:

Khi đăng kí lại quí vị chỉ cần điền ở những mục có thay đổi trong khung màu đen này

2. Nam ☐ Nữ ☐
3. Ngày sinh:
4. Nơi sinh (huyện, tỉnh):
5. Học vị (*năm, nơi bảo vệ*):
   Cử nhân:
   Ths:
   TS:
   TSKH:
6. Học hàm (*năm được phong*):
   PGS:
   GS:
7. Chuyên ngành:
8. Nơi công tác:
9. Chức vụ hiện nay:
10. Địa chỉ liên hệ:

    E-mail:
    Điện thoại:

Ngày: Kí tên:

**Hội phí năm 2012**

Hội phí : 50 000 Đ ☐

<u>Acta Math. Vietnam. 70 000 Đ ☐</u>

Tổng cộng:

Hình thức đóng:

☐ Đóng tập thể theo cơ quan (tên cơ quan):

☐ Đóng trực tiếp/thư phát nhanh

☐ Gửi bưu điện (xin gửi kèm bản chụp thư chuyển tiền)

---

*Ghi chú*:
- Việc mua Acta Mathematica Vietnamica là tự nguyện và trên đây là giá ưu đãi (chỉ bằng 50% giá chính thức) cho hội viên (gồm 3 số, kể cả bưu phí).
- Gạch chéo ô tương ứng.

## THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 16 số 2 (2012)