Hội Toán Học Việt Nam

THÔNG TIN TOÁN HỌC

Tháng 12 Năm 2011 **Tập 15 Số 4**

Thông Tin Toán Học
(Lưu hành nội bộ)

• Bản tin **Thông Tin Toán Học** nhằm mục đích phản ánh các sinh hoạt chuyên môn trong cộng đồng toán học Việt Nam và quốc tế. Bản tin ra thường kỳ 4-6 số trong một năm.

• Thể lệ gửi bài: Bài viết bằng tiếng Việt. Tất cả các bài, thông tin về sinh hoạt toán học ở các khoa (bộ môn) toán, về hướng nghiên cứu hoặc trao đổi về phương pháp nghiên cứu và giảng dạy đều được hoan nghênh. Bản tin cũng nhận đăng các bài giới thiệu tiềm năng khoa học của các cơ sở cũng như các bài giới thiệu các nhà toán học. Bài viết xin gửi về tòa soạn. Nếu bài được đánh máy tính, xin gửi kèm theo file (chủ yếu theo phông chữ unicode hoặc .VnTime).

• Mọi liên hệ với bản tin xin gửi về:

*Bản tin: **Thông Tin Toán Học***
Viện Toán Học
18 Hoàng Quốc Việt, 10307 Hà Nội

e-mail:
ttth@vms.org.vn

Website của Hội Toán học:
www.vms.org.vn

Ảnh bìa 1: Richard S. Hamilton
Nguồn: Internet

Thầy tôi - Giáo sư Hoàng Tụy

Trần Văn Nhung (Hội đồng Chức danh giáo sư nhà nước)

Bài viết nhân dịp GS. Hoàng Tụy nhận Giải thưởng Carathéodory và kỷ niệm 55 năm (1956-2011) thành lập Khoa Toán-Cơ-Tin học, Trường ĐH Khoa học Tự nhiên, ĐHQG Hà Nội.

GS. Hoàng Tụy

Nhiều tài liệu trong nước và quốc tế đã viết, đã vinh danh Giáo sư Hoàng Tụy một cách xứng đáng. Giáo sư là cháu nội của cụ Hoàng Văn Bảng, em trai của Tổng đốc thành Hà Nội Hoàng Diệu. Để nói về một con người, một nhà khoa học, nhất là khi người đó đã được tôn vinh về nhiều mặt, trong một vài trang giấy, trong một câu chuyện ngắn, là một việc không thể làm được, ít nhất là đối với tôi. Tuy nhiên sau 45 năm được biết GS. Hoàng Tụy, với tư cách là một học trò từ thời phổ thông chuyên toán, tôi muốn nói khái quát về ông như sau: Giáo sư Hoàng Tụy là một nhà toán học xuất sắc, nổi tiếng thế giới, một nhà sư phạm mẫu mực, người có nhiều ý tưởng ở tầm chiến lược trên quan điểm hệ thống về sáng tạo toán học, về chấn hưng khoa giáo và trên cả là xây dựng và phát triển đất nước.

Mặc dù đã có nhiều bài viết về GS. Hoàng Tụy, nhưng chúng tôi thấy vẫn còn ít bài viết về thời gian ông là Chủ nhiệm Khoa Toán, Trường Đại học Tổng hợp Hà Nội, trước khi cái tên Tuy's Cut (Lát cắt Tụy) trở thành quen thuộc trong giới toán học trên thế giới và trước khi ông chủ trì một nhóm nghiên cứu tư vấn gồm những nhà khoa học, giáo dục và văn hóa nổi tiếng và giàu tâm huyết với đất nước, để đưa ra những kiến nghị phát triển giáo dục nước nhà. Vì thế, trong bài viết này, chúng tôi muốn bổ sung thêm vào phần "còn ít bài viết" đó, muốn ôn lại những kỷ niệm không thể nào quên về GS. Hoàng Tụy, người thầy mẫu mực của mình từ những năm học phổ thông chuyên toán A0 (1965-1967) trên khu sơ tán Thái Nguyên của Trường Đại học Tổng hợp Hà Nội. (A0 là tên viết tắt bí mật của lớp chuyên toán khóa I chúng tôi trong những năm chiến tranh chống Mỹ, khi đi sơ tán. A1, A2,... chỉ các lớp toán năm thứ nhất, thứ hai,..., B là vật lý, C là hóa học,...).

Chúng tôi viết bài này để chúc mừng GS. Hoàng Tụy khi ông là người đầu tiên trên thế giới vừa được trao tặng Giải thưởng Constantin Carathéodory của Hiệp hội Quốc tế về Tối ưu Toàn cục và để chúc mừng Khoa Toán-Cơ-Tin học, Trường ĐHKHTN, ĐHQGHN, tròn 55 tuổi (1956-2011), mà GS. Hoàng Tụy là Chủ nhiệm khoa thứ hai (có người nói là Chủ nhiệm khoa đầu tiên).

1. Những kỷ niệm về GS. Hoàng Tụy - Một nhà toán học xuất sắc, một nhà sư phạm mẫu mực

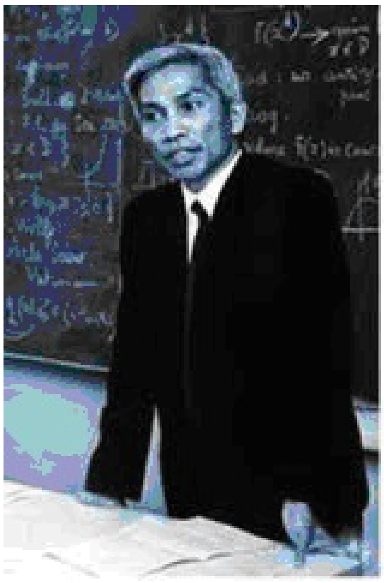
GS. Hoàng Tụy đã được tôn vinh ở trong nước và ngoài nước, đã được trao Giải thưởng Hồ Chí Minh đợt đầu (năm 1996) về khoa học công nghệ, cùng với các giáo sư Tạ Quang Bửu, Lê Văn Thiêm, Nguyễn Văn Hiệu,..., Giải thưởng Phan Chu Trinh (2010) và là người đầu tiên trên thế giới vừa được Hiệp hội Quốc tế về Tối ưu toàn cục trao giải thưởng cao quý mang tên nhà toán học xuất sắc người Hy Lạp Constantin Carathéodory (1873-1950), do những đóng góp tiên phong và nền tảng của ông trong lĩnh vực này. Là tác giả của 170 công trình khoa học được công bố trên các tạp chí toán học nổi tiếng trên thế giới, GS. Hoàng Tụy được thừa nhận là "cha đẻ" của Lý thuyết Tối ưu toàn cục (Global Optimization), trong đó có khái niệm quan trọng "Tuy's Cut" (Lát cắt Tụy) mang tên ông. Khái niệm này được ông đưa ra khoảng năm 1966 khi ông đang là Chủ nhiệm Khoa Toán của trường Đại học Tổng hợp Hà Nội.

Ngay từ những năm 1963-1964, khi còn đang học lớp 8 lớp 9 ở quê, tôi đã được biết đến tên thầy Hoàng Tụy và thầy Lê Hải Châu qua các sách giáo khoa toán phổ thông, tên các nhà toán học Tạ Quang Bửu, Lê Văn Thiêm, Hoàng Tụy, Nguyễn Cảnh Toàn, Phan Đình Diệu, Hoàng Xuân Sính, Hoàng Chúng (em trai thầy Hoàng Tụy),..., qua báo Toán học và Tuổi trẻ. Tôi còn nhớ những cuốn sách giáo khoa phổ thông môn toán ngày ấy rất mỏng, rất cơ bản, súc tích và chắt lọc, nhưng vẫn cung cấp cho chúng tôi đủ những kiến thức cần thiết. Vì sao không cần nhiều nhưng vẫn đủ? Vì các tác giả là những nhà toán học và sư phạm uyên thâm, là những thầy giáo đã trực tiếp dạy toán ở bậc phổ thông và đại học, đã thực sự nghiên cứu toán học và sư phạm, đã tham khảo những sách giáo khoa chuẩn mực của các nước có nền sư phạm chuẩn mực và tiên tiến trên thế giới như Nga, Pháp,... Có thể nói thế này được không: Để viết sách giáo khoa chuẩn mực cần phải có những bậc thầy chuẩn mực? Chuẩn mực ở đây được hiểu theo nghĩa có sự kết hợp hài hòa giữa lý thuyết với thực hành, giữa sơ cấp với cao cấp, giữa truyền thống với hiện đại, giữa quốc gia với quốc tế. Chúng tôi rất mừng khi thấy rằng hiện nay khi đổi mới chương trình và sách giáo khoa phổ thông, Bộ Giáo dục và Đào tạo, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam, Nhà Xuất bản Giáo dục Việt Nam và các tác giả đã dày công nghiên cứu và tham khảo có chọn lọc các chương trình, sách giáo khoa phổ thông của nước ta từ trước đến nay và của các nước tiên tiến trên thế giới, theo đúng phương châm giáo dục của Đảng ta là "cơ bản, hiện đại và Việt Nam".

Năm 1965, thầy Hoàng Tụy đã dạy cho lớp 9 chuyên toán A0 khóa I của chúng tôi những khái niệm đầu tiên về lôgic toán, toán học hữu hạn và lý thuyết đồ thị. Mặc dù thầy dạy cho chúng tôi không nhiều, vì với cương vị Chủ nhiệm khoa thầy rất bận, nhưng ấn tượng về những bài giảng của thầy trong tôi còn sâu đậm cho đến tận ngày nay, sau gần nửa thế kỷ. Trong phòng học sơ sài thời sơ tán, cái bảng đen rất nhỏ, nhưng vẫn đủ để cả buổi học thầy viết trên đó mà không cần xóa bảng. Đúng là thầy có nghệ thuật sử dụng và trình bày trên bảng một cách tối ưu! Đôi mắt sáng của thầy luôn hướng về phía học trò khi nêu vấn đề, khi đặt câu hỏi, khi gợi ý và khi khuyến khích, động viên chúng tôi. Thầy chú ý dạy học trò hiểu được xuất xứ, bản chất và các mối liên quan của vấn đề. Cách dạy của thầy độc đáo và cuốn hút, không sa vào các công thức và kỹ thuật, để tránh cho học trò “thấy cây mà không thấy rừng”. Mỗi khi cần viết lên bảng thì thầy lại viết rất nắn nót, cẩn thận, rõ ràng, ví dụ chữ cái c, t,..., còn có cả đuôi bên trái.

Là một học sinh nhà quê mới ra tỉnh, lần đầu tiên khi được nghe những bài giảng toán của các thầy Hoàng Tụy, Phan Đức Chính, Hoàng Hữu Đường, Nguyễn Thừa Hợp, Lê Minh Khanh, Nguyễn Duy Tiến, Đặng Hữu Đạo, vừa trẻ vừa giỏi vừa tràn đầy nhiệt huyết, tôi có cảm giác như mình đang được bố mẹ cho ra phố xem “trò ảo thuật” vậy. Đã thế trong môi trường mới của lớp chuyên toán đầu tiên có nhiều bạn giỏi cả toán và tiếng Nga đến từ nhiều tỉnh thành trên miền Bắc, như bạn Hoàng Văn Kiếm, Đỗ Thanh Sơn, Nguyễn Đình Bạn, Nguyễn Nam Hồng, Nguyễn Lam Sơn, Nguyễn Viết Chính, Phan Trịnh Hải, Nguyễn Văn Xoa, Nguyễn Hữu Dung, Cao Công Tường,..., càng khiến tôi bị "ngợp" trong thời gian đầu. Đến nay mặc dù những kiến thức cụ thể thu được từ bài giảng của các thầy có thể đã bị quên mất nhiều, nhưng ấn tượng, ký ức về trình độ, tài năng, tâm huyết và lòng yêu nghề của các bậc thầy vẫn còn đọng lại mãi trong suốt cuộc đời chúng tôi như một chất men say. Đúng như William A. Warrd đã nói: "Người thầy trung bình chỉ biết nói, người thầy giỏi biết giải thích, người thầy xuất chúng biết minh họa, người thầy vĩ đại biết cách truyền cảm hứng."

Một ngày cuối thu đầu đông năm 1967, khi bắt đầu vào học lớp toán năm thứ nhất của Khoa Toán, Trường Đại học Tổng hợp Hà Nội, ở khu sơ tán tại tỉnh Thái Nguyên, chúng tôi được đón GS. Chủ nhiệm khoa Hoàng Tụy đến thăm và nói chuyện để khai giảng khóa học. Tất cả chúng tôi đã bị cuốn hút bởi câu chuyện hấp dẫn ông kể hôm đó. Có lúc ông nói vui: "Khi tôi nói tiếng Anh ở nước ngoài người ta lại khen tôi giỏi tiếng Pháp". Ông đã cho chúng tôi biết nền toán học Nga đồ sộ sau này cũng được bắt đầu, phát triển và rẽ nhánh từ trường phái ban đầu về lý thuyết hàm biến thực của N. N. Luzin (1883-1950). Càng ngày khi ngẫm lại tôi càng thấy trong hơn nửa thế kỷ vừa qua, nền Toán học Xô Viết đã có ảnh hưởng to lớn, tích cực đến nền Toán học Việt Nam và hình như quá trình xây dựng, phát triển và phân nhánh của Toán học nước nhà cũng theo một lộ trình gần tương tự như ở nước Nga. Nhiều chuyên ngành toán học và các giáo sư hàng đầu cũng đã được sinh ra từ giải tích, từ việc ứng dụng trực tiếp hoặc gián tiếp giải tích, nhất là giải tích hiện đại, vào các lĩnh vực khác, như tối ưu hóa, giải tích số, toán ứng dụng, xác suất-thống kê, tôpô, lý thuyết số, mật mã, đại số trừu tượng, hóa học, sinh học, vật lý, thiên văn,...



GS. Hoàng Tụy (năm 1972)

Năm 1984, khi tôi đang học tập và nghiên cứu khoa học tại Trường Đại học Tổng hợp Bremen (CHLB Đức) theo Học bổng Nghiên cứu Humboldt (AvH), thì GS. Hoàng Tụy được GS. D. Hinrichsen mời đến làm việc và báo cáo trong seminar về kết quả nghiên cứu bài toán tối ưu của ông. Mặc dù đã nhiều lần được nghe GS. Hoàng Tụy giảng bài hoặc báo cáo seminar, hội nghị, nhưng đó là lần đầu tiên tôi được nghe ông giảng bài ở nước ngoài. Tôi đã được chứng kiến các bạn quốc tế tham dự hôm đó rất thán phục nội dung toán học và tính sư phạm cao trong bài giảng của ông. GS. Hoàng Hữu Đường cũng đã được GS. L. Arnold mời đến báo cáo khoa học tại trường này về số mũ Lyapunov. Sau hai báo cáo của hai ông Hoàng, Hoàng Tụy và Hoàng Hữu Đường, các bạn Đức cho rằng các giáo sư toán học Việt Nam đều là nhà sư phạm giỏi, đều viết bảng rất đẹp!

2. GS. Hoàng Tụy - Một nhà khoa học có tư duy chiến lược và hệ thống

GS. Hoàng Tụy không chỉ quan tâm đến đào tạo đại học mà GS. còn rất quan tâm đến đào tạo bậc phổ thông. Về lịch sử hình thành của Khối chuyên Toán A0, sau này tôi được nghe một số thày, trong đó có GS. Nguyễn Duy Tiến, kể lại rằng: Ý tưởng đầu tiên về việc mở lớp chuyên toán ở Việt Nam thuộc về GS. Hoàng Tụy, lúc đó là Chủ nhiệm khoa Toán, có tham khảo cách làm của các nhà toán học Xô Viết vĩ đại như A. N. Kolmogorov, P. S. Alexandrov, I. M. Gelfand,... Tôi cho rằng GS. Hoàng Tụy còn tham khảo cả kinh nghiệm của Hungary, một nước nhỏ nhưng rất mạnh về toán, khi lập ra lớp toán năng khiếu đầu tiên. Đề xuất của GS. Hoàng Tụy được sự ủng hộ mạnh mẽ của GS. Lê Văn Thiêm, Phó Hiệu trưởng, người anh cả của nền Toán học Việt Nam hiện đại; của GS. Ngụy Như Kon Tum, Hiệu trưởng; của GS. Tạ Quang Bửu, Bộ trưởng Bộ ĐH và THCN và của Thủ tướng Phạm Văn Đồng, người mà khi còn sống luôn luôn quan tâm đến giáo dục, nói riêng là việc đào tạo học sinh giỏi. Lúc đầu, lớp được gọi là "Lớp Toán đặc biệt", sau được đổi thành tên khiêm tốn hơn là "Lớp Toán dự bị" rồi "Lớp Chuyên toán".

Tác giả Hàm Châu, người có nhiều bài viết về các nhà khoa học Việt Nam, kể lại rằng chính GS. Hoàng Tụy cũng là một trong số những nhà toán học đầu tiên của ta đã tham khảo kinh nghiệm và nhờ sự giúp đỡ của Liên Xô, CHDC Đức và một số nước XHCN, để phân tích, cân nhắc, đề xuất và cuối cùng năm 1974 Việt Nam đã cử đoàn gồm 5 học sinh giỏi đầu tiên đi dự thi Olympic Toán quốc tế (IMO 1974) tại CHDC Đức và ngay lần đầu tiên đó Hoàng Lê Minh đã giành huy chương vàng, Vũ Đình Hòa huy chương bạc, Đặng Hoàng Trung và Tạ Hồng Quảng huy chương đồng và Nguyễn Quốc Thắng thiếu 1 điểm thì được huy chương đồng. Lê Tuấn Hoa, năm đó cũng được vào "short list" của đội tuyển để luyện thi, chuẩn bị, nhưng cuối cùng không được đi thi vì năm đầu tiên cả đoàn chỉ có 5 học sinh, chứ không phải 6 như sau này, mà anh Hoa đứng thứ 6. Nay GS. TSKH. Lê Tuấn Hoa đã trở thành Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam và Giám đốc Điều hành Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán. Anh kể lại: GS. Bộ trưởng Tạ Quang Bửu cũng rất quan tâm, ủng hộ và hàng tuần ông đều đến thăm thày và trò ở cở sở số 9 phố Hai Bà Trưng xem việc chuẩn bị đội tuyển đầu tiên ra sao.

Có lẽ GS. Hoàng Tụy và GS. Phan Đình Diệu là hai trong số các nhà toán học Việt Nam đầu tiên nhận thấy tầm quan trọng của Lý thuyết hệ thống và muốn ứng dụng lý thuyết đó vào khoa học, giáo dục, quản lý, kinh tế và nhiều lĩnh vực khác. Có phải vì thế chăng, khi nghiên cứu và bàn bạc về bất cứ lĩnh vực nào, nhất là giáo dục, GS. Hoàng Tụy cũng luôn khuyến cáo phải xem trọng tính hệ thống của nó. Bản thân lĩnh vực mà cả đời ông quan tâm nghiên cứu là lý thuyết tối ưu toàn cục cũng mang tính hệ thống sâu sắc. Như chúng ta đều biết, những vấn đề toàn cục và hệ thống, không chỉ trong toán học, khoa học mà trong mọi lĩnh vực như kinh tế, xã hội,..., bao giờ cũng khó khăn, phức tạp và quan trọng hơn nhiều so với những vấn đề địa phương, cục bộ. Người đầu tiên vào năm 1961 đã đặt nền móng cho lý thuyết hệ thống toán học là M. D. Mesarovic, dựa trên ý tưởng từ năm 1950 của von Bertalanffy, Norbert Wiener, John von Neumann về lý thuyết hệ thống tổng quát. R. E. Kálmán, người Mỹ gốc Hungary, trong bài báo đăng trên Journal of SIAM v. 1, n. 1 (1963) đã đưa ra các khái niệm ban đầu và nêu một số bài toán đặt nền móng cho lý thuyết hệ thống hiện đại. Ở Việt Nam, năm 1983 GS. Hoàng Tụy đã cùng GS. Nguyễn Khoa Sơn xây dựng và điều hành Trung tâm phân tích hệ thống tại Viện Nghiên cứu quản lý kinh tế trung ương.

Về mặt lịch sử, có lẽ nhà bác học người Scotland Patrick Geddes (1854-1932) là người đầu tiên trên thế giới nêu ra ý tưởng về "hệ thống". Như vậy, phải mất hơn nửa thế kỷ sau đó lý thuyết hệ thống toán học và điều khiển học mới ra đời. Geddes không phải là nhà toán học mà là nhà nghiên cứu về sinh học, môi trường, quy hoạch đô thị, xã hội học, giáo dục học,... và nổi tiếng nhất về những ý tưởng cấp tiến trong quy hoạch đô thị và giáo dục. Ngay từ đầu thế kỷ trước, Geddes đã khuyến cáo loài người khi công nghiệp hóa và đô thị hóa, phải luôn chú ý giữ gìn môi sinh, môi trường, phải luôn có cái nhìn hệ thống để quy hoạch tổng thể. Lời khuyến cáo đơn giản nhất, ngắn gọn nhất, nhưng cũng tổng hợp nhất của ông là: “Suy nghĩ phải toàn diện, hành động phải cụ thể” (“Think globally, act locally”). Gần đây, Liên hiệp quốc cũng đã dùng câu này làm khẩu hiệu hành động cho cả loài người khi bước sang thế kỷ XXI, không chỉ trong việc bảo vệ môi trường, khắc phục hậu quả của biến đổi khí hậu, mà trong cả việc giải quyết các xung đột sắc tộc, tôn giáo, quyền lợi, chính trị, chống khủng bố,... Tóm lại, đây không chỉ là khẩu hiệu mà còn là nguyên tắc suy nghĩ và hành động của cả loài người khi bước sang thế kỷ mới này.

Việc trăn trở để có được một chiến lược và kế hoạch phát triển Toán học Việt Nam đã được bắt đầu khá sớm. Từ cuối những năm 60 của thế kỷ trước, GS. Hoàng Tụy đã cùng các nhà toán học tiền bối khác như GS. Tạ Quang Bửu, GS. Lê Văn Thiêm, GS. Nguyễn Cảnh Toàn, GS. Phan Đình Diệu,..., xây dựng chiến lược phát triển Toán học Việt Nam cho giai đoạn 1970-1990. Nhờ đó, chỉ trong vòng 10 đến 20 năm, Toán học Việt Nam đã có những tiến bộ đáng kể và một số lĩnh vực đã vươn lên và có uy tín cao trên thế giới. Để tiếp nối và hiện đại hóa, sau hơn hai năm chuẩn bị, gần đây Chương trình trọng điểm quốc gia phát triển Toán học giai đoạn 2010 đến 2020 và Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán, do GS. Ngô Bảo Châu và GS. Lê Tuấn Hoa đứng đầu, đã được Chính phủ phê duyệt.

Ngày hôm nay, chúng tôi đã cùng đi với đồng chí Nguyễn Xuân Phúc, Ủy viên Bộ Chính trị, Phó Thủ tướng Chính phủ, thay mặt Chính phủ, và GS. Bùi Văn Ga, Thứ trưởng Bộ GD-ĐT, đến nhà riêng để chúc mừng GS. Hoàng Tụy nhân dịp GS được trao Giải thưởng cao quý Constantin Carathéodory. Chúng tôi kính chúc thầy khỏe mạnh, tiếp tục cống hiến nhiều hơn nữa cho toán học, khoa học, giáo dục và phát triển đất nước.

(27/9/2011)

Về lễ trao "Giải thưởng Thiên niên kỷ" đầu tiên của Viện Clay

Phạm Trà Ân (Viện Toán học)

Tin các báo: Ngày 18 tháng 3 năm 2010, GS. James Carlson, Viện trưởng Viện Toán học Clay đã thông báo với báo chí "Giải thưởng thiên niên kỷ" đầu tiên đã có chủ. Giải được trao tặng cho Tiến sỹ Grigori Perelman, St. Peterburg, Nga, với thành tựu đã giải được giả thuyết Poincaré, một trong số bảy bài toán được coi là có độ khó vào "bậc" thiên niên kỷ.

Vì sao có tên "Giải thưởng thiên niên kỷ "? Để trả lời câu hỏi này, chúng ta hãy ngược dòng thời gian...

Đó là vào năm 1900, thời điểm trước thềm của một thế kỷ mới và cũng là trước thềm của Đại hội Toán học Thế giới lần thứ 2, dự định tổ chức vào tháng 8/1900 tại Paris, nước Pháp. David Hilbert (1862-1943), một nhà toán học Đức nổi tiếng và có uy tín bậc nhất vào thời kỳ đó, đã được mời làm một báo cáo toàn thể trước đại hội. Thay cho việc trình bày một báo cáo tổng quan về một vấn đề toán học nào đó như mọi người vẫn chờ đợi, Hilbert đã đưa ra 23 bài toán khó, chưa có lời giải, coi như là những thách thức của Toán học Thế kỷ XIX chuyển giao lại cho Toán học Thế kỷ XX. Những bài toán này, sau đó được gọi với cái tên chung là "các bài toán Hilbert" và được đánh số từ 1-23. Cho đến năm 2000, năm cuối của thế kỷ XX, hầu hết các bài toán Hilbert đã được giải quyết, chỉ còn lại bài toán về Giả thuyết Riemann (phát biểu năm 1859) là chưa có lời giải. Quá trình giải các bài toán Hilbert đã thực sự góp phần thúc đẩy sự phát triển của toán học ở thế kỷ XX.

Thời gian trôi nhanh... Chúng ta lại đang ở vào năm 2000, trước thềm của một thế kỷ mới và cũng là của một thiên niên kỷ mới: Thiên niên kỷ thứ ba. Học tập David Hilbert, ông chủ của Viện Toán học Clay muốn có một sự kiện gì đó tương tự, hoặc còn hơn thế nữa thì càng hay, như sự kiện Hilbert đã từng làm. Và thế là, vào ngày 24/5/2000, tại trường đại học "Collège de France", Paris, trong một cuộc mít tinh trọng thể, Viện Toán học Clay đã long trọng công bố 7 bài toán cực khó, được mệnh danh là "7 Bài toán thiên niên kỷ" và treo giải thưởng một triệu đôla tiền thưởng cho mỗi một trong số 7 bài toán khó này. Trong 7 "Bài toán thiên niên kỷ" này, giả thuyết Poincaré đứng ở vị trí thứ 3 còn giả thuyết Riemann đứng ở vị trí thứ 4.

Vài nét về Viện Toán học Clay. Viện Toán học Clay, tên viết tắt là CMI (Clay Mathematics Institute), là một viện toán tư nhân, phi lợi nhuận, có trụ sở tại bang Massachusetts, Mỹ. Viện do một thương nhân tỷ phú yêu thích toán tại thành phố Boston là ông Landon Clay cùng phu nhân sáng lập và cung cấp tài chính. Lãnh đạo viện là một ban giám đốc, gồm 3 thành viên đều là người thuộc gia đình Clay, Landon Clay đích thân làm giám đốc. Ban giám đốc "thuê" một ban cố vấn khoa học, gồm toàn các nhà toán học nổi tiếng trên thế giới và một viện trưởng để điều hành các công việc. Từ tháng 2 năm 2008, ban cố vấn khoa học của CMI gồm Andrew Wiles, Yum-Tong Siu, Richard Melrose, Gregory Margulis, James Carlson và Simon Donaldson. Viện trưởng hiện tại của CMI là James Carlson.

Mục tiêu của Viện Toán học Clay là làm cho toán học ngày càng đẹp hơn nữa, mạnh hơn nữa và phổ dụng hơn nữa. Để thực hiện mục tiêu trên, ngoài "Giải thưởng thiên niên kỷ" như đã nói đến ở phần trên, viện còn có các giải thưởng toán học Clay khác, các học bổng toán học Clay dành cho các nhà toán học trẻ có nhiều triển vọng, có chương trình Clay thực tập sau tiến sĩ (postdoctoral program), có trường hè Clay hàng năm. Các kỷ yếu của các trường hè đã được xuất bản với sự cộng tác của Hội Toán học Mỹ (AMS).

Giả thuyết Poincaré và người đã chứng minh nó. Henri Poincaré (1854-1912) là nhà vật lý và toán học người Pháp, một trong những nhà toán học lớn nhất của thế kỷ XIX và nửa đầu thế kỷ XX. Giả thuyết do ông đề ra là một trong số các thách thức lớn nhất của toán học thế kỷ XX. Nội dung cơ bản của giả thuyết Poincaré bắt nguồn từ một nhận xét có tính trực quan trong dân gian: trên các mặt cầu 2 chiều thông thường, mọi đường cong khép kín đều có thể co lại liên tục thành một điểm. Năm 1904, Henri Poincaré đặt câu hỏi: tính chất này còn đúng nữa không trong không gian 3 chiều? Ông phỏng đoán câu trả lời là khẳng định, nhưng không chứng minh được. Sau này phỏng đoán của Poincaré được các nhà toán học gọi là Giả thuyết Poincaré. Câu hỏi như thế cho hình cầu n-chiều với $n > 3$ gọi là "Giả thuyết Poincaré mở rộng".

Về giả thuyết Poincaré, bạn đọc có thể tham khảo thêm trong [3].

Giả thuyết Poincaré được Grigori Perelman chứng minh năm 2003 trong ba bài báo đăng trên trang arXiv.org. Nhờ kết quả này, năm 2006 Perelman đã nhận được giải thưởng Fields tại Đại hội Toán học Thế giới tại Madrid, Tây Ban Nha. Tuy nhiên, ông đã từ chối không đến nhận giải thưởng Fields lần đó. Còn lần này, liệu Perelman có đến nhận giải thưởng Clay hay không?

Trả lời câu hỏi trên của các nhà báo, GS. James Carlson chỉ xác nhận là đã liên lạc được bằng thư điện tử với Perelman và "chắc chắn ông ấy sẽ trả lời cho tôi biết". Ông từ chối không cung cấp thêm bất cứ thông tin nào khác nữa. Một tia hy vọng được nhóm lên và mọi người lại hy vọng và chờ đợi!

GS. Grigory Perelman

Lễ tôn vinh và trao "Giải thưởng thiên niên kỷ" đầu tiên. Cũng tại cuộc họp báo ngày 18/3/2010, GS. James Carlson thông báo lễ vinh danh và trao giải thưởng thiên niên kỷ của Viện Toán học Clay sẽ được tổ chức tại Viện Henri Poincaré, Paris, từ 7-9/6/2010. Chương trình gồm ba phần. Phần một là một bài giảng phổ cập, giới thiệu với đông đảo quần chúng yêu thích toán về bài toán Poincaré. Phần hai thực chất là hội nghị khoa học Clay năm 2010 với chủ đề xoay quanh "Giả thuyết Poincaré". Phần ba là lễ trao "Giải thưởng thiên niên kỷ" đầu tiên.

Về "Bài giảng phổ cập Clay - 2010". Ngày 7/6, bài giảng phổ cập toán học Clay được Étienne Ghys (l'École normale supérieure) trình bày tại Viện Đại dương học, Paris. Đã có khoảng 450 người tham dự. Trong số những người dự, người ta thấy bên cạnh các nhà toán học trẻ tuổi, các sinh viên toán tại các trường đại học ở Paris, còn có các nhà toán học nổi tiếng.

Về "Hội nghị khoa học - 2010" của Viện Toán học Clay. Hội nghị khoa học năm 2010 của Viện Toán học Clay với chủ đề về "Giả thuyết Poincaré" đã được tổ chức vào các ngày 8-9 tháng Sáu tại hai nơi: Viện Đại dương học và Viện Henri Poincaré. Những người tham dự hội nghị khoa học bao gồm các nhà toán học đã có những đóng góp nhất định vào quá trình hình thành nên chứng minh giả thuyết Poincaré của Perelman. Có thể kể ra ngài Michael Atiyah và John Morgan với báo cáo về lịch sử của giả thuyết Poincaré và về những vấn đề có liên quan, hiện còn mở, chưa có lời giải. Tiếp theo là một báo cáo rất ấn tượng của Curtis Mc Mullen về "Tiến trình của các cấu trúc hình học trên các 3-đa tạp".

Buổi chiều được dành cho hai báo cáo của hai nhà toán học lớn, vẫn được coi là những "cây đa, cây đề" trong lĩnh vực tôpô - hình học là William Thurston và Steven Smale. Báo cáo của William Thurston có nhan đề "Bí mật của các 3-đa tạp", còn Steven Smale nói về những vấn đề tôpô thời kỳ hậu Perelman. Sau cùng là báo cáo của Simon Donalson về các bất biến của các đa tạp và sự phân lớp các bài toán.

Các báo cáo trong ngày thứ hai của hội nghị đi sâu hơn vào chuyên ngành, đề cập đến những khía cạnh khác nhau trong chứng minh của Perelman. David Gabai có báo cáo về các 3-đa tạp hyperbolic. Báo cáo của Mikhail Gromov có tên là "Thế nào là đa tạp?". Buổi chiều có các báo cáo của Gerard Besson và Gang Tian. Geraed Besson nói về giả thuyết hình học hóa của Thurston còn Gang Tian lại nói về các phản thí dụ trong kỹ thuật chứng minh của Perelman.

Lễ trao giải thưởng đã diễn ra như thế nào? Chiều ngày 8/6, ngay sau báo cáo của Gang Tian (buổi sáng còn lại) là lễ vinh danh và trao giải thưởng cho Grigori Perelman.

Trong phần vinh danh, các diễn giả đã phát biểu các cảm tưởng, các suy nghĩ của mình đối với giả thuyết Poincaré và đối với người đã giải được bài toán này, TS. Grigori Perelman. Andrew Wiles là người đăng đàn đầu tiên. Ông đã nói về ý nghĩa và tầm quan trọng của giả thuyết Poincaré và về cách giải của Perelman. Andrew Wiles đã cám ơn Perelman và cũng cám ơn cả những nhà toán học đi trước Perelman, những người đã có những đóng góp quan trọng vào thành tựu toán học này, đặc biệt là Richard Hamilton. Tiếp theo, Michael Atiyah, William Thurston, Simon Donalson và Mikhail Gromov đều nói những lời tốt đẹp về Perelman.

Sau lễ vinh danh là thời điểm quan trọng nhất, nhạy cảm nhất và cũng được nhiều người trông chờ nhất: tiến hành trao giải thưởng.

Tuy mọi người đều ít nhiều dự đoán trước, khả năng Perelman đến nhận phần thưởng chỉ là 50/50, thế nhưng khi Cédric Villani, Giám đốc Viện Henri Poincaré, từ trong hậu trường bước ra giữa đại sảnh đường của Viện Henri Poincaré và tuyên bố buổi lễ bắt đầu, thì mọi người, không ai bảo ai, đều quay đầu ra phía cửa chính và hy vọng sẽ nhìn thấy Perelman xuất hiện và đi vào đại sảnh để nhận giải. Một phút trôi qua, nhưng không có ai bước vào từ cửa chính của đại sảnh! Đúng vào thời điểm này thì Landon Clay, Giám đốc Viện Toán học Clay, từ phía khác của hậu trường bước ra trong tay cầm bức tượng nhỏ, một biểu tượng của giải thưởng. Đến giữa đại sảnh, Landon Clay ngước cặp mắt nhìn vào khoảng không vô hạn xa xăm, đồng thời hai tay từ từ nâng cao đưa về phía trước, cứ như thể ông đang trao phần thưởng cho ai đó, kèm theo lời nói: "Tôi xin trao phần thưởng này cho người được nhận giải". Và rồi sau đó, với một giọng đều đều như đang đọc bản quyết định khen thưởng, ông nói tiếp: "Viện toán học Clay tặng giải thưởng Thiên niên kỷ đầu tiên này cho TS. Grigori Perelman, Saint Peterburg, nước Nga, vì đã có công chứng minh được Giả thuyết Poincaré".

Khi Landon Clay vừa dứt lời, thì phu nhân của ông, bà Lavinia Clay, thành viên ban giám đốc Viện Toán học Clay, khoác tay một thanh niên từ ngoài bước vào và dừng lại ở giữa đại sảnh. Đâu đó nổi lên tiếng xì xào, Perelman, Perelman!!??

Sau đó mọi người mới vỡ lẽ người thanh niên đó là cháu đích tôn của Henri Poincaré, ông Francois Poincaré. Thay mặt gia đình Henri Poincaré, ông gửi lời cám ơn tới cộng đồng các nhà toán học, đã không quên và đã kế tục thành công sự nghiệp của người ông của mình, cám ơn Viện Toán học Clay đã tổ chức lễ trao giải thưởng trọng thể này.

Cédric Villani đã thay mặt ban tổ chức tuyên bố buổi lễ kết thúc, trong một bầu không khí trầm, lắng.

Lễ trao "Giải thưởng Toán học Thiên niên kỷ" đầu tiên của Viện Toán học Clay đã diễn ra như thế đó. Một cách rất "kịch", mà trên đời này có lẽ chỉ "Clay" mới có!

Tài liệu tham khảo

1. Poincaré Conjecture and material there in http://www.claymath.org/poincare/.
2. Eva Miranda, The Clay Public Lecture and Conference on the Poincaré Conjecture, Paris, 7-9 June 2010. EMS-Newsletter, September 2010, 21-23.
3. Phạm Trà Ân, Bài toán Poincaré: Những chặng đường chinh phục các đỉnh cao, TTTH **13**(1) (2009), 4-7.
4. Phạm Trà Ân, Bài toán Poincaré và câu chuyện nằm ở mặt sau của tấm huy chương Fields-2006. Diễn đàn Toán học, http://pedia.vnmath.com/2009/06/

Thống kê - nghề hấp dẫn của thập kỷ tới

Julian Champkin (Significance magazine)

Chúng ta đang sống trong một cuộc cách mạng về dữ liệu. Dữ liệu chúng ta có và cách chúng ta xử lý chúng đang thay đổi từng ngày. Hal Varian, kinh tế trưởng của Google, đưa ra ví dụ: "Ở thời kỳ đầu của Web, cuối mỗi trang tài liệu thường có dòng chữ 'Tài liệu có bản quyền. Không được sao chép'. Ngày nay, cuối mỗi trang tài liệu thường là 'Tài liệu có bản quyền. Bấm vào đây để gửi đi'." Tức là ngày nay chúng ta dễ dàng tiếp cận nhiều nguồn dữ liệu phong phú và cách quản lý chúng đã thay đổi. Hal Varian là người từng đưa ra nhiều nhận định nổi tiếng về thống kê trong kỷ nguyên của dữ liệu. Dưới đây là bài phỏng vấn Hal Varian, thực hiện bởi Julian Champkin – tổng biên tập tạp chí 'Significance magazine', một ấn phẩm của

Hội Thống kê Hoàng gia Anh và Hội Thống kê Mỹ.

Hal Varian thực ra không phải là một nhà thống kê. Ông là một nhà kinh tế, và hiện là kinh tế trưởng của công ty Google. Thế nên ông cũng được xem như là người phát ngôn của Google – tổ chức nắm trong tay một lượng dữ liệu khổng lồ và có lẽ cũng là trung tâm phân tích dữ liệu lớn nhất mà thế giới từng thấy. Ông đã từng nhận định "Nghề hấp dẫn trong thập niên tới sẽ là thống kê".

Tôi gặp ông ở hội nghị 'Gặp gỡ thường niên của Hội Thống kê Mỹ' tại Vancouver năm 2010, nơi mà ông đến để nói chuyện và tuyển nhân viên phân tích dữ liệu cho Google. Ông không chắc là có bao nhiêu nhân viên làm về thống kê, phân tích dữ liệu hiện đang làm việc cho Google. "Thật khó để định nghĩa thế nào là một nhà thống kê", ông nói, "nhưng trong khoảng 22.000 nhân viên hiện tại của Google, có khoảng 600 người trong nhóm làm việc về các vấn đề thống kê." Varian bắt đầu làm việc cho Google cách đây 9 năm khi ông đang là giáo sư ở Berkeley, Chủ nhiệm sáng lập của Trường Thông tin (School of Information) và viết bài cho các mục thường xuyên của tờ New York Times. Ông là tác giả của một vài cuốn sách giáo khoa nổi tiếng về kinh tế. Do đó không có gì là quá nếu nói ông là một trong những học giả lỗi lạc đương thời. Ông là người nhã nhặn, ít nói nhưng lại là một diễn giả dí dỏm và đầy thuyết phục.

Là một người luôn khuyến khích thế hệ trẻ lựa chọn nghề thống kê, nhưng tại sao ông lại chọn kinh tế chứ không phải là thống kê khi bắt đầu sự nghiệp? Ông trả lời "Khi nói về từ 'nhà thống kê', tôi định nghĩa theo nghĩa rộng, bao gồm tất cả những người mà sử dụng các phương pháp định lượng để phân tích dữ liệu. Thế nên nó bao gồm các nhà kinh tế học, tâm lý học thực nghiệm, khoa học máy tính và nhiều ngành nghề khác". Theo định nghĩa đó thì ông đúng là một nhà thống kê. Công việc của ông hoàn toàn là xử lý và phân tích dữ liệu. Chẳng có gì đáng bàn cãi về lợi nhuận và sức mạnh kinh tế (thậm chí cả chính trị) mà Google thu được từ việc phân tích kho dữ liệu khổng lồ của nó. Hal Varian, do đó, là người lý tưởng để chia sẻ với chúng ta về dữ liệu lớn, về những cơ hội và thách thức cho các nhà thống kê và về những gì có lẽ sẽ góp phần làm thay đổi cả thế giới chúng ta đang sống.

Hal Varian, kinh tế trưởng của Google
Nguồn: Internet

Như ông đã viết trong một cuốn sách kinh tế của mình, chúng ta đang ở trong thời kỳ bùng nổ về thông tin/dữ liệu. Cần có những phương pháp mới để giúp khám phá tri thức từ những lượng dữ liệu khổng lồ này. Đối với những tập dữ liệu lớn (tức là những tập dữ liệu phức tạp, nhiều chiều - ND), nhiều phương pháp thống kê truyền thống không áp dụng được. Một ví dụ đơn giản là trong dữ liệu về gen sinh học, số gen - tức là số biến dự báo - thường là hàng triệu, lớn hơn rất nhiều số quan sát – thường là hàng trăm. Những phương pháp phân tích hồi quy cổ điển không áp dụng được trong tình huống này. Ông nhận xét: "Trong thập kỷ vừa rồi, chúng ta đã chứng kiến sự kết hợp rất thành công giữa các nhà khoa học máy tính làm việc về học máy (machine learning - ND) và các nhà thống kê. Các nhà khoa học máy tính thường làm việc với dữ liệu lớn sử dụng những mô hình tương đối đơn giản trong khi các nhà thống kê thường có những mô hình chặt chẽ nhưng lại tập trung vào dữ liệu nhỏ. Tôi nghĩ hai lĩnh vực này có rất nhiều thứ để học lẫn nhau".

Một bằng chứng là đóng góp của ông trong việc xây dựng mô hình đấu giá quảng cáo trên Google. Không có một giá chuẩn cho quảng cáo trên Google, nó được bán bằng cách đấu giá. "Khi tôi mới vào Google, mô hình đấu giá quảng cáo đang được xây dựng bởi một nhóm kỹ sư máy tính đầy tài năng, nhưng họ không biết về những mô hình thống kê kinh tế đã có về thiết kế đấu giá. Nhiệm vụ đầu tiên của tôi là thiết lập mô hình này và tôi nghĩ là tôi đã có một vài đóng góp thông qua sử dụng lý thuyết trò chơi và một vài kỹ thuật thống kê cổ điển khác."

Ngày nay dữ liệu có ở khắp nơi, rất rẻ và gần như là miễn phí. Tài sản tri thức không chỉ đơn giản là dữ liệu nữa. Các công ty do đó không thể chỉ đơn giản là bán dữ liệu, mà phải tìm cách phân tích và giải thích chúng. Ông chia sẻ: "Một điều tuyệt vời ở Google là họ đã xây dựng được một cơ sở hạ tầng có khả năng quản lý, lưu trữ một cách hiệu quả những lượng dữ liệu khổng lồ, giúp cho việc phân tích khám phá trở lên dễ dàng hơn. Rất nhiều công ty khác cũng đang thu thập dữ liệu lớn nhưng họ không có cơ sở hạ tầng hay chuyên gia tốt để thực sự khai thác được thông tin hữu ích từ dữ liệu họ có."

Và những gì chúng ta thu được khi tri thức từ những lượng dữ liệu lớn như vậy được khai thác một cách hiệu quả là không tầm thường. Thống kê khi mà ứng dụng vào phân tích dữ liệu lớn thu được từ internet đạt được những sức mạnh tuyệt vời – và Google đang đi tiên phong trong lĩnh vực này. Một bằng chứng là chương trình dịch ngôn ngữ tự động của họ - nó được xây dựng bởi các nhà thống kê chứ không phải các nhà ngôn ngữ học. Không nhất thiết là phải hiểu được, ví dụ tiếng Pháp hoặc tiếng Anh, mới có thể dịch được từ ngôn ngữ này sang ngôn ngữ kia. Điều này nghe có vẻ thật lạ lùng, ông nói: "Thật là đáng ngạc nhiên khi mà các công cụ thống kê được ứng dụng hiệu quả vào dịch thuật tự động. Điều mấu chốt là có được một cơ sở dữ liệu về các bản dịch song song ra nhiều ngôn ngữ khác nhau từ cùng một văn bản. Với một lượng đủ lớn các văn bản như vậy, làm một phép tìm kiếm thống kê cho các từ mà xuất hiện ở những vị trí tương đối giống nhau – và thế là bạn có thể dịch được phần lớn ngôn ngữ của loài người."

Hai dự án lớn về ứng dụng của thống kê mà Varian tự hào là nhận dạng giọng nói và xe không người lái. Varian chia sẻ "Hai dự án này là sự kết hợp tuyệt vời gữa các nhà thống kê và các nhà khoa học máy tính ở Google. Rất rất nhiều các thuật toán thống kê được phát minh và sử dụng trong hai dự án này. Việc còn lại là cụ thể hóa các thuật toán đó bằng máy tính". Một ứng dụng truyền thống của thống kê là dự báo. Dữ liệu mua bán trực tuyến có thể được sử dụng để đo lạm phát. Có nghiên cứu chỉ ra rằng có tương quan giữa số lượng tìm kiếm tên công ty với lượng chứng khoán được giao dịch của công ty đó. Lượng click chuột (trên một trang địa ốc) có thể chỉ ra thị trượng địa ốc đang lên hay xuống. Varian gọi đó là 'bắt mạch nền kinh tế'. " Tôi nghĩ rằng mỗi tập dữ liệu như vậy đều có năng lực dự báo. Cũng giống như ví dụ về dịch ngôn ngữ tự động, không cần thiết phải hiểu được luật nhân quả mới có thể thu được dự báo từ dữ liệu tìm kiếm, tất cả những gì chúng ta cần là hệ số tương quan. Hầu hết bất kỳ mối quan hệ nào đều có thể được khai thác theo cách này. Ví dụ, số liệu tìm kiếm thông tin về trợ cấp thất nghiệp trong một tuần có thể là một chỉ số tốt để dự báo tỷ lệ thất nghiệp". Ông nói thêm "Tất nhiên có rất nhiều ứng dụng khác mà hiện tại chúng tôi chưa làm được. Chúng tôi sẽ phải làm việc bận rộn trong khoảng vài chục năm nữa. Tôi nghĩ rằng bài toán lựa chọn mô hình sẽ trở nên quan trọng trong tương lai. Trước đây, chúng ta thường chỉ xét vài biến dự báo. Bây giờ chúng ta có hàng triệu biến tiềm năng. Làm sao để quyết định nên chọn biến nào?"

Trong buổi nói chuyện tuyệt vời với Varian ông còn đề cập đến nhiều vấn đề thú vị khác về vai trò của thống kê tại Google và trong thực tế. Tuy nhiên, tôi muốn kết thúc bài viết ở đây với một tin tốt lành cho các nhà thống kê. Varian luôn nhắc đi nhắc lại: "Thống kê sẽ là một nghề hấp dẫn trong thập kỷ tới". Tôi tự hỏi, vậy nghề gì sẽ là nghề hấp dẫn trong thập kỷ tiếp theo?

Người dịch: Trần Minh Ngọc, ĐH KHTN - ĐHQG Hà Nội và Trường Kinh tế, ĐH New South Wales, Úc.

Lược dịch từ bản tiếng Anh (với sự cho phép của tác giả): J. Champkin, Hal Varian and the sexy profession, *Significance Magazine*, Vol. **8**, No. 1 (March 2011).

Giáo sư Hà Huy Khoái tròn 65 tuổi

Tạ Thị Hoài An (Viện Toán học)

Giáo sư Hà Huy Khoái sinh ngày 24 tháng 11 năm 1946 tại Hà Tĩnh, trong một gia đình có truyền thống hiếu học. Sau khi tốt nghiệp phổ thông tại trường Huỳnh Thúc Kháng, ông theo học ngành Toán học tại ĐH Tổng hợp Hà Nội.

Trong những năm tháng khó khăn thiếu thốn nhưng đầy nhiệt huyết này, giáo sư đã được tiếp cận với nhiều hướng khác nhau của toán học dưới sự giảng dạy, hướng dẫn của các nhà toán học nổi tiếng của Việt Nam là các giáo sư Lê Văn Thiêm, Hoàng Tụy, ... Đặc biệt, trong khoảng thời gian này, Giáo sư Khoái đã bắt đầu nghiên cứu lý thuyết phân bố giá trị của Nevanlinna dưới sự hướng dẫn của Giáo sư Lê Văn Thiêm.

Giai đoạn tiếp theo trong "nghiệp" toán của mình, Giáo sư Khoái làm nghiên cứu sinh tại Viện Toán mang tên Sleklov dưới sự hướng dẫn của Giáo sư Yu. Manin. Trong những năm tháng ở Viện Toán Steklov Giáo sư Khoái đạt được những thành tựu nghiên cứu quan trọng. Giáo sư đã hoàn thành luận án tiến sỹ với đề tài "p-Adic Interpolation and the Mellin-Mazur Transform" năm 1978 và sau đó là luận án tiến sỹ khoa học vào năm 1984.

Giáo sư từng được mời đến làm việc tại nhiều viện nghiên cứu hàng đầu trên thế giới như Viện Max-Planck về Toán ở Bonn, Viện IHES ở Paris, ĐH Harvard, . . . Ông là người đặt nền móng cho sự ra đời của lý thuyết Nevanlinna p-adic, đó là sự kết hợp giữa lý thuyết p-adic và lý thuyết phân bố giá trị của Nevanlinna. Lý thuyết này về sau đã được nhiều nhà toán học trên thế giới quan tâm nghiên cứu, phát triển. Các công trình của ông đã được đăng tải trên một số tạp chí hàng đầu về Toán của thế giới.

Giáo sư Hà Huy Khoái không chỉ được biết đến như một nhà Toán học mà còn là một nhà sư phạm có tâm huyết. Những bài giảng, buổi nói chuyện của ông luôn thu hút đông đảo sinh viên tới dự. Cho tới nay, đã có 11 nghiên cứu sinh bảo vệ thành công luận án Tiến sỹ và còn có một số hiện đang làm việc dưới sự hướng dẫn của ông.

Giáo sư Hà Huy Khoái đã được bầu là Viện sỹ Viện Hàn lâm các nước thế giới thứ ba (TWAS), hiện là Chủ tịch Hội đồng học hàm ngành Toán và Ủy viên Hội đồng khoa học ngành Toán của quỹ NAFOSTED.

GS. Hà Huy Khoái

Nhân dịp Giáo sư Hà Huy Khoái tròn 65 tuổi, Ban tổ chức hội nghị Đại số-Hình học-Tô pô (tổ chức vào tháng 11/2011 tại Thái Nguyên) đã dành một phần trong chương trình để tôn vinh những đóng góp của ông đối với nền toán học nước nhà cũng như thế giới. Nhân dịp này tôi cũng xin thay mặt các học trò của Thầy, xin gửi tới Thầy những lời chúc tốt đẹp nhất, chúc Thầy luôn có nhiều sức khỏe và nhiệt tình để tiếp tục đóng góp cho sự phát triển của toán học nước nhà.

Giáo sư Nguyễn Tự Cường tròn 60 tuổi

Lê Thanh Nhàn (Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên)

Giáo sư Nguyễn Tự Cường sinh ngày 25 tháng 12 năm 1951 tại Hà Tĩnh, tốt nghiệp đại học ngành Toán tại Đại học tổng hợp Martin Luther ở Halle, CHDC Đức và về Viện Toán học - Viện KH&CN Việt Nam công tác từ năm 1974. Năm 1982, Giáo sư đã bảo vệ thành công luận án tiến sỹ tại Đại học Tổng hợp Humboldt, Berlin, CHDC Đức về những kết quả liên quan đến giải tự do của các hệ hôlônôm phẳng. Giáo sư đã bảo vệ luận án tiến sỹ khoa học về Đại số Giao hoán tại Viện Toán học năm 1995.

GS. Nguyễn Tự Cường là một chuyên gia có uy tín quốc tế trong lĩnh vực Đại số giao hoán. Theo nguồn MathSciNet, Giáo sư đã công bố 49 bài báo trên những tạp chí quốc tế có uy tín với hàng trăm trích dẫn từ các bài báo và tác giả khác.

GS. Nguyễn Tự Cường có nhiều quan hệ hợp tác nghiên cứu với các nhà toán học nước ngoài. Giáo sư đã cùng với GS. Ngô Việt Trung và GS. Lê Tuấn Hoa tổ chức thành công vang dội hai hội nghị quốc tế về Đại số giao hoán và các lĩnh vực liên quan tại Viện Toán học năm 1996 và 2006 với hàng trăm nhà toán học tên tuổi trên thế giới tham dự. Với vai trò là Trưởng Ban tổ chức hoặc Ban chương trình, Giáo sư đã cùng với GS. S. Goto (ĐH Tổng hợp Meiji, Nhật Bản) tổ chức 7 Hội nghị quốc tế Nhật-Việt về Đại số giao hoán (luân phiên một năm ở Nhật Bản, một năm ở Việt Nam). Giáo sư đã được mời đọc báo cáo chính tại nhiều hội nghị quốc tế tổ chức tại Thuỵ Sỹ, Tây Ban Nha, Pháp, Italia, Đức... Gần đây, Giáo sư đã đọc báo cáo mời tại Hội nghị Đại số giao hoán lần thứ 32 của Nhật Bản tại Tokyo tháng 12/2010.

GS. Nguyễn Tự Cường và GS. Lê Tuấn Hoa tại hội nghị ĐAHITÔ 2011

GS. Nguyễn Tự Cường là một chuyên gia đầu ngành của Việt Nam trong lĩnh vực Đại số Giao hoán, đóng vai trò chủ chốt trong nhiều kết quả của nhóm nghiên cứu ở Viện Toán học. Giáo sư đã xây dựng và phát triển những nhóm nghiên cứu tại các địa phương như Thái Nguyên, Tp. Hồ Chí Minh, Quy Nhơn, Vinh,... Giáo sư luôn là người chủ chốt trong việc tổ chức các hội nghị Đại số-Hình học–Tôpô, Đại hội Toán học toàn quốc. Giáo sư đã hướng dẫn 10 luận án tiến sỹ bảo vệ thành công và đang hướng dẫn 3 nghiên cứu sinh.

Thầy Nguyễn Tự Cường đã dành rất nhiều thời gian và tâm huyết để hướng dẫn các học trò chúng tôi. Năm 1999, cả tháng trời, Thầy đã cho nhóm nghiên cứu sinh chúng tôi đến nhà để học toán, và cô Tạ Thị Phương Hòa - vợ Thầy - đã nhiều lần chuẩn bị cơm trưa cho chúng tôi. Mỗi khi có một học trò bảo vệ luận án thành công, thầy cô đều vui mừng mời tất cả các học trò cũ và mới đến dự tiệc chia vui với tân tiến sỹ tại nhà. Trong khoa học, khi xuất hiện những ý tưởng tâm đắc nhất, Thầy đều dành cho chúng tôi. Đó là lí do tại sao hơn 10 năm nay, Thầy không viết riêng công trình. Riêng với tôi và anh Trần Tuấn Nam, sau khi hoàn thành luận án tiến sỹ, biết chúng tôi ở xa sẽ thiếu động lực tiếp tục nghiên cứu, Thầy đã có cách rất đặc biệt khiến chúng tôi ai cũng nỗ lực.

Hội nghị Đại số - Hình học - Tôpô 2011 được tổ chức tại Đại học Thái Nguyên đúng dịp sinh nhật lần thứ 60 của Giáo sư Nguyễn Tự Cường. Ban tổ chức hội nghị đã dành một phần chương trình để tôn vinh những đóng góp của Giáo sư trong khoa học và đào tạo. Nhân dịp sinh nhật lần thứ 60 của Thầy, thay mặt các thế hệ học trò, em xin gửi tới Thầy lời chúc mừng sinh nhật với tất cả lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc. Kính chúc Thầy luôn mạnh khoẻ và là chỗ dựa vững chắc về khoa học và tinh thần cho chúng em.

Thái Nguyên, 25/12/2011

Tin tức hội viên và hoạt động toán học

LTS: *Để tăng cường sự hiểu biết lẫn nhau trong cộng đồng các nhà toán học Việt Nam, Tòa soạn mong nhận được nhiều thông tin từ các hội viên HTHVN về chính bản thân mình, cơ quan mình hoặc đồng nghiệp của mình.*

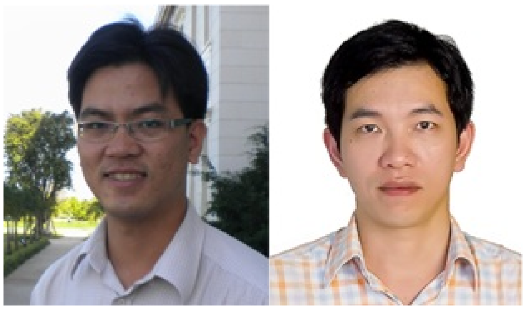
GS. Hoàng Tụy đã được trao tặng giải thưởng Constantin Carathéodory đầu tiên của Hiệp hội Quốc tế về Tối ưu Toàn cục. Đây là giải thưởng được trao hai năm một lần cho một cá nhân hoặc một nhóm tác giả có những đóng góp mang tính nền tảng cho lý thuyết, thuật toán và ứng dụng của tối ưu toàn cục. Trong thông báo của Hiệp hội Quốc tế về Tối ưu Toàn cục, GS. Hoàng Tụy được chọn trao giải đầu tiên vì những công trình mang tính khai phá và những đóng góp nền tảng của ông cho tối ưu toàn cục. Giải thưởng bao gồm 2000 USD và một bằng chứng nhận.

GS. TSKH. Lê Tuấn Hoa, Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam, Giám đốc điều hành Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán, là một trong ba nhà toán học trên thế giới được bầu trong năm 2011 thành thành viên chính thức của Viện Hàn lâm Khoa học các nước thế giới thứ 3 (TWAS). GS. Lê Tuấn Hoa là một chuyên gia về Đại số giao hoán và Hình học đại số và có nhiều đóng góp quan trọng trong hai ngành này. Thông tin thêm xin xem bài trang 17.

Giải thưởng Viện Toán học 2011 đã được trao cho TS. Trần Vũ Khanh, Đại học Tân Tạo, Long An và TS. Bùi Trọng Kiên, Đại học Xây dựng Hà Nội.

TS. Trần Vũ Khanh sinh năm 1983 tại Cà Mau, tốt nghiệp Đại học Khoa học tự nhiên, ĐHQG TpHCM năm 2005 và bảo vệ luận án Tiến sỹ năm 2009 tại Đại học Padova, Italia, năm 2009. TS. Khanh đã có nhiều công trình nghiên cứu xuất sắc, xuất bản trên các tạp chí có uy tín cao về Toán như Advances in Mathematics, Inventiones Mathematicae, ...

TS. Bùi Trọng Kiên sinh năm 1972 tại Ninh Bình, tốt nghiệp Đại học Vinh năm 1993, bảo vệ luận án Tiến sĩ năm 2003 tại Viện Toán học. Từ năm 2005 tới 2010 là nghiên cứu sinh sau tiến sỹ tại Đài Loan và Hàn Quốc. TS. Kiên đã có hơn 20 công trình khoa học trên nhiều tạp chí có uy tín.



TS. Trần Vũ Khanh và TS. Bùi Trọng Kiên

Hội thảo Thường niên của VIASM (VIASM Yearly Meetings) là một hoạt động khoa học của Viện Nghiên cứu Cao cấp về Toán. Hội thảo Thường niên của VIASM mời các nhà khoa học có uy tín trên thế giới tới giảng bài về các đề tài có tính thời sự cao của Toán học đương đại. Các hội thảo khoa học hoạt động dưới hình thức này đã được tổ chức từ nhiều thập niên tại các trung tâm toán học trên thế giới, điển hình là Seminar Bourbaki ở Paris. Các bài giảng tại Hội thảo sẽ được đăng tải hàng năm trên một số đặc biệt của Acta Mathematica Vietnamica.

Hội thảo Thường niên 2012 của VIASM sẽ được tổ chức và các ngày 25-26/8/2012 tại trụ sở Viện VIASM. Các giáo sư Đinh Tiến Cường, J.-P. Demailly, H. Esnault, B. Gross, và L. Schwartz đã nhận lời mời đọc bài giảng.

Chi tiết về Hội thảo Thường niên sẽ được công bố trên Website của VIASM http://www.viasm.edu.vn/

Hội nghị Toàn quốc về Đại số - Hình học - Tô pô (viết tắt là ĐAHITÔ) năm 2011 đã được tổ chức tại Đại học Thái Nguyên từ ngày 3-5/11/2011. Hội nghị ĐAHITÔ 2011 có sự tham gia của trên 190 đại biểu từ các trường đại học và viện nghiên cứu trong cả nước với gần 60 báo cáo. Hội nghị tiếp theo sẽ được tổ chức tại Đại học Sư phạm Hà Nội vào năm 2014.

Hội nghị Việt-Hàn về Lý thuyết tối ưu và Ứng dụng lần thứ 8 đã được tổ chức tại Đại học Đà Lạt trong thời gian từ 8-10/12/2011. Đây là hội nghị hai năm một lần và là hoạt động phối hợp giữa Viện Toán học và Đại học Quốc gia Pukyong (Hàn Quốc).

Tại Đại học Quy Nhơn từ ngày 12-16/12/2011 đã diễn ra Hội nghị chung lần thứ 7 giữa Việt Nam và Nhật Bản về Đại số giao hoán. Đã có trên 40 đại biểu từ các trường đại học, viện nghiên cứu của Việt Nam và 30 đại biểu từ Nhật Bản cùng một số đại biểu đến từ Hoa Kỳ, Đức, Hàn Quốc, Ấn Độ tham dự hội nghị. Trên bốn mươi báo cáo đã được trình bày tại hội nghị tập trung vào các hướng khác nhau của Đại số giao hoán và các lĩnh vực liên quan như Hình học đại số, Tổ hợp, Lý thuyết kỳ dị, Phương trình vi phân đại số... Hội nghị Việt-Nhật về Đại số giao hoán là hoạt động phối hợp thường niên giữa Viện Toán học và Đại học Tổng hợp Meiji (Nhật Bản), tổ chức luân phiên tại Việt Nam và Nhật Bản.

Hội nghị quốc tế về Toán học và Ứng dụng đã được tổ chức tại Đại học Kinh tế-Luật, ĐHQG tp. Hồ Chí Minh từ ngày 20-22/12/2011. Có khoảng 120 đại biểu đến từ nhiều nước đã tham dự hội nghị, trong đó có GS. Efim Zelmanov, giải thưởng Fields năm 1994, tham dự và đọc báo cáo tại hội nghị.

Scopus đưa Tạp chí Acta Mathematica Vietnamica (AMV) vào cơ sở dữ liệu của mình.

Scopus có tên chính thức là SciVerse Scopus là một cơ sở dữ liệu thư mục thuộc nhà xuất bản Elsevier. Scopus lưu trữ tóm tắt và trích dẫn của các công trình khoa học với gần 18.000 đầu sách từ 5.000 nhà xuất bản trên thế giới, trong số đó có hơn 16.500 tạp chí về khoa học kỹ thuật, ý tế và khoa học xã hội.

Việc chọn lọc các tạp chí để đưa vào cơ sở dữ liệu của Scopus được Elsevier ủy quyền cho một ủy ban độc lập để đảm bảo tính mở và minh bạch của việc tuyển chọn. AMV là tạp chí đầu tiên của Việt Nam được Scopus đưa vào cơ sở dữ liệu của mình sau khi nhận được đề nghị từ ủy ban cố vấn, tháng 10/2011. Trong thời gian tới AMV sẽ được thống kê bởi Scopus, xem chi tiết tại http://www.scopus.com/home.url

Danh sách hội viên Hội Toán học được công nhận đạt tiêu chuẩn chức danh GS/PGS năm 2011

STT	Họ và tên	Chức danh	Nơi công tác
1	Nguyễn Quang Diệu	GS	Đại học Sư phạm Hà Nội
2	Nguyễn Mạnh Hùng	GS	Đại học Sư phạm Hà Nội
3	Đặng Đức Trọng	GS	ĐHKHTN - ĐHQG Tp. HCM
4	Phạm Ngọc Anh	PGS	HV Công nghệ Bưu chính Viễn thông
5	Nguyễn Sinh Bảy	PGS	Đại học Thương mại
6	Phan Thị Hà Dương	PGS	Viện Toán học
7	Lê Minh Hà	PGS	Đại học KHTN - ĐHQG Hà Nội
8	Phạm Hoàng Hiệp	PGS	Đại học Sư phạm Hà Nội
9	Lê Hồng Lan	PGS	Đại học Giao thông vận tải
10	Trần Tuấn Nam	PGS	ĐH Sư phạm Tp. Hồ Chí Minh
11	Khuất Văn Ninh	PGS	Đại học Sư phạm Hà Nội 2
12	Phạm Hoàng Quân	PGS	Đại học Sài Gòn
13	Nguyễn Thành Văn	PGS	Đại học KHTN - ĐHQG Hà Nội

Giáo sư Lê Tuấn Hoa được bầu vào TWAS

Đoàn Trung Cường (Viện Toán học)

Ngày 21/11/2011, tại cuộc gặp thường niên lần thứ 22 của Viện Hàn lâm Khoa học các nước thế giới thứ ba (TWAS) ở Trieste, Ý, GS. TSKH. Lê Tuấn Hoa, Chủ tịch Hội Toán học, Giám đốc điều hành Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán, đã được bầu làm thành viên chính thức của TWAS. Đây là một vinh dự của bản thân GS. Lê Tuấn Hoa và cũng là một niềm vui lớn của cộng đồng toán học Việt Nam. Cho đến nay có 5 nhà toán học Việt Nam nhận được vinh dự này là các giáo sư Lê Dũng Tráng (1993), Ngô Việt Trung (2000), Hà Huy Khoái (2004), Đào Trọng Thi (2006), Lê Tuấn Hoa (2011).

GS. Lê Tuấn Hoa là một chuyên gia về Đại số giáo hoán và Hình học đại số. Thống kê của trang MathSciNet cho biết ông đã công bố 52 công trình nghiên cứu thuộc các lĩnh vực này với 177 số lần trích dẫn từ các bài báo khác. Các công trình của ông được công bố trên các tạp chí có uy tín cao trong ngành Đại số cũng như của Toán học nói chung. Theo thông báo trên trang web chính thức của TWAS, GS. Lê Tuấn Hoa đã đạt được những thành tựu lớn về các định lý cấu trúc trong lý thuyết các đa tập xuyến và về các chỉ số chính quy Castelnouvo-Mumford của đa tạp xạ ảnh, dẫn đến các phát triển mới trong các lĩnh vực này. Gần đây ông đã đạt được những kết quả nổi bật về độ phức tạp của các đại số phân bậc và các đa tạp xạ ảnh.

GS. Lê Tuấn Hoa và GS. Efim Zelmanov (Huy chương Fields 1994) trong một hội nghị ở Tp. Hồ Chí Minh

GS. Lê Tuấn Hoa sinh năm 1957 tại Thanh Hóa, bảo vệ tiến sỹ tại Đại học Tổng hợp Halle, CHDC Đức năm 1990 về Đại số giao hoán và Hình học đại số dưới sự hướng dẫn của GS. Wolfgang Vogel. Năm 1995 ông bảo vệ luận án tiến sỹ khoa học tại Viện Toán học. Ông được phong Phó giáo sư năm 1996 và Giáo sư năm 2004. Từ năm 1998 đến 2011 ông là Phó Viện trưởng của Viện Toán học. Từ tháng 6/2011 ông là Giám đốc điều hành của Viện Nghiên cứu cao cấp về Toán.

Không thể không nhắc đến những đóng góp của GS. Lê Tuấn Hoa cho cộng đồng toán học Việt Nam. Ông đảm nhiệm chức vụ Phó tổng thư ký Hội Toán học Việt Nam từ 1999 đến 2004, Tổng thư kí từ 2004 đến 2008 và Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam từ tháng 8/2008 đến nay. Từ ngày 1/1/2012 ông sẽ chính thức giữ cương vị Chủ tịch Hội Toán học Đông Nam Á (SEAMS), nhiệm kỳ 2 năm.

Riêng đối với TTTH, GS. Lê Tuấn Hoa có đóng góp rất lớn ngay từ những số đầu tiên, với tư cách là đồng Tổng biên tập. Nhân dịp này, Ban biên tập TTTH xin chúc mừng GS. Lê Tuấn Hoa và chúc giáo sư luôn có nhiều sức khỏe, góp thêm các công trình nghiên cứu sâu sắc cho toán học cũng như đóng góp cho cộng đồng toán học Việt Nam.

Hội nghị Đại số-Hình học-Tô pô 2011

Đoàn Trung Cường (Viện Toán học) và **Lê Thanh Nhàn** (ĐHKH Thái Nguyên)

Hội nghị toàn quốc về Đại số-Hình học-Tôpô, gọi tắt là ĐAHITÔ, được tổ chức tại Đại học Thái Nguyên từ 3-5/11/2011 đã kết thúc tốt đẹp và để lại nhiều ấn tượng đối với các đại biểu tham dự. Hội nghị ĐAHITÔ diễn ra hai năm một lần và là hội nghị trong nước lớn nhất về Đại số, Lý thuyết số, Hình học và Tô pô. Hội nghị lần này do Viện Toán học và Đại học Thái Nguyên phối hợp tổ chức với sự tài trợ của Đại học Thái Nguyên, Viện Toán học, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam, Đại học Khoa học và Đại học Sư phạm trực thuộc Đại học Thái Nguyên.

Với gần 200 đại biểu tham dự, hội nghị ĐAHITÔ năm nay đạt con số kỷ lục về số người tham dự trong các hội nghị ĐAHITÔ từ trước đến nay. Các đại biểu đến từ nhiều trường đại học và cao đẳng trong cả nước, rải đều từ Bắc vào Nam. Một điều đáng mừng là ngoài các trung tâm lớn từ trước đến nay về Đại số, Lý thuyết số, Hình học, Tôpô, nhiều trường ở các tỉnh xa cũng có các đại biểu tham dự và tham gia báo cáo.

Số lượng báo cáo trong hội nghị ĐAHITÔ 2011 cũng đạt con số kỷ lục với 54 báo cáo, trong đó nổi bật có nhiều báo cáo với chất lượng cao của một số tác giả trẻ, kể cả báo cáo mời. Với số lượng báo cáo lớn như vậy, việc lập chương trình hội nghị không phải là dễ dàng. Ban tổ chức đã quyết định mỗi buổi họp có hai tiểu ban, chỉ có các buổi báo cáo mời mới họp toàn thể. Trong bảy báo cáo mời lần này có ba nhà toán học trẻ dưới 40 tuổi và hai giáo sư nước ngoài đến từ Pháp và Thụy Sỹ. Hầu hết các báo cáo của đại biểu trong nước đều được trình bày bằng tiếng Việt và viết bằng tiếng Anh. Thói quen này được bắt đầu trong vài năm vừa qua ở một số nơi và đã cho thấy hiệu quả trong việc giúp các nhà toán học trẻ tự tin khi trình bày báo cáo của mình trước các đồng nghiệp quốc tế.

Các đại biểu về dự hội nghị đều ấn tượng với sự đón tiếp chu đáo và chuyên nghiệp của ban tổ chức địa phương. Với số lượng đại biểu cũng như số báo cáo tương đối lớn, phải chia tiểu ban nhưng các buổi thảo luận đã diễn ra suôn sẻ và chính xác về thời gian.

Hội nghị năm nay đã dành ra hai buổi để kỷ niệm GS. TSKH. Hà Huy Khoái tròn 65 tuổi và GS. TSKH. Nguyễn Tự Cường tròn 60 tuổi. Ngoài những thành tựu về khoa học và đào tạo, hai giáo sư là những người đã có những đóng góp không nhỏ trong việc tổ chức các hội nghị ĐAHITÔ trong nhiều năm vừa qua. Việc dành ra hai buổi để kỷ niệm hai ông là sự ghi nhận của cộng đồng các nhà toán học trong chuyên ngành Đại số, Lý thuyết số, Hình học và Tôpô đối với sự đóng góp của hai ông cho cộng đồng nói riêng, cũng như toán học Việt Nam nói chung.

Hội nghị tiếp theo sẽ được tổ chức tại Đại học Sư phạm Hà Nội vào năm 2014.

Dành cho các bạn trẻ

LTS: "*Dành cho các bạn trẻ*" *là mục dành cho Sinh viên, Học sinh và tất cả các bạn trẻ yêu Toán. Tòa soạn mong nhận được các bài viết hoặc bài dịch có giá trị cho chuyên mục.*

Cấu trúc nhóm trong một số bài toán sơ cấp

Đoàn Trung Cường (Viện Toán học)

(tiếp theo và hết)

3. Phương trình hàm

Trong phần này ta xét một lớp phương trình hàm mà lời giải sử dụng các nhóm hữu hạn.

Ví dụ 3.1 (Putnam 1971)**.** *Tìm tất cả hàm số* $f : \mathbb{R} \setminus \{0,1\} \to \mathbb{R}$ *thỏa mãn*

$$f(x) + f(\frac{x-1}{x}) = 1 + x,\ \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}.$$

Lời giải. *Đặt $D := \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$. Xét các hàm $g_0, g_1, g_2 : D \to D$ với $g_0(x) = x, g_1(x) = (x-1)/x, g_2(x) = 1/(1-x)$, $\forall x \in D$. Ta có $g_1 \circ g_1 = g_2, g_1^3 = g_0 = \mathrm{id}$ (hợp thành 3 lần), dẫn đến $G = \{g_0, g_1, g_2\}$ là một nhóm xyclic.*

Phương trình hàm ban đầu viết lại là $f(x)+f(g_2(x)) = x+1$. Ký hiệu $f_i = f \circ g_i$, $i = 0, 1, 2$. Thay x lần lượt bởi $g_1(x)$ và $g_2(x)$ ta nhận được hệ phương trình

$$\begin{cases} f_0 + f_1 &= x+1, \\ f_1 + f_2 &= g_1(x) + 1, \\ f_0 + f_2 &= g_2(x) + 1. \end{cases}$$

Hệ này có nghiệm

$$f_0(x) = f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 1}{2x(x-1)},$$

$$f_1(x) = \frac{x^3 + x^2 - 2x + 1}{2x(x-1)},$$

$$f_2(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 4x - 1}{2x(x-1)}.$$

Thử lại vào phương trình ban đầu ta được hàm cần tìm là

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 1}{2x(x-1)}.$$

Bài toán. *Cho một miền $D \subseteq \mathbb{R}$ và một tập các hàm $G := \{g_0, \ldots, g_{n-1} : D \to D\}$. Giả sử với phép hợp thành G là một nhóm. Cho trước các hàm $\alpha_0, \ldots, \alpha_{n-1}, \beta : D \to \mathbb{R}$. Phương trình hàm chúng ta quan tâm là*

$$(1) \quad \alpha_0(x)f(g_0(x)) + \alpha_1(x)f(g_1(x)) + \ldots + \alpha_{n-1}(x)f(g_{n-1}(x)) = \beta(x),$$

với $x \in D$ và f là hàm cần tìm.

Để giải phương trình này ta lần lượt thay x bởi $g_0(x), \ldots, g_{n-1}(x)$ và nhận được một hệ phương trình tuyến tính với hệ số là các hàm $\alpha_i(g_j(x))$, hệ số tự do gồm các hàm $\beta(g_i(x))$ và ẩn là các hàm $f_i(x) := f(g_i(x))$, $i, j = 0, \ldots, n-1$. Cách giải hệ này tương tự như trong đại số tuyến tính. Chú ý rằng điều kiện cần và đủ để một nghiệm $f_0, \ldots, f_{n-1}$ của hệ phương trình suy ra nghiệm của phương trình (1) là $f_0 \circ g_0^{-1} = f_i \circ g_i^{-1}$ với mọi $i = 0, \ldots, n-1$.

Chú ý 3.2. *Cách giải như trên cũng cho biết khi nào phương trình (1) có một nghiệm duy nhất hay vô số nghiệm. Trường hợp hệ có vô số nghiệm xảy ra khi ta thay biến mới vào thì chỉ được phương trình hệ quả. Ví dụ, xét phương trình hàm*

$$f(x) + f(-x) = x^2.$$

Thay x bởi $g(x) = -x$ không mang đến phương trình mới. Nghiệm của phương trình này là $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + F(x)$ với $F(x)$ là một hàm lẻ bất kỳ.

Cấu trúc nhóm nào hay xuất hiện trong phương trình (1)? Để giải phương trình hàm (1), ta cần xác định được nhóm G. Thông thường, G là một nhóm xyclic hoặc là một nhóm hữu hạn đơn giản.

Xét trường hợp $G = (g)$ là một nhóm xyclic, nói cách khác, ánh xạ $g : D \to D$ sinh ra G thỏa mãn điều kiện $g^n = \mathrm{id}$ (hợp thành n lần), với một số tự nhiên n nào đó.

Ví dụ 3.3. *Ánh xạ $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cho bởi $g(x) = [x] + \{x + \frac{1}{n}\}$ là xoắn bậc n, nghĩa là $g^n = \mathrm{id}$. Ở đây, với $a \in \mathbb{Z}$ ta chia các nửa đoạn như sau*

$$[a, a+1) = [a, a+\frac{1}{n}) \cup [a+\frac{1}{n}, a+\frac{2}{n}) \cup \ldots \cup [a + \frac{n-1}{n}, a+1).$$

Khi đó, các ánh xạ hạn chế

$$g : [a+\frac{k-1}{n}, a+\frac{k}{n}) \to [a+\frac{k}{n}, a+\frac{k+1}{n}), \quad k = 1, \ldots, n-1,$$

$$\text{và} \quad g : [a + \frac{n-1}{n}, a+1) \to [a, a+\frac{1}{n}),$$

là các song ánh.

Chú ý rằng ánh xạ g ở trên được xây dựng từ ánh xạ quen thuộc

$$g_0 : \mathbb{R}/\mathbb{Z} \to \mathbb{R}/\mathbb{Z}, \quad x \mapsto x + \frac{1}{n} \pmod{\mathbb{Z}}.$$

Ví dụ 3.4. *Ký hiệu $a_i = \tan^{-1}(\frac{i}{n}\pi), i = -n+1, -n+2, \dots, 0, \dots, n-1$, và $D = \mathbb{R} \setminus \{a_{-n+1}, \dots, a_0, \dots, a_{n-1}\}$. Ánh xạ sau là xoắn bậc n,*

$$g : D \to D,\ g(x) = \tan(\tan^{-1}(x) + \frac{\pi}{n}).$$

Chú ý rằng nếu ta chia

$$D = D_{-n+1} \cup \ldots \cup D_0 \cup \ldots \cup D_{n-1} \cup D_n,$$

với $D_{-n+1} = (-\infty, a_{-n+1}), D_n = (a_{n-1}, \infty), D_i = (a_{i-1}, a_i)$, $i = -n+2, \dots, n-1$, thì $g : D_i \to D_{i+1}$ với mọi $i = -n+1, \dots, n-1$ và $g : D_n \to D_{-n+1}$ là các song ánh.

Chú ý 3.5. *Sẽ rất thú vị nếu ta xây dựng được các ví dụ tương tự trên những tập rời rạc như $\mathbb{N}, \mathbb{Z}$.*

Có một lớp các hàm g quan trọng là các phép biến đổi phân tuyến tính. Phần tiếp theo ta sẽ đi xây dựng các phép biến đổi này.

Tác động của nhóm $\mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$ lên $\mathbb{R}$. Xét nhóm tuyến tính tổng quát thực

$$\mathrm{GL}_2(\mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad \neq bc \right\},$$

và một tác động lên không gian xạ ảnh thực $\mathbb{P}^1(\mathbb{R}) := \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ cho bởi

$$\mathrm{GL}_2(\mathbb{R}) \times (\mathbb{R} \cup \{\infty\}) \longrightarrow \mathbb{R} \cup \{\infty\},$$
$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \times x \longmapsto \frac{ax+b}{cx+d}.$$

Với mỗi ma trận $\gamma \in \mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$, tác động trên cho ta một ánh xạ trên $\mathbb{R} \cup \{\infty\}$, gọi là *phép biến đổi phân tuyến tính*,

$$g : \mathbb{R} \cup \{\infty\} \to \mathbb{R} \cup \{\infty\},\ x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}.$$

Ví dụ, các hàm $g_1(x) = -x$, $g_2(x) = 1/x$ là những phép biến đổi phân tuyến tính quen thuộc. Bằng cách chia cả tử số và mẫu số của phân thức tuyến tính trên cho $\sqrt{|\det \gamma|}$ ta có thể giả sử $\det(\gamma) = \pm 1$, ký hiệu nhóm các ma trận tương ứng là G. Chú ý rằng tác động của hai phần tử $\gamma, -\gamma \in G$ trùng nhau.

Ta quan tâm đến những phép biến đổi xoắn, nghĩa là $g \in G$ thỏa mãn $g^n(x) = x$, $\forall x \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$. Những phép biến đổi này tương ứng với các ma trận

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in G,$$

thỏa mãn $A^n = \pm I_2$ với $n \in \mathbb{N}$. Vì A thỏa mãn phương trình đa thức $\lambda^{2n} - 1 = 0$ nên A chéo hóa được và các giá trị riêng của A là các căn bậc $2n$ của đơn vị, nghĩa là

$$A \sim \begin{pmatrix} \epsilon^{m_1} & 0 \\ 0 & \epsilon^{m_2} \end{pmatrix},$$

với ϵ là một căn nguyên thủy bậc $2n$ của 1, $0 \leq m_1 \leq m_2 < 2n$. Ta có

$$\epsilon^{m_1+m_2} = \det A = ad - bc,$$

$$\epsilon^{m_1} + \epsilon^{m_2} = \mathrm{tr}(A) = a + d \in \mathbb{R}.$$

Điều kiện $\epsilon^{m_1+m_2}$ là số thực suy ra $m_1 + m_2 \in \{0, n, 2n, 3n\}$. Chọn $\epsilon = \cos\frac{\pi}{n} + i\sin\frac{\pi}{n}$, ta xét riêng rẽ các trường hợp:

- $m_1 + m_2 = 0$, hay $m_1 = m_2 = 0$. Trường hợp này ứng với $A = I_2$ và $n = 1$.
- $m_1 + m_2 = n$. Khi đó $\epsilon^{m_2} = \epsilon^n \epsilon^{-m_1} = -\epsilon^{-m_1}$. Do đó,

$$\begin{aligned} \epsilon^{m_1} + \epsilon^{m_2} &= \epsilon^{m_1} - \epsilon^{-m_1} \\ &= 2\cos\frac{m_1\pi}{n} + i2\sin\frac{m_1\pi}{n}. \end{aligned}$$

Điều kiện $\epsilon^{m_1} + \epsilon^{m_2} \in \mathbb{R}$ tương đương với $\sin\frac{m_1\pi}{n} = 0$, hay $m_1 = 0$, dẫn đến $m_2 = n$. Ma trận chéo hóa A là

$$A \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Nói riêng, trường hợp này chỉ xảy ra khi $n = 2$.

• $m_1 + m_2 = 2n$. Tính toán tương tự như trên, ta có

$$\epsilon^{m_1} + \epsilon^{m_2} = \epsilon^{m_1} + \epsilon^{-m_1} = 2\cos\frac{m_1\pi}{n} \in \mathbb{R}.$$

Ma trận chéo hóa của A là

$$A \sim \begin{pmatrix} \epsilon^{m_1} & 0 \\ 0 & \epsilon^{-m_1} \end{pmatrix}.$$

Điều này tương đương với $\det(A) = 1$ và $a + d = 2\cos\frac{m_1\pi}{n}$. Nói riêng, $A \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$.

• $m_1 + m_2 = 3n$. Vì $m_2 < 2n$ nên $m_1 = 3n - m_2 > n$. Ta có $\epsilon^{m_2} = \epsilon^{3n}\epsilon^{-m_1} = \epsilon^{-m_1}$. Do đó,

$$\begin{aligned}\epsilon^{m_1} + \epsilon^{m_2} &= \epsilon^{m_1} - \epsilon^{-m_1} \\ &= 2\cos\frac{m_1\pi}{n} + i2\sin\frac{m_1\pi}{n}.\end{aligned}$$

Điều kiện $\epsilon^{m_1} + \epsilon^{m_2} \in \mathbb{R}$ tương đương với $\sin\frac{m_1\pi}{n} = 0$. Vì $n < m_1 < 2n$ nên trường hợp này không xảy ra.

Như vậy trong các trường hợp trên, chỉ trường hợp $n = 2$ có ma trận không nằm trong $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$, các trường hợp còn lại đều suy ra $A \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$.

Tiếp theo, ta quan tâm đến bậc xoắn của ánh xạ phân tuyến tính, nghĩa là với n cho trước, tìm những ma trận A sao cho n là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn $A^n = \pm I_2$. Nếu $n = 1$ thì $A = \pm I_2$. Nếu $n = 2$ thì A đồng dạng với ma trận đường chéo

$$A \sim B_2 := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Xét $n > 2$. Theo như phân tích ở trên, ma trận chéo hóa của A có dạng

$$B = \begin{pmatrix} \epsilon^{m_1} & 0 \\ 0 & \epsilon^{-m_1} \end{pmatrix},$$

với $0 < m_1 < 2n$. Bằng cách lập luận tương tự như trên, không có ma trận thực C nào thỏa mãn $C^n \sim B_2$. Do đó điều kiện $A^n = \pm I_2$ tương đương với $A^{2n} = I_2$. Từ đây suy ra, n là số nhỏ nhất để $A^n = \pm I_2$ khi và chỉ khi bậc xoắn của ma trận A là một trong hai giá trị $n, 2n$, do đó tương đương với $(m_1, n) = 1$. Dẫn đến, số ma trận đường chéo như vậy bằng số ước nguyên dương của n.

Một số trường hợp cụ thể:

(a) $n = 2$: Ta có $a + d = 0$. Các phép biến đổi tương ứng là

$$\frac{ax + b}{cx - a}, \quad \text{với } a^2 + bc = 1.$$

(b) $n = 3$: Khi đó $m_1 = 1, 2$ và $a + d = \pm 1$. Các phép biến đổi phân tuyến tính có dạng

$$\frac{ax + b}{cx + 1 - a}, \text{ với } a(1 - a) - bc = 1,$$

$$\text{và } \frac{ax + b}{cx - 1 - a}, \text{ với } a(-1 - a) - bc = 1.$$

(c) $n = 4$: Ta có $m_1 = 1, 3$, do đó $a + d = \pm\sqrt{2}$. Ánh xạ g khi đó có dạng

$$\frac{ax + b}{cx + \sqrt{2} - a} \quad \text{với } a(\sqrt{2} - a) - bc = 1,$$

$$\text{và } \frac{ax + b}{cx - \sqrt{2} - a}, \text{ với } a(-\sqrt{2} - a) - bc = 1.$$

(d) $n = 5$: m_1 nhận các giá trị $1, 2, 3, 4$. Tương ứng, $a + d$ nhận các giá trị

$$\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5}); \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5});$$
$$\frac{1}{2}(1 - \sqrt{5}); -\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5}).$$

Bài 1. *Tìm tất cả hàm $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ thỏa mãn*

$$f(z) + zf(1 - z) = 1 + z, \quad \text{với mọi } z \in \mathbb{C}.$$

Bài 2. *Tìm tất cả hàm số $f(x)$ thỏa mãn*

$$2f\left(\frac{x}{x - 1}\right) - 3f\left(\frac{3x - 2}{2x + 1}\right) = \frac{13x - 4}{2x - 3x^2}.$$

Bài 3. *Tìm tất cả các hàm số $f : \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ thỏa mãn*

$$f(x) + f\left(\frac{1}{1 - x}\right) = \frac{2(1 - 2x)}{x(1 - x)}.$$

Bài 4. *Tìm tất cả các hàm số $f(x)$ thỏa mãn*

$$f\left(\frac{x-3}{x+1}\right)+f\left(\frac{3+x}{1-x}\right)=x.$$

Bài tập sau là một ví dụ thú vị trong đó cấu trúc nhóm xuất hiện trong phương trình hàm. Phương trình trong bài này không cùng kiểu với các phương trình trên.

Bài 5 (IMO shortlist 2001 (Czech))**.** *Tìm tất cả các hàm số $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ thỏa mãn*

$$f(xy)(f(x)-f(y))=(x-y)f(x)f(y),$$

với mọi $x,y\in\mathbb{R}$.

4. MỘT SỐ BÀI TOÁN SỐ HỌC

Ví dụ 4.1 (IMO shortlist 2004 (Ireland))**.** *Với mỗi số nguyên dương $n>1$, ký hiệu P_n là tích các số nguyên dương $m<n$ thỏa mãn $n|m^2-1$. Tìm phần dư của P_n khi chia cho n.*

Lời giải. *Đặt $G_n:=\{0<m<n:n|m^2-1\}$. Theo định nghĩa $P_n=\prod_{m\in G_n}m$. Có đơn ánh $\varphi:G_n\hookrightarrow(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$ với $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$ là nhóm các phần tử khả nghịch đối với phép nhân trên $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Ảnh $\varphi(G_n)$ là một nhóm con. Thật vậy, nếu $m_1,m_2\in G_n$ thì $(m_1m_2)^2-1=m_1^2(m_2^2-1)+(m_1^2-1)$ chia hết cho n. Thêm vào đó, nếu $m\in G_n$ và m' là một số nguyên dương thỏa mãn $m'm\equiv 1\pmod n$ thì $(m')^2\equiv(m')^2.1\equiv(m')^2m^2\equiv(m'm)^2\equiv 1\pmod n$, do đó $\overline{m'}\in\varphi(G_n)$.*

Nhóm con $\varphi(G_n)$ là một 2-nhóm abel vì theo định nghĩa, $n|m^2-1$ với mọi $m\in G_n$. Giả sử $\bar m_1,\dots,\bar m_k$ là một hệ sinh cực tiểu của $\varphi(G_n)$. Khi đó các phần tử của G_n đều có biểu diễn duy nhất dạng $\bar m_{i_1}\dots\bar m_{i_j}$ với $1\le i_1<\dots<i_j\le k$. Số phần tử của G_n do đó là số tập con của tập $\{1,\dots,k\}$, là 2^k. Ta cũng có

$$P_n\equiv m_1^{2^{k-1}}\dots m_k^{2^{k-1}}\pmod n.$$

Nếu $k>1$ thì rõ ràng $P_n\equiv 1\pmod n$. Trường hợp này xảy ra khi và chỉ khi có một phần tử $m\in G_n$ với $1<m<n-1$. Hay $n,n/2$ đều không là lũy thừa của một số nguyên tố lẻ.

Nếu $k=1$ thì rõ ràng $G_n=\{1,n-1\}$, dẫn đến $P_n\equiv-1\pmod n$.

Bài 6 (IMO 1977 (Hà Lan))**.** *Cho số tự nhiên $n>2$. Đặt $V:=\{1+kn:k=1,2,\dots\}$. Một số $m\in V$ được gọi là không phân tích được trong V nếu không tồn tại hai số $a,b\in V$ sao cho $m=ab$. Chứng minh rằng tồn tại một số $N\in V$ sao cho có nhiều hơn một cách phân tích N thành tích các phần tử không phân tích được trong V.*

Bài 7 (P. Radovici-Marculescu)**.** *Chứng minh rằng 19^{19} không viết được ở dạng m^3+n^4 với m,n là hai số tự nhiên.*

5. TẬP CON TRÙ MẬT TRONG $\mathbb{R}$

Mệnh đề 5.1. *Cho A là một nhóm con không tầm thường của nhóm cộng các số thực $(\mathbb{R},+)$. Nhóm A hoặc là xyclic hoặc trù mật trong $\mathbb{R}$.*

Chứng minh. Đặt $\epsilon=\inf\{a\in A:a>0\}$. Số ϵ luôn tồn tại vì nếu có một phần tử $a\in A, a<0$ thì $-a>0$ và $-a\in A$. Ta xét ba trường hợp:

TH1. $\epsilon=0$: Khi đó tồn tại một dãy số thực dương $(a_n)_n\subset A$ giảm dần xuống 0. Xét một đoạn bất kỳ $(a,b)\subseteq\mathbb{R}$, không mất tính tổng quát có thể giả sử $0<a<b$. Khi đó luôn có một phần tử a_n trong dãy trên sao cho $0<a_n<b-a$. Đặt $N=[b/a_n]\in\mathbb{Z}$. Khi đó dễ thấy $a<Na_n<b$. Vì A là một nhóm nên $Na_n\in A$, do đó $(a,b)\cap A\neq\emptyset$ và A là trù mật trong $\mathbb{R}$.

TH2. $\epsilon>0$ và $\epsilon\notin A$: Tương tự như trên, có một dãy số thực dương $(a_n)_n\subset A$ giảm dần xuống ϵ. Vì $\epsilon>0$ nên với chỉ số n đủ lớn thì $0<a_{n+1}-a_n<\epsilon$. Điều này mâu thuẫn với cách chọn ϵ vì

$a_{n+1} - a_n \in A$ (A là một nhóm). Do đó trường hợp này không xảy ra.

TH3. $\epsilon > 0$ và $\epsilon \in A$: Mọi số thực $a \in A$ đều có biểu diễn dạng $a = n\epsilon + b$ với $n \in \mathbb{Z}$ và $0 \leq b < \epsilon$. Do A là một nhóm nên $b = a - n\epsilon \in A$. Từ cách chọn ϵ suy ra $b = 0$. Vậy $A = \epsilon\mathbb{Z}$ là một nhóm xyclic. □

Ví dụ 5.2 (DeMO)**.** *Cho trước một hình chữ nhật. Theo phương của các cạnh, cắt hình chữ nhật thành hai hoặc ba hình chữ nhật bằng nhau và giữ lại một. Chứng minh rằng với mọi $\epsilon > 0$ cho trước, xuất phát từ hình chữ nhật ban đầu, có hữu hạn cách cắt sao cho hình chữ nhật cuối cùng có tỷ lệ hai cạnh nằm trong khoảng $(1-\epsilon, 1+\epsilon)$.*

Lời giải. *Gọi tỷ số độ dài hai cạnh của hình chữ nhật ban đầu là r. Sau một số hữu hạn lần cắt, tỷ số độ dài hai cạnh hình chữ nhật mới có dạng $2^m 3^n r$ với $m, n \in \mathbb{Z}$. Để chứng minh tỷ số này gần 1 tùy ý, ta chứng minh kết quả tổng quát hơn là tập $\{2^m 3^n : m, n \in \mathbb{Z}\}$ trù mật trên $\mathbb{R}_{\geq 0}$. Điều này tương đương với tập $A = \{m + n \log_2 3 : m, n \in \mathbb{Z}\}$ trù mật trên $\mathbb{R}$. Khẳng định được suy ra từ Mệnh đề 5.1.*

Ví dụ 5.3 (V. I. Arnold)**.** *Chứng minh rằng có vô hạn lũy thừa (kể cả âm) của 2 bắt đầu bằng chữ số 7.*

Lời giải. *Một lũy thừa 2^k có chữ số đầu tiên là 7 khi và chỉ khi tồn tại $h \in \mathbb{Z}$ sao cho $7 \leq 2^k/10^h < 8$. Ta đi chứng minh tập $\{2^k/5^h : k, h \in \mathbb{Z}\}$ trù mật trên $\mathbb{R}_{\geq 0}$, hay tương đương, tập $A = \{k + h \log_2 5 : k, h \in \mathbb{Z}\}$ trù mật trên $\mathbb{R}$. Điều này được suy ra từ Mệnh đề 5.1.*

Bài 8. *Cho ánh xạ liên tục $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = f(x+\sqrt{2}) = f(x+\sqrt{3})$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Chứng minh rằng f là một ánh xạ hằng.*

Bài 9. *Chứng minh rằng tập $\{\sin n : n \in \mathbb{Z}\}$ trù mật trong đoạn $[-1, 1]$.*

Bài 10. *Trên mặt phẳng tọa độ, cho P là một ngũ giác đều và $X \neq \emptyset$ là một tập các điểm sao cho X đóng đối với các phép lấy đối xứng qua cạnh của P. Chứng minh rằng X trù mật trên mặt phẳng.*

Tài liệu

[1] Đề thi học sinh giỏi quốc gia 2010.

[2] M. Bessenyei, Functional equations and finite groups of substitutions, *Amer. Math. Monthly* **117**(10) (2010), 921-927.

[3] Đoàn Trung Cường, Tài liệu bồi dưỡng đội tuyển Việt Nam tham dự IMO 2011.

[4] D. Djukić, V. Janković, I. Matić, N. Petrović, The IMO compendium - A collection of problems suggested for the International Mathematical Olympiads 1954-2009. *Problem Books in Mathematics*. Springer 2010.

[5] Trần Nam Dũng, Tài liệu bồi dưỡng đội tuyển Việt Nam tham dự IMO 2010.

[6] R. Gelca, T. Andreescu, Putnam and beyond. Springer 2007.

[7] Serre, J. P., Linear representations of finite groups. *Graduate Texts in Mathematics* **42**. Springer-Verlag Berlin-Heidelberg-New York 1977.

[8] R. Stanley, Topics in algebraic combinatorics.

Du Xuân Nhâm Thìn

Nhân dịp năm mới 2012 và Tết Nhâm Thìn
Ban chấp hành Hội Toán học Việt Nam kính chúc tất cả
Hội viên của Hội một năm mới luôn
Mạnh khỏe, Hạnh phúc và Thành công.

BCH Hội Toán học Việt Nam trân trọng kính mời tất cả các hội viên của Hội đang có mặt tại Hà Nội và các vùng lân cận tham dự cuộc Du Xuân tới chùa Tây Phương và chùa Thầy, Thạch Thất, Hà Nội.

Thời gian: 9h-15h, Thứ Bảy, ngày 11/2/2012 (tức ngày 20 tháng Giêng năm Nhâm Thìn).

Xe khởi hành tại Viện Toán học, 18 Hoàng Quốc Việt lúc 8h00 (Những đơn vị tự tổ chức xe sẽ có thông báo riêng tại cơ quan). Trở về Hà Nội khoảng 16h00.

Đăng ký đại biểu: Để có thể bố trí xe và đặt tiệc phù hợp, kính đề nghị các đại biểu có nguyện vọng tham dự gửi email tới: thuky@vms.org.vn

Người nhà đi cùng đóng 100.000đ/người và tối đa 2 người đi kèm.

Rất mong sự có mặt của các quý vị.

(Lời mời này thay cho giấy mời riêng)

THÔNG TIN TOÁN HỌC, Tập 15 số 4 (2011)

Thầy tôi - Giáo sư Hoàng Tụy 1
Trần Văn Nhung

Về lễ trao "Giải thưởng Thiên niên kỷ" đầu tiên của Viện Toán học Clay 6
Phạm Trà Ân

Thống kê - nghề hấp dẫn của thập kỷ tới 9
Julian Champkin (*Trần Minh Ngọc dịch)*

Giáo sư Hà Huy Khoái tròn 65 tuổi 12
Tạ Thị Hoài An

Giáo sư Nguyễn Tự Cường tròn 60 tuổi 13
Lê Thanh Nhàn

Tin tức hội viên và hoạt động toán học 15

Giáo sư Lê Tuấn Hoa được bầu vào TWAS 17
Đoàn Trung Cường

Hội nghị Đại sô-Hình học-Tô pô 2011 18
Đoàn Trung Cường và Lê Thanh Nhàn

Cấu trúc nhóm trong một số bài toán sơ cấp (*tiếp theo và hết*) 19
Đoàn Trung Cường