



ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN: ĐẠI SỐ

Thời gian làm bài: 180 phút. Đề thi gồm 2 trang

Bảng B

Bài B.1. Cho dãy số (x_n) được xác định như sau: $x_1 = 3, x_2 = 7$ và $x_n, n \geq 3$, là định thức của ma trận vuông cấp n như sau

$$x_n = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

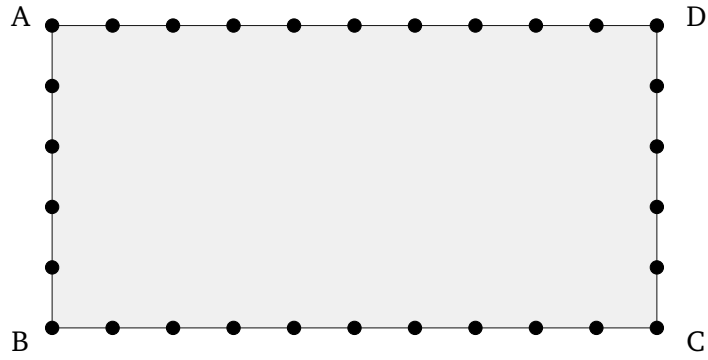
- (a) (2 điểm) Tính x_5 .
- (b) (3 điểm) Chứng minh rằng $x_n = 3x_{n-1} - 2x_{n-2}$ với mọi $n \geq 3$.
- (c) (3 điểm) Chứng minh rằng với mọi $n > 0, x_n + 1$ là một số tự nhiên và là lũy thừa của 2.

Bài B.2. (8 điểm) Giải và biện luận hệ phương trình biến số thực x, y, z theo tham số $m \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + y + (1 - m)z = 2 + m \\ (1 + m)x - y + 2z = 0 \\ 2x - my + 3z = 2 + m \end{cases}$$

Bài B.3. Ông V trồng 30 cây xoan dọc theo rìa xung quanh một mảnh vườn $20m \times 40m$ (xem Hình 1 (trang 2), cạnh dài $AD = BC = 40m$), khoảng cách giữa hai cây cạnh nhau là $4m$. Đến khi cây đủ độ tuổi khai thác, ông V muốn chặt một số cây để bán. Hỏi ông V có bao nhiêu phương án chặt cây nếu:

- (a) (3 điểm) Ông V muốn chặt 2 cây không cạnh nhau trong số 11 cây trên cạnh BC ?
- (b) (4 điểm) Ông V muốn chặt 4 cây trong số 30 cây mà không có 3 cây liên tiếp nào bị chặt?
- (c) (2 điểm) Ông V muốn chặt 5 cây trong số 30 cây mà giữa hai cây bị chặt bất kì (tính cả thuận và ngược chiều kim đồng hồ) luôn có ít nhất hai cây không bị chặt?



Hình 1

Bài B.4. (5 điểm) Tìm tất cả các đa thức $P(x)$ có hệ số thực và có bậc 100 sao cho đa thức đạo hàm $P'(x)$ là ước của $P(x)$, nghĩa là có một đa thức với hệ số thực $Q(x)$ thỏa mãn $Q(x)P'(x) = P(x)$.

————— **Hết** —————

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.