



ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN: ĐẠI SỐ

Thời gian làm bài: 180 phút. Đề thi gồm 2 trang

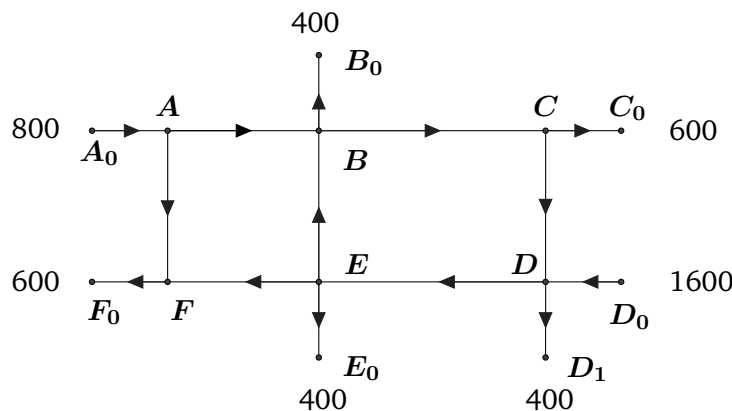
Bảng A

Bài A.1. Cho dãy số (x_n) được xác định như sau: $x_1 = 3, x_2 = 7$ và $x_n, n \geq 3$, là định thức của ma trận vuông cấp n như sau

$$x_n = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

- (a) (2 điểm) Tính x_5 .
- (b) (3 điểm) Chứng minh rằng $x_n = 3x_{n-1} - 2x_{n-2}$ với mọi $n \geq 3$.
- (c) (3 điểm) Chứng minh rằng với mọi $n > 0, x_n + 1$ là một số tự nhiên và là lũy thừa của 2.

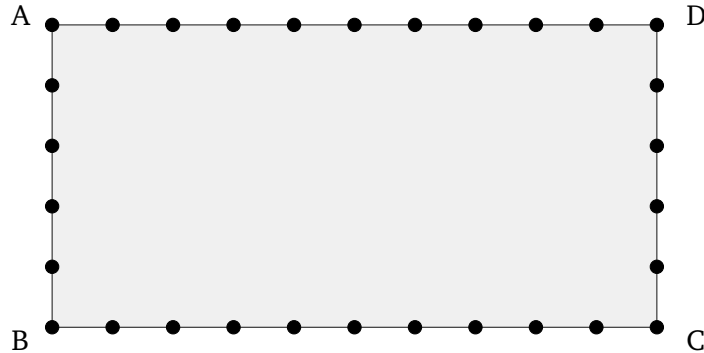
Bài A.2. (8 điểm) Trong một thành phố nọ có một hệ thống đường một chiều như trong Hình 1, trong đó A, B, C, D, E, F là các giao lộ, $A_0, B_0, C_0, D_0, D_1, E_0, F_0$ là các lối vào hoặc ra khỏi hệ thống đó, mỗi tên chỉ chiều của đường. Người ta đếm số lượng xe vào và ra khỏi hệ thống này trong một ngày và thấy: Có 800 xe vào lối A_0 , 400 xe ra khỏi hệ thống qua lối B_0 , 600 xe ra lối C_0 , 1600 xe vào lối D_0 và 400 xe ra lối D_1 , 400 xe ra lối E_0 và 600 xe ra lối F_0 . Người ta cũng quan sát thấy số lượt xe đi trên đoạn đường AB nhiều gấp đôi số lượt xe đi trên đoạn EF ; số lượt xe đi trên đoạn đường DE nhiều gấp rưỡi số lượt xe đi trên đoạn đường BC . Giả sử các xe vào hệ thống đều ra khỏi hệ thống trong thời gian đó. Hỏi trong ngày hôm đó đã có bao nhiêu lượt xe đi qua các đoạn đường AB, BC, CD, EB và AF ?



Hình 1

Bài A.3. Ông V trồng 30 cây xoan dọc theo rìa xung quanh một mảnh vườn $20m \times 40m$ (xem Hình 2, cạnh dài $AD = BC = 40m$), khoảng cách giữa hai cây cạnh nhau là $4m$. Đến khi cây đủ độ tuổi khai thác, ông V muốn chặt một số cây để bán. Hỏi ông V có bao nhiêu phương án chặt cây nếu:

- (a) (3 điểm) Ông V muốn chặt 2 cây không cạnh nhau trong số 11 cây trên cạnh BC ?
- (b) (4 điểm) Ông V muốn chặt 4 cây trong số 30 cây mà không có 3 cây liên tiếp nào bị chặt?
- (c) (2 điểm) Ông V muốn chặt 5 cây trong số 30 cây mà giữa hai cây bị chặt bất kì (tính cả thuận và ngược chiều kim đồng hồ) luôn có ít nhất hai cây không bị chặt?



Hình 2

Bài A.4. Cho n là một số tự nhiên. Xét đa thức với hệ số thực $P(x)$ khác hằng và thỏa mãn: tồn tại các số thực $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ sao cho $P(x_k) \leq 0$ với k lẻ và $P(x_k) \geq 0$ với k chẵn, $1 \leq k \leq n$. Hỏi đa thức $P(x)$ có thể có bậc nhỏ nhất bằng bao nhiêu trong các trường hợp sau

- (a) (2 điểm) $n = 3$.
- (b) (3 điểm) $n = 2017$.

————— **Hết** —————

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.